



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

TRABAJO EXPERIMENTAL PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

TEMA:

“DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y
DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB”

AUTOR: Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo

TUTOR: Ing. Mg. Jorge Cevallos

Ambato - Ecuador

2018

CERTIFICACIÓN DEL TUTOR

Yo, Ing. Mg. Jorge Cevallos certifico que la presente tesis de grado **“DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.”** realizado por el señor Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo Egresado de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica Carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Técnica de Ambato, se desarrolló bajo mi supervisión y tutoría, siendo un trabajo elaborado de manera personal e inédito.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad.

Ambato, Enero de 2018

Ing. Mg. Jorge Cevallos
TUTOR DE TESIS

AUTORÍA

Yo, Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo, CI. 0502931819 Egresado de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad Técnica de Ambato, certifico por medio de la presente que el trabajo experimental con el tema:

“DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.” es de mi completa autoría, a excepción de las citas, cuadros y gráficos de origen bibliográfico.

Ambato, Enero de 2018

Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo

AUTOR

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga de este trabajo experimental o parte de él, un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la Institución.

Cedo los Derechos en línea patrimoniales de mi trabajo experimental con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de este trabajo experimental dentro de las regulaciones de la universidad, siempre y cuando esta reproducción no suponga una ganancia económica y se realice respetando mis derechos de autor.

Ambato, Enero de 2018

Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo

AUTOR

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

Los miembros del Tribunal de calificación de grado aprueban el Trabajo Experimental, sobre el tema: **“DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.”**, del egresado Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica, de la Universidad Técnica de Ambato.

Para constancia firman:

Ing. Mg. Carlos Navarro

Ing. Mg. Christian Medina

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a Dios por darme fe y valentía para superar los momentos más difíciles, y levantarme en cada caída y haber culminado esta hermosa etapa de mi vida.

A mi abuelita Elsita por estar siempre pendiente de mi bienestar y rezar por mí para que salga adelante y mejore como persona cada día.

A mi madre quien me ha dado un gran ejemplo de superación, perseverancia y me ha enseñado la mejor lección de vida, por su amor y cariño incondicional durante toda mi vida. Y que a pesar de los golpes de la vida siempre hay una salida.

A mi padre por haber estado en mis primeros pasos y por saber que siempre puedo contar con él.

A mi hermana que siempre me ha apoyado incondicionalmente.

A mis amigos que me han acompañado en las buenas y en las malas.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por guiar cada paso en mi vida, de igual manera por darme salud, vida y fortaleza para avanzar hacia adelante y cumplir cada meta que me he propuesto.

A la Virgen María por siempre protegerme en mi camino y cuidarme de todos los males.

A mi Abuelito Gustavo que desde el cielo me observa que no cometa errores.

A mi madre Mercedes por apoyarme en todo momento y por el gran esfuerzo que ha hecho para que haya logrado una meta más en mi vida.

A mi hermana por cuidarme a su manera y acompañarme durante toda esta etapa universitaria.

A mis amigos por creer en mí y darme su apoyo en todo momento cuando he necesitado de ellos.

A mi querida Universidad Técnica de Ambato, Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica donde obtuve mi formación académica y me permitió alcanzar un título profesional para desenvolverme en la vida.

ÍNDICE

A. PRELIMINARES

PORTADA.....	I
CERTIFICACIÓN DEL TUTOR.....	II
AUTORÍA.....	III
DERECHOS DE AUTOR.....	IV
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO.....	V
DEDICATORIA.....	VI
AGRADECIMIENTO.....	VII
ÍNDICE.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS.....	XI
RESUMEN EJECUTIVO.....	XV

B. TEXTO

CAPÍTULO I.....	1
ANTECEDENTES.....	1
1.1 TEMA.....	1
1.2 ANTECEDENTES.....	1
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	2
1.4 OBJETIVOS.....	4
1.4.1 OBJETIVO GENERAL.....	4
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
CAPÍTULO II.....	5
FUNDAMENTACIÓN.....	5
2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	5
2.1.1 NOMENCLATURA.....	5
2.1.2 COLUMNA.....	8
2.1.3 PREDISEÑO DE COLUMNAS.....	9

2.1.4 CARGAS	11
2.1.5 CLASIFICACIÓN DE LAS COLUMNAS	11
2.1.6 TIPOS DE FALLAS EN COLUMNAS	15
2.1.7 MÉTODOS DE ANÁLISIS Y DISEÑO.....	15
2.1.9 CONSIDERACIONES DEL REGLAMENTO ACI-318-14 Y NEC 2015 ...	64
2.2 HIPÓTESIS.....	66
2.3 SEÑALAMIENTO DE VARIABLES	66
2.3.1 VARIABLE INDEPENDIENTE.....	66
2.3.2 VARIABLE DEPENDIENTE.....	66
CAPÍTULO III	67
METODOLOGÍA.....	67
3.1 NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN	67
3.1.1 INVESTIGACIÓN APLICADA	67
3.1.1 INVESTIGACIÓN EXPLORATORIA	67
3.1.2 INVESTIGACIÓN DESCRIPTIVA.....	67
3.1.3 INVESTIGACIÓN EXPLICATIVA	67
3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	68
3.2.1 POBLACIÓN.....	68
3.2.2 MUESTRA	68
3.3 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	69
3.4 PLAN DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	71
3.5 PLAN DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS	71
CAPÍTULO IV	72
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	72
4.1 RECOLECCIÓN DE DATOS	72
4.1.1 Columna rectangular con flexo compresión uniaxial.....	72
4.1.2 Columna circular con flexo compresión uniaxial	92

4.1.3 Columna rectangular con flexo compresión biaxial.....	116
4.1.4 Columna circular con flexo compresión biaxial	129
4.1.5 Esbeltez sin desplazamientos laterales	135
4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS	154
4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	155
CAPÍTULO V.....	157
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	157
5.1 CONCLUSIONES.....	157
5.2 RECOMENDACIONES.....	158
C.- MATERIALES DE REFERENCIA	159
1. Bibliografía.	159
2. Anexos	161
2.1 Manual de Usuario	161
2.1.1 Manual de Instalación del programa	161
2.1.2 Manual del programa para el diseño de columnas a compresión pura.....	168
2.1.3 Manual del programa para el diseño de columnas a flexo-compresión uniaxial	182
2.1.4 Manual del programa para el diseño de columnas a flexo-compresión biaxial	201

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

TABLAS

TABLA 1. CARGAS DE SERVICIO	10
TABLA 2. VALORES DE b_1 PARA LA DISTRIBUCIÓN RECTANGULAR EQUIVALENTE DE ESFUERZOS EN EL HORMIGÓN.....	22
TABLA 3. CONVENCIÓN DE SIGNOS ALREDEDOR DEL EJE X PARA SECCIONES RECTANGULARES, CUADRADAS Y CIRCULARES.....	39
TABLA 4. CONVENCIÓN DE SIGNOS ALREDEDOR DEL EJE Y PARA SECCIONES RECTANGULARES, CUADRADAS Y CIRCULARES.....	39
TABLA 5. CONVENCIÓN DE SIGNOS BIAxIAL PARA SECCIONES RECTANGULARES, CUADRADAS Y CIRCULARES	61
TABLA 6. VARIABLE INDEPENDIENTE.....	69
TABLA 7. VARIABLE DEPENDIENTE	70
TABLA 8. PLAN DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	71
TABLA 9. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EN EL DISEÑO DE UNA COLUMNA RECTANGULAR UNIAxIAL	154
TABLA 10. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EN EL DISEÑO DE UNA COLUMNA CIRCULAR UNIAxIAL	154
TABLA 11. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EN EL DISEÑO DE UNA COLUMNA RECTANGULAR BIAxIAL.....	154
TABLA 12. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EN EL DISEÑO DE UNA COLUMNA CIRCULAR BIAxIAL.....	154
TABLA 13. COMPARACIÓN DE RESULTADOS EN EL DISEÑO DE UNA COLUMNA RECTANGULAR UNIAxIAL CONSIDERANDO LA ESBELTEZ.....	155

FIGURAS

FIGURA 1. ÁREA TRIBUTARIA SOBRE LA COLUMNA.....	10
FIGURA 2. GEOMETRÍAS TRANSVERSALES DE COLUMNAS	12
FIGURA 3. COLUMNAS CON ESTRIBOS Y COLUMNAS ZUNCHADAS	13
FIGURA 4. CARGAS EN COLUMNAS	14
FIGURA 5. CARGAS EN COLUMNAS	17
FIGURA 6. COLUMNA DE HORMIGÓN REFORZADO SOMETIDA A TENSIÓN	17
FIGURA 7. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN SIMPLIFICADA PARA EL ACERO	18
FIGURA 8. DISTRIBUCIÓN REAL DE ESFUERZOS EN COMPRESIÓN	19

FIGURA 9. BLOQUE EQUIVALENTE DE ESFUERZOS UNIFORMES	19
FIGURA 10. CARACTERÍSTICAS DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN	21
FIGURA 11. DISTRIBUCIÓN EQUIVALENTE DE LOS ESFUERZOS COMPRESIVOS EN EL HORMIGÓN	22
FIGURA 12. MODELO EQUIVALENTE PARA CARGAS EXTERNAS.....	24
FIGURA 13. DIAGRAMA DE DEFORMACIONES, ESFUERZOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL.....	25
FIGURA 14. DIAGRAMA DE MOMENTOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL	25
FIGURA 15. BASE Y ALTURA DE LAS SECCIONES RECTANGULARES	26
FIGURA 16. MEDICIÓN DEL PARÁMETRO D EN UNA SECCIÓN RECTANGULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL	27
FIGURA 17. DIAGRAMA DE DEFORMACIONES, ESFUERZOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN CIRCULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL	30
FIGURA 18. DIAGRAMA DE MOMENTOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN CIRCULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL	31
FIGURA 19. VARIABLES MÁS IMPORTANTES PARA LA DETERMINACIÓN DEL ÁREA A COMPRESIÓN DE UNA SECCIÓN CIRCULAR	31
FIGURA 20. ELEMENTO DIFERENCIAL DE UNA FRACCIÓN DE CÍRCULO	32
FIGURA 21. MEDICIÓN DEL PARÁMETRO D EN UNA SECCIÓN CIRCULAR SUJETA A FLEXIÓN UNIAXIAL	35
FIGURA 22. FLEXIÓN BIAxIAL.....	40
FIGURA 23. ÁREAS EN COMPRESIÓN SURGIDAS EN FLEXIÓN BIAxIAL	41
FIGURA 24. DIAGRAMAS DE DEFORMACIONES, ESFUERZOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR SUJETA A FLEXIÓN BIAxIAL	42
FIGURA 25. MEDICIÓN DE LOS PARÁMETROS DX Y DY EN LAS SECCIONES RECTANGULARES SUJETAS A FLEXIÓN BIAxIAL.....	44
FIGURA 26. PARÁMETROS MÁS IMPORTANTES PARA EL ANÁLISIS BIAxIAL	45
FIGURA 27. ÁREA EN COMPRESIÓN TRIANGULAR	46
FIGURA 28. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 1).....	47
FIGURA 29. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 2).....	47
FIGURA 30. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 3).....	48
FIGURA 31. ÁREA EN COMPRESIÓN RECTANGULAR	48
FIGURA 32. ÁREA EN COMPRESIÓN TRIANGULAR EN COORDENADAS X E Y	49
FIGURA 33. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 1) EN COORDENADAS X E Y	49

FIGURA 34. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 2) EN COORDENADAS X E Y	49
FIGURA 35. ÁREA EN COMPRESIÓN TRAPEZOIDAL (TIPO 3) EN COORDENADAS X E Y	50
FIGURA 36. ÁREA EN COMPRESIÓN RECTANGULAR EN COORDENADAS X E Y	50
FIGURA 37. DIAGRAMAS DE DEFORMACIONES, ESFUERZOS Y FUERZAS DE UNA SECCIÓN CIRCULAR SUJETA A FLEXIÓN BIAXIAL.....	53
FIGURA 38. MEDICIÓN DE LOS PARÁMETROS DX Y DY EN LAS SECCIONES CIRCULARES SUJETAS A FLEXIÓN BIAXIAL	54
FIGURA 39. EJEMPLO DE MEDICIÓN DEL RADIO R DEL CENTROIDE DE LAS BARRAS DEL REFUERZO	55
FIGURA 40. COLUMNA CON FLEXIÓN	63
FIGURA 41. SECCIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR UNIAXIAL Y LAS CARGAS ACTUANTES .	72
FIGURA 42. ABACO (FIG. 9) ADIMENSIONAL PARA DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES ...	74
FIGURA 43. COLUMNA RECTANGULAR UNIAXIAL DISEÑADA	76
FIGURA 44. DISTRIBUCIÓN DE ACEROS EN LA SECCIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR UNIAXIAL	76
FIGURA 45. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO EN EL INFINITO DE LA COLUMNA RECTANGULAR	77
FIGURA 46. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO EN EL INFINITO DE LA COLUMNA RECTANGULAR	78
FIGURA 47. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO ($C=50$) DE LA COLUMNA RECTANGULAR.....	80
FIGURA 48. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO ($C=30$) DE LA COLUMNA RECTANGULAR.....	82
FIGURA 49. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO ($C=10$) DE A COLUMNA RECTANGULAR.....	83
FIGURA 50. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO ($C=5.25$) DE LA COLUMNA RECTANGULAR	85
FIGURA 51. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO PARA LA CONDICIÓN BALANCEADA DE LA COLUMNA RECTANGULAR	87
FIGURA 52. DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR	89
FIGURA 53. CAPTURA DEL PROGRAMA DE LA COLUMNA RECTANGULAR UNIAXIAL	91
FIGURA 54. SECCIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR UNIAXIAL Y LAS CARGAS ACTUANTES.....	92
FIGURA 55. ABACO (FIG. 18) ADIMENSIONAL PARA DISEÑO DE COLUMNAS CIRCULARES	94
FIGURA 56. COLUMNA CIRCULAR UNIAXIAL DISEÑADA	96
FIGURA 57. DISTRIBUCIÓN DE ACEROS EN LA SECCIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR UNIAXIAL	96

FIGURA 58. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO EN EL INFINITO DE LA COLUMNA CIRCULAR	97
FIGURA 59. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=60) DE LA COLUMNA CIRCULAR	99
FIGURA 60. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=50) DE LA COLUMNA CIRCULAR	101
FIGURA 61. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=40) DE LA COLUMNA CIRCULAR	103
FIGURA 62. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=30) DE LA COLUMNA CIRCULAR	105
FIGURA 63. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=20) DE LA COLUMNA CIRCULAR	107
FIGURA 64. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO (C=10) DE LA COLUMNA CIRCULAR	109
FIGURA 65. DEFORMACIONES UNITARIAS Y FUERZAS RESULTANTES CON EL EJE NEUTRO PARA LA CONDICIÓN BALANCEADA DE LA COLUMNA CIRCULAR.....	111
FIGURA 66. DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR	113
FIGURA 67. CAPTURA DEL PROGRAMA DE LA COLUMNA CIRCULAR UNIAxIAL.....	115
FIGURA 68. SECCIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR BIAxIAL Y LAS CARGAS ACTUANTES..	116
FIGURA 69. ABACO (FIG. 42) ADIMENSIONAL PARA DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES	119
FIGURA 70. COLUMNA RECTANGULAR BIAxIAL DISEÑADA	120
FIGURA 71. CAPTURA DEL PROGRAMA DE LA COLUMNA RECTANGULAR BIAxIAL	122
FIGURA 72. SECCIÓN DE LA COLUMNA CIRCULAR BIAxIAL Y LAS CARGAS ACTUANTES	129
FIGURA 73. ABACO (FIG. 19) ADIMENSIONAL PARA DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES	131
FIGURA 74. COLUMNA CIRCULAR BIAxIAL DISEÑADA.....	132
FIGURA 75. CAPTURA DEL PROGRAMA DE LA COLUMNA CIRCULAR BIAxIAL	134
FIGURA 76. PÓRTICO ARRIOSTRADO	143
FIGURA 77. SECCIÓN DE LA COLUMNA RECTANGULAR DEL PÓRTICO Y LAS CARGAS ACTUANTES	144
FIGURA 78. ABACO (FIG. 10) ADIMENSIONAL PARA DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES	149
FIGURA 79. COLUMNA RECTANGULAR CONSIDERANDO ESBELTEZ DISEÑADA	150
FIGURA 80. CAPTURA DEL PROGRAMA DE LA COLUMNA DEL PÓRTICO ARRIOSTRADO	152
FIGURA 81. CAPTURA DEL PROGRAMA CÁLCULO DE LA ESBELTEZ	153

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.

Autor: Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo.

Tutor: Ing. Mg. Jorge Cevallos.

RESUMEN EJECUTIVO

En el presente proyecto de investigación se realizó la codificación en la interfaz gráfica del software MATLAB para el desarrollo de un programa de diseño de columnas de hormigón armado, el cual nos permite obtener el diseño de una columna de sección rectangular y circular, de forma rápida y segura, teniendo como datos de entrada: propiedades de los materiales, y cargas externas actuantes.

Para la creación del programa fue necesario analizar los diferentes métodos de diseño de columnas aprobados por las normas vigentes en el país y normas extranjeras tales como: La Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-SE-HM 2015) y El Instituto Americano de Concreto (ACI-318-2014).

La comprobación y validez de resultados se realizó mediante la comparación de cálculos manuales y el programa; consiguiendo un margen de error menor al 5%, con lo que se verifica que los resultados obtenidos por medio del programa son confiables.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

**DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y
DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.**

Autor: Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo.

Tutor: Ing. Mg. Jorge Cevallos.

EXECUTIVE SUMMARY

In this research project the coding was done in the graphical interface of MATLAB software for the development of a design program reinforced concrete columns, which allows us to design a column of rectangular and circular quickly and safe, having as input data: properties of materials, and external loads acting.

For the creation of the program it was necessary to analyze the different design methods of columns approved by the regulations in force in the country and foreign standards such as: The Ecuadorian Construction Standard (NEC-SE-HM 2015) and The American Concrete Institute (ACI-318-2014).

The verification and validity of results was carried out by comparing manual calculations and the program; getting a margin of error of less than 5%, which verifies that the results obtained through the program are reliable.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

1.1 TEMA

DESARROLLO DE UN PROGRAMA INTERACTIVO PARA EL CÁLCULO Y DISEÑO DE COLUMNAS APLICANDO EL SOFTWARE MATLAB.

1.2 ANTECEDENTES

La construcción de obra civil demanda el diseño de elementos estructurales como son: losas, vigas, columnas y zapatas entre otras; que sustentan y garantizan el óptimo comportamiento de las estructuras ante las diversas solicitaciones de carga que actúan directamente e indirectamente sobre estas.

Durante el desarrollo de las diferentes técnicas y procedimientos de cálculo y diseño se han establecido parámetros mínimos a satisfacer con la finalidad que las estructuras así diseñadas no lleguen a los límites de falla y/o colapso. Para este efecto, investigadores y diseñadores han elaborado normas y códigos de construcción tales como el Building Code Requirements for Structural Concrete del Instituto Americano del Concreto (ACI) de Estados Unidos.

De acuerdo a [1], el código ACI no es en sí mismo un documento legalmente aplicable. Es meramente una serie de principios para la buena práctica del diseño de hormigón reforzado. Sin embargo, está escrito en forma de código o ley de manera que diversos organismos de la administración pública puedan decidir fácilmente si lo incluyen en sus códigos locales de construcción y entonces pueda ser legalmente aplicable en esa comunidad.

Como se indica en [1], otras especificaciones bien conocidas sobre hormigón armado son las de la American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) y la America Railway Engineering Association (AREA).

En Ecuador, la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC) es el referente que rige el campo de la construcción y que se fundamenta en códigos internacionales.

El hormigón es un material compuesto (roca artificial) que se obtiene mediante la mezcla cuidadosamente proporcionada de cemento, áridos, y agua. Los materiales constructivos

han ido evolucionando y sus propiedades permiten obtener un amplio rango de hormigones por medio de la utilización de cementos y agregados especiales, aditivos y método especiales de curado.

Al ser el hormigón un material que resiste principalmente cargas a compresión, y que presenta una baja resistencia a cargas de tensión y flexión se lo combina con acero de refuerzo a fin de incrementar su resistencia a dichas cargas, esto conlleva a realizar cálculos que permiten determinar la cantidad de acero de refuerzo para que la estructura se resistente y funcional.

Para realizar el cálculo y diseño de elementos estructurales se utilizan métodos como, diseño por última resistencia, elementos finitos, entre otros, mismos que conllevan a la determinación de las dimensiones de las secciones y la cantidad de acero de refuerzo, capaces de resistir las solicitaciones de carga contempladas, considerando factores de seguridad debido a que no se conoce con certeza la carga máxima que va a soportar la estructura durante su vida útil. El ingeniero en base al elemento a diseñar y el método que va a emplear debe recurrir a la utilización de ábacos, nomogramas, coeficientes, diagramas entre otros.

El presente trabajo de investigación refiere a la elaboración de un programa computacional utilizando el software MATLAB que permita realizar el cálculo y diseño de columnas de hormigón reforzado de manera didáctica y práctica para los usuarios del mismo, y está dirigido a estudiantes de la carrera de ingeniería civil.

1.3 JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de sistemas informáticos y su amplia gama de aplicación para la solución de muy variados problemas, ha permitido a las ciencias e ingenierías desarrollar software y/o programas que admiten entre otras: operacionalizar variables, modelado, simulación de funciones e interactuar con el usuario a través de una interfaz gráfica.

En el campo de la ingeniería civil se cuenta con programas de diseño estructural como son: SAP-2000, CYPECAD, ROBOT MILLENIUM, PPLAN, TEKLA, STAAD.Pro, STRAP, ETABS, SAFE. Estos softwares se basan en diferentes métodos de análisis como matricial y elementos finitos entre otros. Sin embargo, de los softwares mencionados se podría referir a que son básicamente utilizados por profesionales con conocimientos y

experiencia en su aplicación al diseño estructural de edificaciones en hormigón, estructura metálica y de madera.

Las columnas son elementos estructurales encargados de transmitir las cargas verticales a los cimientos de las edificaciones y absorber cargas horizontales, básicamente trabajan a compresión; también soportan momentos flectores con respecto a los ejes de su sección transversal, así, la combinación de dichas cargas se denomina flexo-compresión, y son elementos principales de arcos, pórticos rígidos, entre otros.

Las columnas al ser elementos estructurales sometidos principalmente a cargas de compresión y éste es el principal factor que determina su comportamiento; por tanto, el dimensionamiento de las columnas consiste en determinar las dimensiones que sean capaces de resistir las cargas de compresión que se aplican sobre el elemento, así como una flexión que aparece por diferentes factores.

En el desarrollo del currículo de la carrera de Ingeniería Civil se han abordado asignaturas como: Hormigón I, Hormigón II, Hormigón III, Lógica de Programación, Métodos Numéricos, entre otras. En Hormigón I, se estudió el cálculo y diseño de columnas rectangulares y circulares; en tanto que, en Lógica de Programación se estudió Diagramas de Flujo de Datos “DFD” y Lenguaje de Programación Visual Basic.

La compilación de los procedimientos manuales para el cálculo y diseño de columnas con los diagramas de flujo de datos y los lenguajes de programación permiten generar programas computacionales interactivos que facilitan el desarrollo, cálculo y diseño de estos elementos estructurales de amplia utilización en la construcción de edificaciones de hormigón, metálicas y mixtas.

En el mercado existen softwares de programación como: Visual Basic, Visual C++, Lenguaje C++, Pascal, Java, Matlab, otros.

Matlab es un programa cómodo de utilizar, permite al usuario realizar cálculos numéricos y visualizar resultados y gráficos a través de su interfaz. Éste es un sistema interactivo matricial lo que permite resolver problemas numéricos en muy corto tiempo y expresarlos como se escriben matemáticamente sin la programación tradicional. Una de sus principales características es que permite al usuario crear sus propias aplicaciones.

Matlab es un lenguaje interpretado, esto es, sus instrucciones, su código fuente escrito por el programador en un lenguaje de alto nivel es interpretado en un lenguaje entendible para la máquina paso a paso e instrucción por instrucción y este proceso se repite a cada vez que se ejecuta el programa.

Revisadas tesis y proyectos de grado al interior del repositorio de la Universidad Técnica de Ambato “UTA”, no se encontró un trabajo relacionado con el desarrollo de un programa interactivo para el cálculo y diseño de columnas aplicando el Software de programación Matlab.

Un programa interactivo de esta naturaleza será de gran utilidad para los estudiantes de la carrera de Ingeniería Civil de la UTA para el cálculo y diseño de columnas.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un programa interactivo para el diseño de columnas de hormigón armado aplicando el Software Matlab.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar el método para el diseño de columnas.
- Obtener la codificación más adecuada para la elaboración del programa.
- Presentar los resultados obtenidos en el cálculo y diseño de columnas en forma detallada para su clara comprensión e interpretación.
- Proponer el manual de usuario.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTACIÓN

2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1.1 NOMENCLATURA

a : Profundidad del bloque equivalente.

A : Área tributaria.

A_g : Área bruta de la sección.

A_{s_i} : Área de acero de cada barra.

A_{sT} : Área total del acero de refuerzo.

B : Base de la columna.

c : Profundidad de eje neutro.

c' : Valor asumido medida desde la esquina de la sección a máxima compresión.

C : Fuerza de compresión del hormigón.

$CoordX'_i$: Posición actual en X de la barra de acero de refuerzo en la sección circular rotada.

$CoordX_i$: Posición en X de la barra de acero de refuerzo.

$CoordY'_i$: Posición actual en Y de la barra de acero de refuerzo en la sección circular rotada.

$CoordY_i$: Posición en Y de la barra de acero de refuerzo.

cp : Centroides plástico.

C_{si} : Fuerza de compresión de las barras de refuerzo.

D : Diámetro de la columna.

d_i : Distancia del centroide de cada barra de acero medida desde el borde de la sección sometida al máximo esfuerzo de compresión (flexión uniaxial).

dx'_i : Distancia en X del centroide de cada barra de acero medida desde el borde de la sección circular rotada sometida al máximo esfuerzo de compresión.

dx_i : Distancia en X del centroide de cada barra de acero medida desde el borde de la sección sometida al máximo esfuerzo de compresión.

dy'_i : Distancia en Y del centroide de cada barra de acero medida desde el borde de la sección circular rotada sometida al máximo esfuerzo de compresión.

dy_i : Distancia en Y del centroide de cada barra de acero medida desde el borde de la sección sometida al máximo esfuerzo de compresión.

e : Excentricidad.
 ϵ'_s : Deformación del acero en compresión.
 e_b : Excentricidad balanceada.
 ϵ_{cu} : Deformación última del hormigón.
 E_c : Módulo de elasticidad del hormigón.
 EI_{eff} : Rigidez efectiva a flexión.
 E_s : Módulo de elasticidad del acero.
 ϵ_s : Deformación del acero en tensión.
 ϵ_{si} : Deformación unitaria de cada barra de acero
 e_x : Excentricidad provocada por el momento alrededor del eje Y.
 e_y : Excentricidad provocada por el momento alrededor del eje X.
 f'_c : Resistencia a compresión del hormigón a los 28 días.
 f'_s : Esfuerzo del acero en compresión.
 f_s : Esfuerzo del acero en tensión.
 f_{si} : Esfuerzo de cada barra de acero.
 f_y : Esfuerzo de fluencia del acero.
 H : Altura de la columna.
 I : Momento de Inercia respecto al eje que se produce la flexión por pandeo (si la columna puede pandearse en las dos direcciones, I se considera el menor).
 I_g : Inercia de la sección.
 k : Factor de longitud efectiva k .
 l_u : Longitud efectiva de pandeo.
 M_1 : Momento menor flexionante en el extremo de la columna.
 M_2 : Momento mayor flexionante en el extremo de la columna.
 M'_s : Momento inducido por el acero a compresión.
 M_b : Momento balanceado.
 M_c : Momento inducido por el hormigón a compresión.
 M_N : Momento nominal.
 M_{NX} : Momento nominal alrededor del eje X.
 M_{NY} : Momento nominal alrededor del eje Y.
 M_s : Momento inducido por el acero a tensión.
 M_u : Momento último.
 M_{UX} : Momento último alrededor del eje X.

M_{UY} : Momento último alrededor del eje Y.

N : Número de pisos del edificio.

P : Carga de servicio.

P'_s : Fuerza del acero en compresión.

P_b : Carga balanceada.

P_c : Carga crítica de pandeo.

P_N : Carga nominal.

P_s : Fuerza del acero en tensión.

P_u : Carga última.

r : Radio de giro.

R_i : Distancia medida desde el centro de la sección circular hasta el centroide de cada barra de acero de refuerzo.

T_{si} : Fuerza de tensión de las barras de refuerzo.

X_i : Distancia del eje neutro y perpendicular a este, hasta el centroide de cada una de las barra de refuerzo.

\bar{X}_c : Punto de acción de la fuerza resultante aportada por el hormigón (momento uniaxial).

\bar{X}_c : Punto de acción en X de la fuerza resultante aportada por el hormigón (momento biaxial).

\bar{X}_{CP} : Distancia del centroide plástico hasta el borde máximo comprimido (momento uniaxial).

\bar{X}_{CP} : Distancia en X del centroide plástico hasta el borde máximo comprimido (momento biaxial).

\bar{X}_N : Punto de acción de la fuerza nominal resistente (momento uniaxial).

\bar{X}_N : Punto de acción en X de la fuerza nominal resistente (momento biaxial).

\bar{X}_0 : Distancia desde el centro de la sección al punto de ubicación de la fuerza resistente del hormigón.

\bar{X}_s : Punto de acción de la fuerza resultante aportada por el acero de refuerzo (Momento uniaxial).

\bar{X}_s : Punto de acción en X de la fuerza resultante aportada por el acero de refuerzo (Momento biaxial).

\bar{Y}_{CP} : Distancia en Y del centroide plástico hasta el borde máximo comprimido (momento biaxial).

\bar{Y}_s : Punto de acción en Y de la fuerza resultante aportada por el acero de refuerzo (Momento biaxial).

\bar{Y}_c : Punto de acción en Y de la fuerza resultante aportada por el hormigón (momento biaxial).

\bar{Y}_N : Punto de acción en Y de la fuerza nominal resistente (momento biaxial).

α : Ángulo de la excentricidad.

β_1 : Valor para determinar la profundidad del bloque equivalente.

β_{dns} : Relación utilizada para calcular la reducción de rigidez de las columnas debido a las cargas axiales permanentes.

\emptyset_1 y \emptyset_2 : Factores de reducción.

λ : Ángulo de inclinación medido con respecto a la horizontal.

θ : Ángulo asumido entre 0° y 360° .

δ : Factor de magnificación.

δ_i : Ángulo de rotación de la sección circular.

δ'_i : Ángulo de rotación de cada barra de acero de refuerzo.

2.1.2 COLUMNA

La columna es un elemento de soporte vertical, de forma alargada sometido principalmente a compresión, de modo que su diseño está basado en la fuerza interna, y a las condiciones propias de las columnas, también se encuentra sometida a flexión de tal manera que la combinación generada de estas fuerzas se denomina flexo-compresión.

Como se indica en [2], se utiliza tres tipos de columnas hormigón armado:

1. Columnas con refuerzo longitudinal y estribos.
2. Columnas con refuerzo longitudinal y espirales continuas (zunchos).
3. Columnas mixtas las cuales son reforzadas longitudinalmente con perfiles de acero estructural.

El acero de refuerzo es paralelo al eje longitudinal (eje paralelo a la dirección de la carga) y sujetado transversalmente por estribos (columnas de sección rectangular) o por zunchos continuos (columnas de sección circular).

Según su uso en la actualidad como elemento de un pórtico, la compresión es el factor principal que determina su comportamiento y no precisamente es un elemento recto vertical. Por lo tanto, su prediseño consiste en encontrar las dimensiones que tengan la capacidad de resistir dicha compresión y/o flexión aplicadas sobre la misma. La resistencia de este elemento se reduce por efectos de su geometría, lo mismo que influye en el tipo de falla.

Este efecto geométrico se denomina esbeltez, ya que su forma de fallar depende de la misma, la columna corta falla por aplastamiento y la columna larga falla por pandeo. La columna intermedia falla por una combinación de aplastamiento y pandeo. Además, otro factor que disminuye la resistencia de las columnas son los momentos flectores que forman parte del diseño.

2.1.3 PREDISEÑO DE COLUMNAS

Es necesario realizar un estimado de las dimensiones de los elementos de una estructura para obtener conocimiento de las consecuencias que estos pueden ocasionar en la distribución de los espacios, realizar un estimado de los costos de construcción y si el sistema estructural es adecuado.

Uno de los criterios es dimensionamiento por carga vertical, ya que; en las edificaciones se ha utilizado mucho el sistema mixto de pórticos y muros de corte, este a su vez permite que los momentos provocados por sismos se reduzcan considerablemente en las columnas.

Método del área tributaria

En este método la carga axial que actúa sobre la columna se calcula por medio del área tributaria que se apoya directamente sobre la columna, esta área se obtiene trazando rectas en la mitad de distancia que las separa.

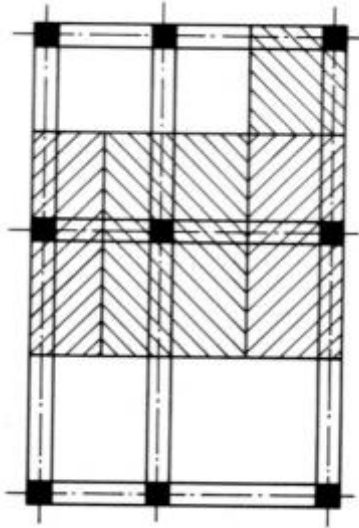


Figura 1. Área tributaria sobre la columna

Fuente: E, ARNAL. Y S, EPELBOIM. *Manual para el proyecto de estructuras de concreto armado para edificaciones*

En Columnas centrales

$$A_g \geq \frac{P_{servicio}}{0.45f'_c} \quad \text{Ecu. (1)}$$

En Columnas esquineras o exteriores

$$A_g \geq \frac{P_{servicio}}{0.35f'_c} \quad \text{Ecu. (2)}$$

$$P_{servicio} = P * A * N \quad \text{Ecu. (3)}$$

Tipo de Estructura	P $\left(\frac{kg}{m^2}\right)$
Estructuras esenciales	1500
Estructuras especiales	1250
Otras estructuras	1000

Tabla 1. Cargas de servicio
Fuente: Ebenezer Bassantes

También existen muchas fórmulas aproximadas para pre dimensionar las columnas tales como:

$$A_g = 18 * P \quad \text{Ecu. (4)}$$

$$A_g = 12 * P_u$$

Ecu. (5)

$$A_g = \frac{1.3P_u}{0.442f'_c} * 1000$$

Ecu. (6)

2.1.4 CARGAS

Los elementos de una estructura como son las columnas deben soportar además de su propio peso, otras fuerzas externas que actúan sobre ellas, las fuerzas principales que actúan sobre una columna son: compresión, tracción, flexión.

Generalmente una columna se encuentra sometida carga axial y a momento flexionante, por lo cual sufre una flexión lateral generando en su sección transversal esfuerzos de tensión y compresión.

2.1.4.1 CARGA AXIAL

Es la fuerza que actúa a lo largo del eje longitudinal aplicada al centroide de la sección transversal, puede ser de compresión o de tensión dependiendo de su dirección.

2.1.4.2 MOMENTO FLEXIONANTE

Es la fuerza que actúa a lo largo del eje longitudinal aplicada a una excentricidad del centroide de la sección transversal.

Si la carga axial no es aplicada directamente en el centroide de la columna esta genera un momento adicional que disminuye su resistencia. La relación del momento y la carga axial está expresado en unidades de distancia la cual se denomina excentricidad. Cuando dicha excentricidad es mínima la flexión se puede despreciar y de modo contrario la excentricidad es grande los efectos de flexión sobre la columna aumentan.

2.1.5 CLASIFICACIÓN DE LAS COLUMNAS

Las columnas se clasifican:

- ✚ Según su sección transversal
 - ✓ Cuadradas
 - ✓ Rectangulares
 - ✓ Circulares

- ✓ En L
- ✓ En T
- ✓ En cruz
- ✚ Según su comportamiento antes las solicitaciones
 - ✓ Con estribos
 - ✓ Zunchadas
- ✚ Según sus dimensiones de sección altura y condiciones de borde
 - ✓ No esbeltas
 - ✓ Esbeltas
- ✚ Según la posición de la carga en la sección transversal
 - ✓ Columna cargada axialmente
 - ✓ Columna cargada excéntricamente

2.1.5.1 COLUMNAS SEGÚN SU SECCIÓN TRANSVERSAL

La sección transversal de las columnas son muy diversas, existen columnas cuadradas, rectangulares, circulares, con forma de L, T, cruz, etc. Las más usadas comúnmente son las rectangulares y cuadradas por la sencillez de su cimbra, y en espacios abiertos las columnas circulares son más atractivas visualmente.

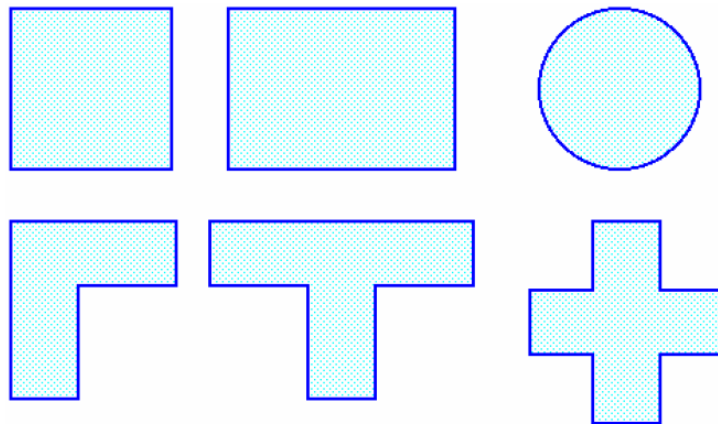


Figura 2. Geometrías transversales de columnas

Fuente: M, ROMO. Temas de Hormigón Armado

2.1.5.2 COLUMNAS SEGÚN SU COMPORTAMIENTO ANTES LAS SOLICITACIONES

A las columnas cuando se les proporciona una restricción lateral, esta puede alcanzar incrementos sustanciales de resistencia, debido a que dichas restricciones no permite que la columna bajo una carga de compresión tienda a expandirse lateralmente por el efecto de Poisson.

Existen dos tipos de restricción lateral la primera en forma de espirales helicoidales (zunchos) enrolladas a lo largo del refuerzo longitudinal y la segunda como estribos cerrados reducidamente separados. Tales restricciones laterales impiden el desplazamiento del refuerzo longitudinal durante su construcción y que se pandeen hacia afuera bajo la carga.

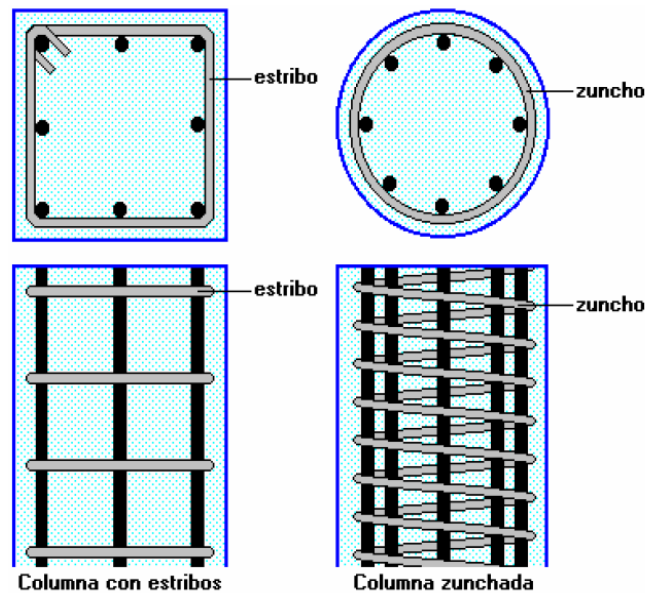


Figura 3. Columnas con estribos y columnas Zunchadas

Fuente: M, ROMO. Temas de Hormigón Armado

Como se indica en [3]. El refuerzo transversal cumple varias funciones como: mejora la capacidad resistente debido a que confina el núcleo del hormigón, corrobora ante fuerzas cortantes, controla el pandeo transversal, impide el desplazamiento del refuerzo longitudinal durante la construcción y define su geometría.

2.1.5.3 EN BASE A SUS DIMENSIONES DE SECCIÓN, ALTURA Y DE LAS CONDICIONES DE BORDE

2.1.5.3.1 COLUMNA NO ESBELTA.- También llamada columna corta, es aquella que se encuentra regida por las dimensiones de su sección transversal y la resistencia de los materiales del hormigón, este es un miembro de poca flexibilidad y gran robustez.

2.1.5.3.2 COLUMNA ESBELTA.- Se denomina como columna esbelta a la columna que cuyas dimensiones de su sección transversal son relativamente pequeñas a comparación con su longitud, la carga que puede soportar esta tipo de elemento se encuentra influenciado por la esbeltez, produciendo un momento adicional por las deformaciones transversales, mientras las columnas sean más esbeltas también lo serán sus deformaciones por la flexión.

El grado de esbeltez está regido por la relación de la longitud efectiva de pandeo de la columna y el radio de giro.

2.1.5.4 SEGÚN LA POSICIÓN DE LA CARGA EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Las columnas debido a la posición de una fuerza axial en su sección transversal, se pueden clasificar como excéntricas o axialmente cargadas.

Como se indica en [4], Las columnas presentan un momento adicional cuando la carga tiene una cierta excentricidad. Este puede ser uniaxial debido a que solo existe flexión con respecto a uno de sus ejes principales X o Y, o biaxial cuando existe flexión con respecto a los dos ejes X y Y.

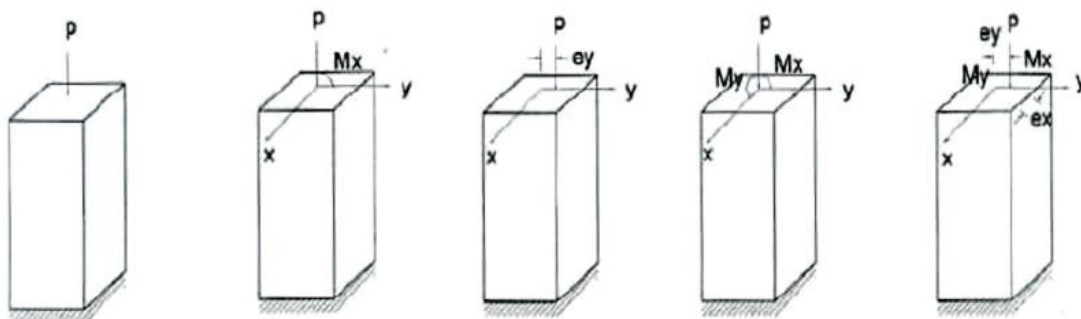


Figura 4. Cargas en columnas

Fuente: C, SUAREZ. Métodos De Cálculo Y Su Incidencia En El Dimensionamiento De Columnas De Hormigón Armado

2.1.6 TIPOS DE FALLAS EN COLUMNAS

Falla por tensión:

Este tipo de falla es más usual en columnas cortas ya que se origina debido a que el acero en tensión fluye primero antes que el hormigón ceda por el aplastamiento en la cara más comprimida, y este a su vez depende esencialmente de la relación momento/carga axial.

Falla por compresión:

Este tipo de falla de igual manera que en la falla por tensión ocurre en columnas cortas por lo que se origina por el aplastamiento del hormigón y que el acero de refuerzo que se encuentra en compresión fluye en la cara más comprimida y el acero de refuerzo en tensión no fluye.

Falla por pandeo:

Este tipo de falla es más usual en las columnas esbeltas, ya que el pandeo es la inestabilidad lateral ocasionada por la acción de una carga axial antes de que el hormigón y el acero de refuerzo logren alcanzar la fluencia. A causa de la carga de pandeo, una columna empieza a deformarse lateralmente y sin generar los esfuerzos necesarios para restituir su condición lineal inicial. Mientras mayor sea la relación de esbeltez menor es la resistencia al pandeo.

2.1.7 MÉTODOS DE ANÁLISIS Y DISEÑO

Al ser las columnas elementos estructurales a compresión, la falla de este elemento en un punto crítico de una edificación puede provocar el colapso progresivo de los pisos concurrentes y llegar hasta el colapso de la estructura completa en estado límite de falla. Es por esta razón que se debe tener cuidado extremo en el diseño de estos elementos; que a su vez, deben poseer una resistencia mayor que cualquier elemento estructural horizontal, específicamente porque las fallas de compresión no proporcionan mayor advertencia visual (reducida deformación del elemento a compresión, acortamiento longitudinal de la columna y expansión lateral).

Existen varios métodos para realizar el análisis y diseño de una columna corta:

- 1) Métodos aproximados.- Este método es el más adecuado para realizar cálculos de manera manual, de estos métodos se conocen algunas alternativas: a) Principio de superposición. b) Superficies aproximadas de interacción.
- 2) Uso de ecuaciones de compatibilidad.- Este método es el procedimiento por diagramas de interacción. Es una representación gráfica del método de las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio.
- 3) Utilización de diagramas de interacción adimensionales.- Este método ocupa gráficos propuestos por los investigadores Weber, Park y Paulay.

De igual manera existen varios métodos para realizar el análisis y diseño de una columna esbelta:

1. Análisis de momentos de primer orden.- Este método permite determinar si los efectos de esbeltez tendrán una gran incidencia en el comportamiento y resistencia de una columna, el método más recomendable es: magnificación de momentos propuesto por el ACI.
2. Análisis de momentos de segundo orden.- O análisis P-delta es un análisis importante en el desplazamiento lateral de las estructuras de los edificios de varios pisos bajo carga gravitatorias en el cual se encuentran momentos secundarios significativos.

En el desarrollo del presente trabajo para analizar y diseñar columnas cortas se aplica el uso directo de ecuaciones de compatibilidad y la creación de los diagramas de interacción y para columnas esbeltas o considerar los efectos de esbeltez se aplica el método de magnificación de momentos.

2.1.7.1 MÉTODO: USO DE ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD (COLUMNAS CORTAS)

En las columnas cortas las cargas externas aplicadas (fuerzas axiales, fuerzas cortantes, momentos flectores y momentos torsores) sobre las columnas deben estar en equilibrio con las fuerzas internas de la misma, para que se encuentre en una condición ideal llamada reposo.

El acero de refuerzo ya sea a compresión o tensión debe tener la misma deformación unitaria que el hormigón que lo rodea, para que esto suceda debe existir una buena adherencia de las superficies entre los materiales ya mencionados.

Esta es la premisa que corresponde a la ley de la compatibilidad de las deformaciones.

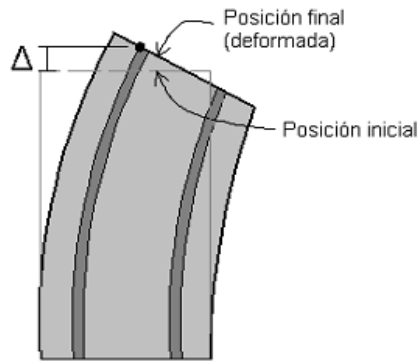


Figura 5. Cargas en columnas

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Como se indica en [5], la deformación que se presenta en el acero de refuerzo de la izquierda y el hormigón alrededor del mismo, es equivalente a la deformación Δ del punto negro localizado entre ambos materiales.

Una sección transversal plana continúa estando plana después de aplicar una carga. Aunque se ha comprobado que esta suposición no es del todo cierta, las desviaciones que sufre la sección son pequeñas y se las puede despreciar.

El hormigón posee una baja resistencia a la tensión en comparación a su resistencia a la compresión, por lo cual tiende a fisurarse o agrietarse cuando está sometido a este tipo de cargas, por eso es que no se toma en cuenta la resistencia a la tensión del hormigón.

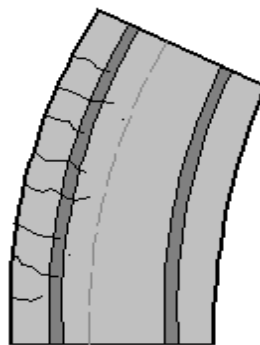


Figura 6. Columna de hormigón reforzado sometida a tensión

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Como se muestra en la figura 6 la columna se encuentra agrietada en su zona izquierda debido a que está sometida a tensión lo cual impiden el traspaso de los esfuerzos de tensión entre el hormigón.

El análisis de las columnas de hormigón armado se basa en las relaciones de esfuerzos y deformaciones unitarias reales o simplificaciones bastante acertadas, en donde se toma en cuenta las propiedades de los materiales que lo componen.

Un claro ejemplo de estas simplificaciones es el diagrama de esfuerzos y deformaciones del acero.

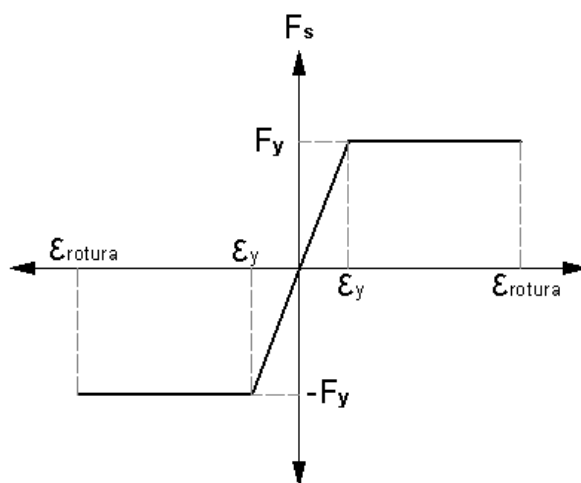


Figura 7. Curva esfuerzo-deformación simplificada para el acero

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

En el diagrama que se puede observar en la figura 7 denota que todos los valores superiores al esfuerzo de fluencia (f_y) son reemplazados por ese mismo valor. Esto se realiza con el fin de ser un poco conservadores en la labor de diseño. Esto se hace con el único fin de considerar que el acero tenga un comportamiento elástico.

Otra simplificación de gran importancia es la obtención de la fuerza resistente a la compresión que aporta el hormigón,

La aplicación de una carga axial y de momento externos sobre una columna, implica la presencia de un área sometida a la compresión y otra bajo esfuerzos de tensión. El esfuerzo producido por el acero de refuerzo es determinado con la proporcionalidad de triángulos que facilita el diagrama de deformación y esfuerzo. En cambio para el hormigón, la distribución real de esfuerzos en compresión tiene una forma parabólica como se muestra en la figura 8, y ésta fue sustituida por un bloque equivalente de

esfuerzos uniformes como se muestra la figura 9. Este bloque equivalente permite un cálculo muy acertado de la magnitud y la posición de la fuerza que actúa sobre el área del hormigón.

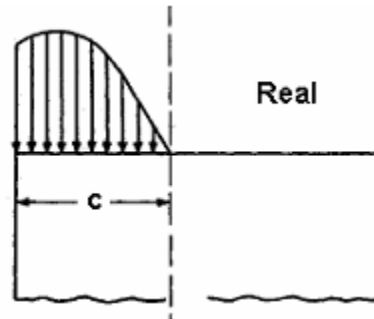


Figura 8. Distribución real de esfuerzos en compresión

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

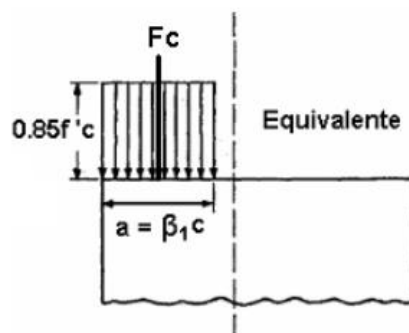


Figura 9. Bloque equivalente de esfuerzos uniformes

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

2.1.7.1.1 CARGA AXIAL Y MOMENTO

La carga axial es la fuerza externa que actúa sobre la sección de una columna paralela a su eje principal (eje vertical), esta carga puede ser tensión o compresión. Esta carga proviene o es transmitida en su mayoría de las vigas que llegan a las columnas en cualquier dirección como es el caso de las construcciones aporricadas. Otra manera de ser transmitida esta carga es debido a las losas apoyadas directamente sobre las columnas.

La resistencia máxima nominal de las columnas está dominada por la resistencia de sus materiales, calculada con la siguiente expresión.

$$P_N = 0.85f'_c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST}$$

Ecu. (7)

Como se puede observar la fuerza obtenida de cada material está dada al multiplicar el área del material por su esfuerzo y su sumatoria es la fuerza que puede resistir la columna. Ya que esta fuerza no es usada para diseño se la denomina carga nominal, y a su vez esta carga es afectada por un coeficiente de reducción para poder ser utilizada para diseño.

Generalmente las columnas no solo cuentan con esta solicitud axial, si no también van acompañada de una carga de momento la cual provoca una flexión, como la columna tiene restricciones al libre giro de su eje principal en sus extremos. Este momento se denomina momento flector.

Los momentos flectores provienen mayormente de la continuidad de los elementos que son fundidos monolíticamente. Pero también pueden presentarse debido a las cargas de viento, sísmicas, por las imperfecciones de construcción, entre otras.

2.1.7.1.2 DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

Los diagramas de interacción permiten observar el comportamiento de una columna ante cargas axiales y de momento, también refleja la conducta de la columna ante la excentricidad.

Las excentricidades grandes revelan la existencia de tensión en la sección de la columna y su falla sucederá por valores elevados de momento, y el acero de refuerzo sometida a la tensión comenzara a fluir ($f_s > f_y$).

Las excentricidades pequeñas revelan la existencia de compresión en la sección de la columna y su falla sucederá por aplastamiento, esta fuerza sobrepasa la resistencia a la compresión (f'_c) y se deforma más de su capacidad ($\epsilon > \epsilon_u$).

Como se indica en [5], los diagramas de interacción representan de una manera gráfica la zona de la capacidad de una columna a la compresión y la tensión. El punto en dicho diagrama el cual divide estas dos zonas, se conoce como falla balanceada donde la carga axial y el momento actúan en de manera combinada para producir la falla por aplastamiento en la fibra extrema comprimida del hormigón y la falla por fluencia del acero de refuerzo a tensión en el lado más alejado de la columna.

En este punto la carga axial, el momento y la excentricidad se denominan: carga balanceada (P_b), momento balanceado (M_b) y excentricidad balanceada (e_b).

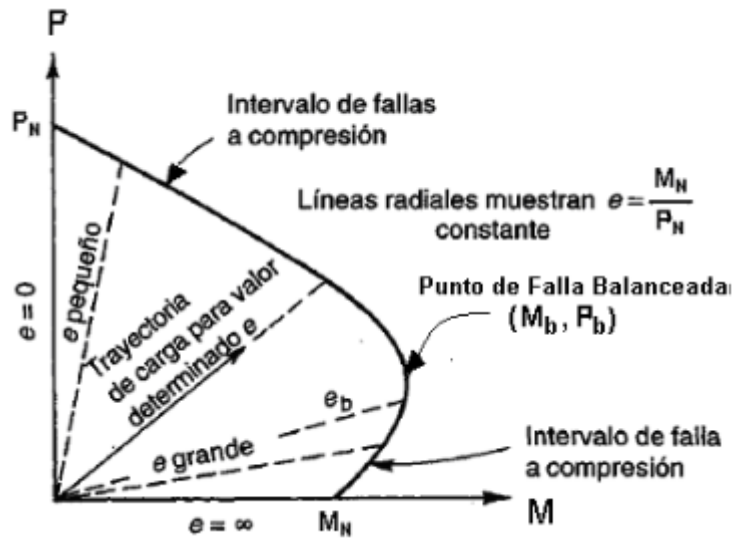


Figura 10. Características de los diagramas de interacción

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

2.1.7.1.3 SUPOSICIONES PARA EL ANÁLISIS

En la elaboración de los diagramas de interacción se asumen las siguientes hipótesis:

- La resistencia del hormigón a tracción se desprecia.
- La máxima deformación unitaria del hormigón es 0.003.
- La deformación en el acero es igual a la del hormigón que lo rodea (compatibilidad de deformaciones).
- Las secciones planas permanecen planas aun después de cargado el elemento.
- En la zona elástica del acero es aplicable la Ley de Hooke.
- El módulo de elasticidad del hormigón se evaluará conforme a las especificaciones de la NEC.
- El módulo de elasticidad del acero es $E_s = 2100000 \frac{Kg}{cm^2}$.
- El esfuerzo de compresión en el hormigón es $0.85 f'c$, distribuido en una zona de compresión equivalente, limitada por los bordes de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro ubicada a una distancia conocida como a.

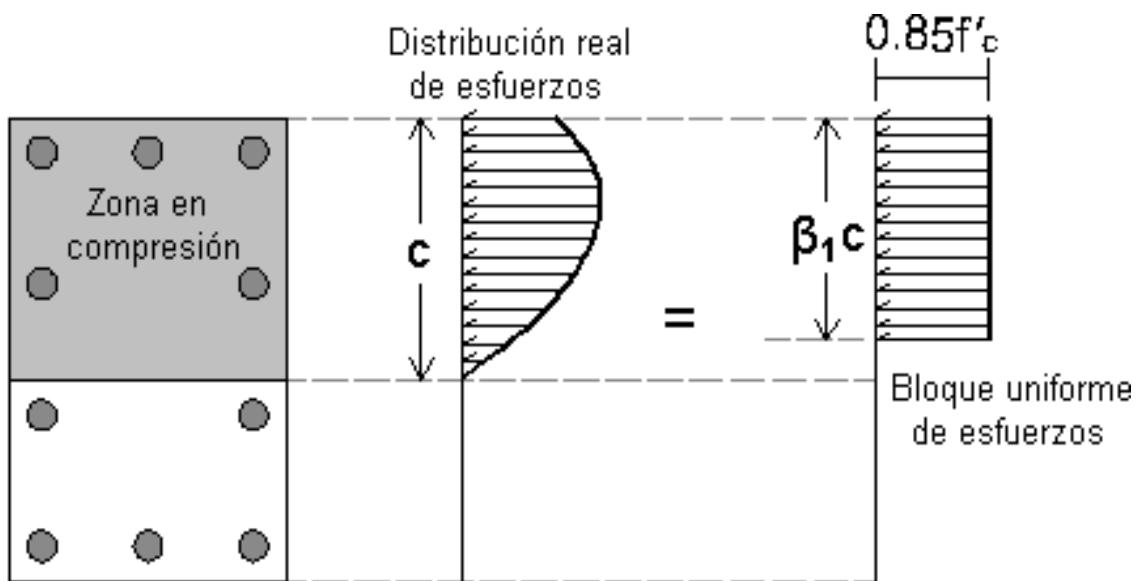


Figura 11. Distribución equivalente de los esfuerzos a compresión del hormigón

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

El valor de la profundidad del bloque equivalente (a) se calcula de la siguiente manera:

$$a = \beta_1 * c$$

Ecu. (8)

$f'c, \frac{kg}{cm^2}$	β_1
$180 \leq f'c \leq 280$	0.85
$280 < f'c < 560$	$0.85 - \frac{0.05(f'c - 280)}{70}$
$f'c \geq 560$	0.65

Tabla 2. Valores de β_1 para la distribución rectangular equivalente de esfuerzos en el hormigón.

Fuente: ACI-318 2014.

La carga axial máxima en columnas será:

Columnas reforzadas con estribos:

$$\phi P_{N(máx)} = \phi_1 \phi_2 [0.85 f'_c (A_g - A_{stotal}) + f_y A_{stotal}] \quad \text{Ecu. (9)}$$

Dónde: $\phi_1 = 0.8$ y $\phi_2 = 0.65$

Columnas reforzadas con zuncho:

$$\phi P_{N(máx)} = \phi_1 \phi_2 [0.85 f'_c (A_g - A_{stotal}) + f_y A_{stotal}] \quad \text{Ecu. (9)}$$

Dónde: $\phi_1 = 0.85$ y $\phi_2 = 0.75$

El coeficiente de reducción de resistencia ϕ aumenta linealmente hasta 0.90, cuando no cumple la siguiente condición:

$$P_u > 0.1 f'_c A_g \quad \text{Ecu. (10)}$$

Columnas reforzadas con estribos:

$$\phi_2 = 0.9 - \frac{2P_u}{f'_c * A_g} > 0.65 \quad \text{Ecu. (11)}$$

Columnas reforzadas con zuncho:

$$\phi_2 = 0.9 - \frac{1.5P_u}{f'_c * A_g} > 0.75 \quad \text{Ecu. (12)}$$

Con el conocimiento de previo de las dimensiones de la sección de las columnas por medio de un prediseño, propiedades de materiales, cargas externas, y tomando en cuenta estas hipótesis se facilita la obtención del diagrama de interacción. La obtención del diagrama es diferente para columnas sometidas a flexión uniaxial y columnas sometidas a flexión biaxial.

2.1.7.1.4 FLEXIÓN UNIAXIAL

Las columnas uniaxiales son aquellas donde la flexión debida al momento flector se presenta alrededor de uno de sus dos ejes principales X o Y .

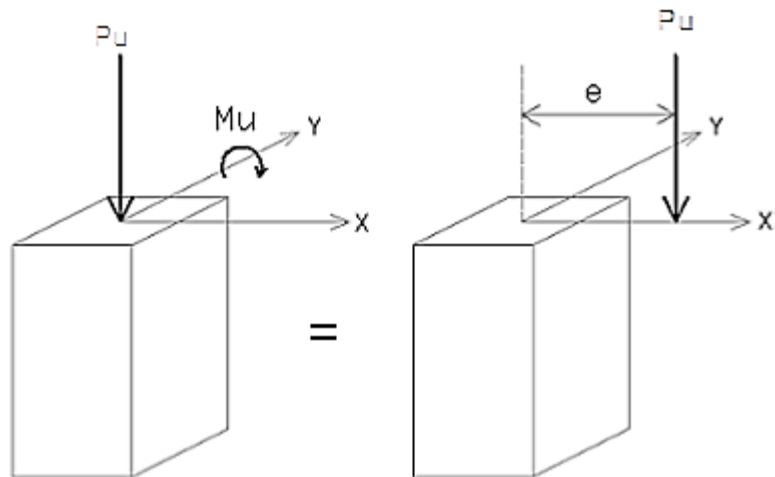


Figura 12. Modelo equivalente de las cargas externas

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

En la figura 12 se puede observar a una columna sometida a una carga axial y un momento flector sobre el eje Y , y su modelo simplificado que resulta reemplazar dicho momento por la misma carga axial a una excentricidad e desde su centro.

2.1.7.1.4.1 SECCIONES RECTAGULARES

La resistencia de la columna se encuentra dada por el hormigón a compresión y el acero de refuerzo a compresión y tensión.

La siguiente grafica muestra las fuerzas que intervienen en una sección de columna, dichas fuerzas tienen ubicaciones y magnitudes tales que conserven la estática en la sección.

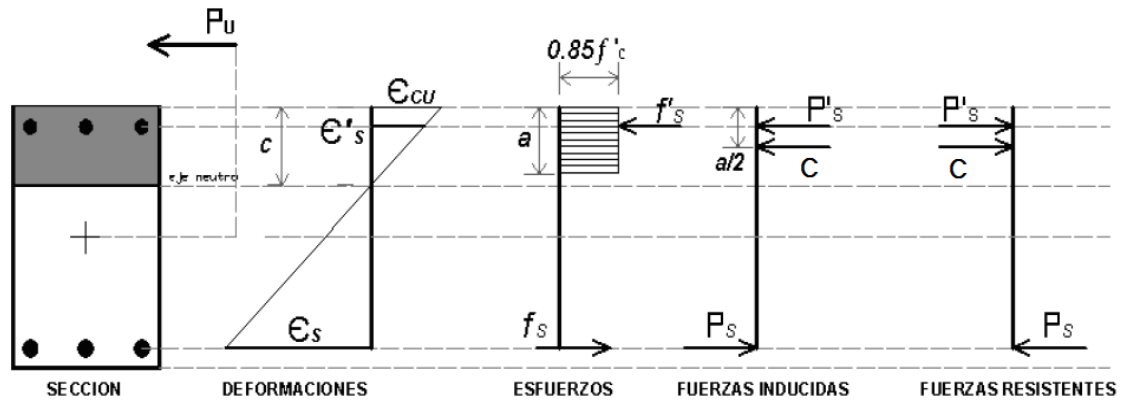


Figura 13. Diagrama de deformaciones, esfuerzos y fuerzas de una sección rectangular sujeta a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Los diagramas de las deformaciones, esfuerzos y fuerzas inducidas son producidos debido a la carga externa P_u sobre la sección de la columna.

Interpretando el diagrama de fuerzas resistentes se obtiene:

$$P_u = C + P's - P_s$$

Ecu. (13)

La resistencia de la columna a la carga axial externa es gracias a la oposición del área de hormigón y el acero que están comprimidos. El acero que se encuentra en tracción produce una fuerza que reduce la capacidad a compresión ante la carga axial.

Con la carga axial externa también existe un momento que intenta flexionar a las columnas, la sumatoria total de momentos presentes en la sección deben equilibrarse o ésta giraría infinitamente.

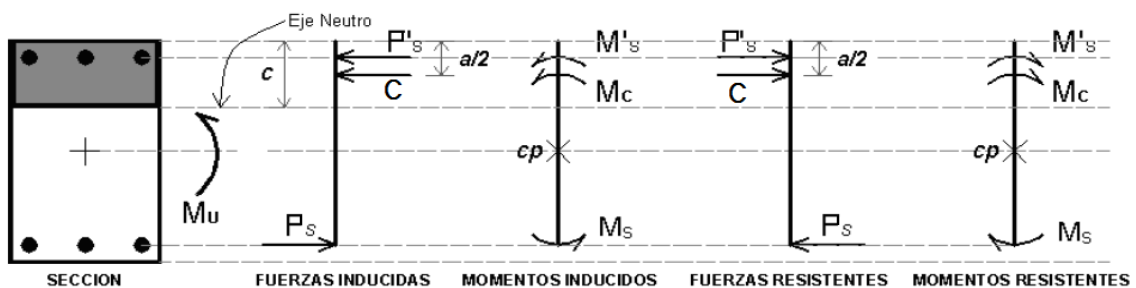


Figura 14. Diagrama de momentos y fuerzas de una sección rectangular sujeta a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

En la figura 14 cada una de las fuerzas sobre la sección genera un momento que intentan girar la sección. El impedimento de este giro de la sección está dado por los momentos resistentes medidos desde el centroide plástico (cp).

El equilibrio de los momentos se puede expresar de la siguiente manera:

$$M_u = M_c + M'_s + M_s \quad \text{Ecu. (14)}$$

El acero en tensión también hace una contribución en la resistencia del momento externo actuante sobre la sección a diferencia del caso de las fuerzas.

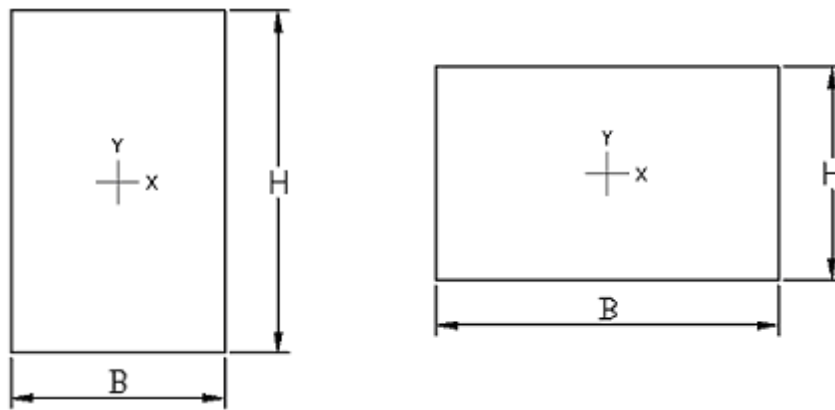


Figura 15. Base y altura de las secciones rectangulares

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

En la figura 15 se muestra que la altura (H) será siempre paralela al eje coordenado Y y la base (B) será siempre paralela al eje coordenado X.

El análisis para el diagrama uniaxial en X se lo debe realizar desde el borde inferior o superior de la sección, en cambio un análisis para el diagrama uniaxial en Y se lo realizara desde el borde izquierdo o derecho.

La elección del borde apropiado depende del eje respecto al cual se hará el diagrama y de los signos del momento externo, se debe tener en cuenta que el signo de un momento sólo hace referencia a su sentido.

Pasos para obtención del diagrama de interacción:

1. Calcular las coordenadas de los centroides de cada barra de acero de refuerzo. Se denomina $CoordX_i$ para las coordenadas en X y $CoordY_i$ para las coordenadas en Y.
2. Calcular la distancia d_i de los centroides de cada barra de acero medida desde el borde de la sección sometida al máximo esfuerzo de compresión. Las distancias se miden de manera paralela al eje Y y al eje X respectivamente. En la figura 2.16 se muestra el valor de d_i de la barra de acero numerada (número siete) tanto para un análisis uniaxial en X como en Y, donde la máxima compresión está en el borde inferior de la sección para el análisis en X y el borde derecho para el análisis en Y.

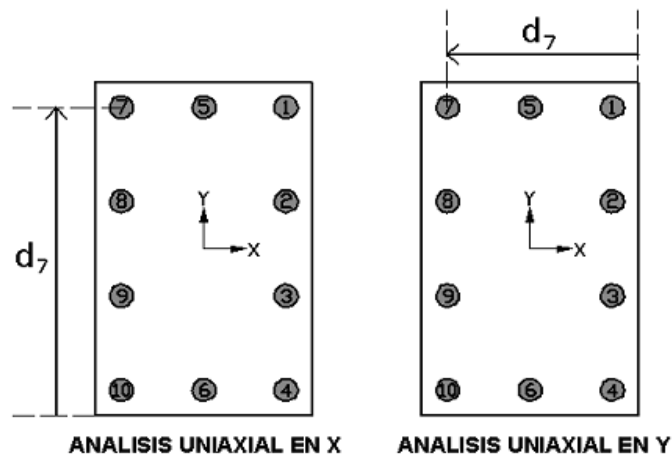


Figura 16. Medición del parámetro d_i en una sección rectangular sometida a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Para análisis uniaxiales en X:

$$d_i = \frac{H}{2} \pm CoordY_i \quad \text{Ecu. (15)}$$

Para análisis uniaxiales en Y:

$$d_i = \frac{B}{2} \pm CoordX_i \quad \text{Ecu. (16)}$$

El signo varía dependiendo el signo del momento.

3. Se asume un valor del eje neutro c que recorre la sección de la columna paralela al eje coordenado sobre el cual es aplicado el momento.
4. Calcular la distancia X_i medida desde el eje neutro y perpendicular a este, hasta el centroide de cada una de las barra de refuerzo.

$$X_i = c - d_i \quad \text{Ecu. (17)}$$

5. Calcular las deformaciones de cada barra de refuerzo.

$$\epsilon_{s_i} = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c} \quad \text{Ecu. (18)}$$

6. Calcular el esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f_{s_i} = \epsilon_{s_i} E_s \quad \text{Ecu. (19)}$$

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f_{s_i} \leq f_y$$

El esfuerzo del acero tomara un valor igual al esfuerzo de fluencia.

7. Calcular la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P_{s_i} = A_{s_i} f_{s_i} \quad \text{Ecu. (20)}$$

8. Calcular la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_s = \sum P_{s_i} \quad \text{Ecu. (21)}$$

9. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum P_{s_i} d_i}{P_s} \quad \text{Ecu. (22)}$$

10. Calcular la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.85 f'c * a * B \quad \text{Ecu. (23)}$$

$$a = \beta_1 c \quad \text{Ecu. (24)}$$

11. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el hormigón.

$$\bar{X}_c = \frac{a}{2} \quad \text{Ecu. (25)}$$

12. Calcular la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + P_s \quad \text{Ecu. (26)}$$

13. Calcular la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C\bar{X}_c + P_s\bar{X}_s}{C + P_s} \quad \text{Ecu. (27)}$$

14. Calcular distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g \left(\frac{B\phi H}{2} \right) + \sum A_{si} d_i}{A_{ST} + A_g} \quad \text{Ecu. (28)}$$

$$A_{st} = \sum A_{si} \quad \text{Ecu. (29)}$$

15. Calcular la excentricidad.

$$e = \bar{X}_{CP} - \bar{X}_N \quad \text{Ecu. (30)}$$

16. Calcular el momento resistente.

$$M_N = P_N * e \quad \text{Ecu. (31)}$$

17. Calcular la fuerza y momentos resistentes últimos.

$$P_u = \phi P_N \quad \text{Ecu. (32)}$$

$$M_u = \phi M_N \quad \text{Ecu. (33)}$$

2.1.7.1.5.2 SECCIONES CIRCULARES

El análisis exacto de columnas circulares se realiza de manera similar al de las columnas rectangulares, aplicando los conceptos de compatibilidad de las deformaciones y del equilibrio estático. Su resistencia es suministrada por sus materiales constitutivos el hormigón y el acero de refuerzo.

Como se muestra en la figura 17, el equilibrio de fuerzas está dado por:

$$P_u = C + P'_s - P_s \quad \text{Ecu. (34)}$$

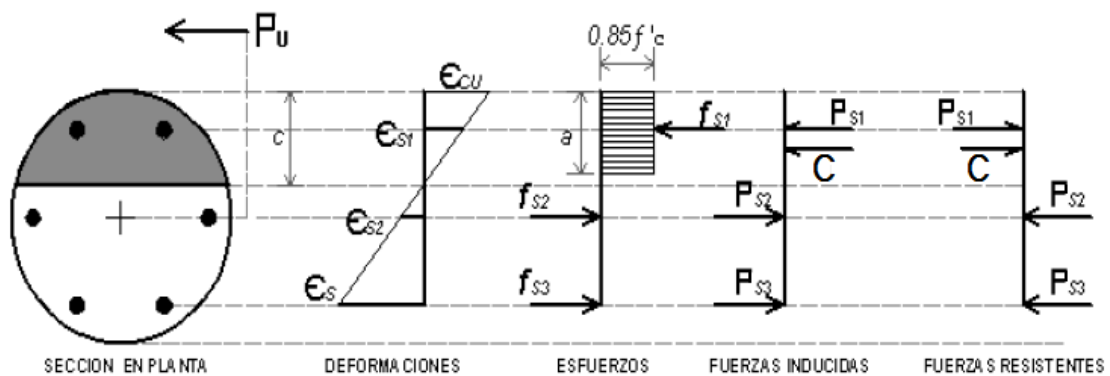


Figura 17. Diagrama de deformaciones, esfuerzos y fuerzas de una sección circular sujeta a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Como se muestra en la figura 2.18, el equilibrio de momentos

$$M_u = M_c + M'_s + M_s \quad \text{Ecu. (35)}$$

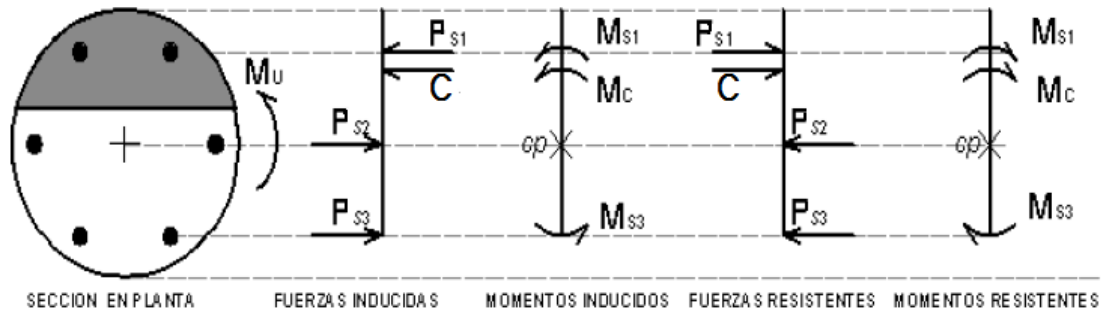


Figura 18. Diagrama de momentos y fuerzas de una sección circular sujeta a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Se puede observar que el cambio más notorio entre las secciones circulares y rectangulares, es la manera de obtener la fuerza resistente del hormigón en compresión C y su momento resistente M_c , debido a que el área cargada de esfuerzos $0.85f'_c$ será ahora una fracción de círculo. Por lo que hay que buscar ecuaciones adecuadas para la obtención del área de la fracción de círculo y del punto de acción donde actuará la fuerza resistente del hormigón.

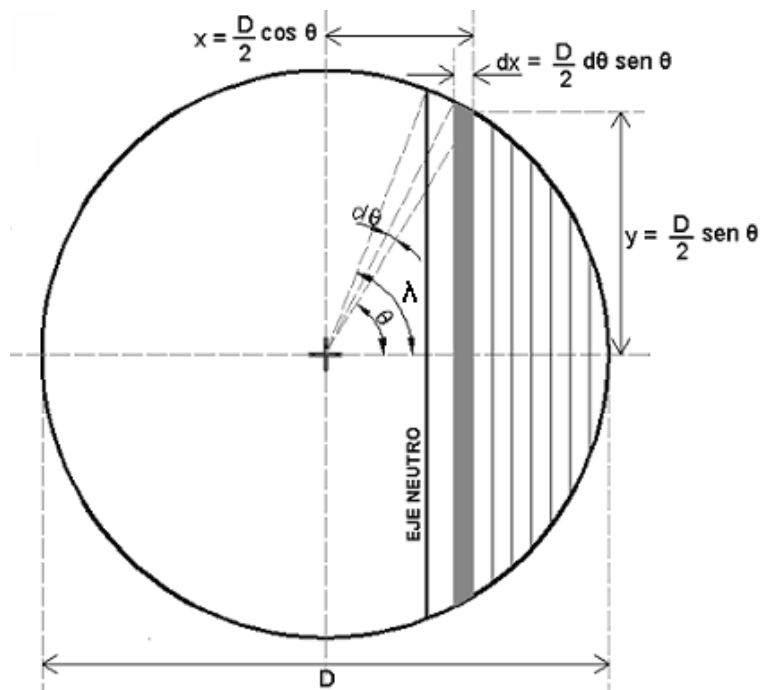


Figura 19. Variables necesarias para la determinación del área a compresión de la sección circular

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Como se muestra en la figura 19, d es el diámetro de la sección circular y λ el ángulo de inclinación medido con respecto a la horizontal, de una línea imaginaria que se traza desde el centro del círculo hasta el punto de corte entre el eje neutro y la circunferencia.

Las ecuaciones de la figura 19 son fácilmente deducibles, se presenta a continuación la deducción de dx , que es la de más complicada de obtener.

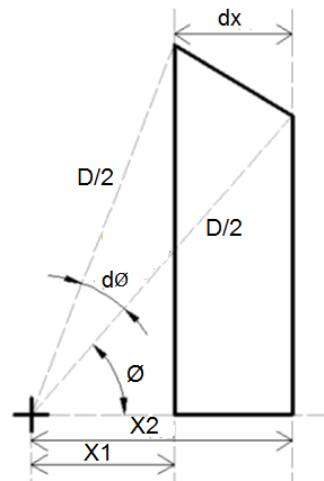


Figura 20. Elemento diferencial de una fracción de círculo

Fuente: Ebenezer Bassantes

De la figura deducimos que:

$$dx = X_2 - X_1$$

Por trigonometría:

$$X_1 = \frac{D}{2} \cos(\theta + d\theta)$$

$$X_2 = \frac{D}{2} \cos \theta$$

Sustituyendo:

$$dx = \frac{D}{2} (\cos \theta - \cos(\theta + d\theta))$$

Sabiendo que:

$$\cos(\theta + d\theta) = \cos \theta \cos d\theta - \sin \theta \sin d\theta$$

$$\sin d\theta = d\theta \text{ y } \cos d\theta = 1$$

Simplificando:

$$\cos(\theta + d\theta) = \cos\theta - \text{Sen}\theta d\theta$$

Reemplazando:

$$dx = \frac{D}{2} (\cos\theta - \cos\theta + \text{Sen}\theta d\theta)$$

$$dx = \frac{D}{2} \text{Sen}\theta d\theta$$

Estas ecuaciones son indispensables para la obtención de las expresiones con las cuales se logra calcular el área semicircular del hormigón que se encuentra a compresión, la fuerza resistente y su punto de acción.

El área a compresión aunque este tiene forma trapezoidal, se puede simplificar en un área equivalente rectangular cuyo valor de área es igual a $2ydx$.

La sumatoria de todos los diferenciales es en sí el área total en compresión, esto se logra calculando la integral definida entre 0 y el ángulo λ , la fuerza resistente se obtiene multiplicando esta área por el valor de $0.85f'_c$.

Deducción de la ecuación:

$$C = 0.85 f'_c \int 2y dx$$

$$C = 0.85 f'_c \int_0^\lambda D \text{Sen}\theta \left(-\frac{D}{2} \text{Sen}\theta\right) d\theta$$

$$C = 0.425 D^2 f'_c \int_0^\lambda \text{sen}^2\theta d\theta$$

Resolviendo la integral:

$$C = 0.425 D^2 f'_c \left[\frac{\theta}{2} - \frac{(\text{Sen}2\theta)}{4} \right]_0^\lambda$$

$$C = 0.2125 D^2 f'_c (\lambda - \text{Sen}\lambda \text{Cos}\lambda)$$

Ecu. (36)

El valor de λ depende del diámetro de la sección y la posición del eje neutro c y. Se la obtiene con la siguiente ecuación:

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right) \quad \text{Ecu. (37)}$$

Si:

$$a = 0.85c$$

$$a > D$$

Entonces:

$$\lambda = \pi$$

La ubicación donde actuará la fuerza resistente del hormigón se obtiene de la siguiente manera:

$$\bar{X}_0 = \frac{\int 2yx \, dx}{\int 2y \, dx}$$

Sabiendo:

$$x = \frac{D}{2} \cos\theta$$

$$y = \frac{D}{2} \sin\theta$$

Reemplazando:

$$\bar{X}_0 = \frac{\frac{D^3}{4} \int_0^\lambda \sin^2\theta \cos\theta \, d\theta}{\frac{D^2}{4} \int_0^\lambda \sin^2\theta \, d\theta}$$

Resolviendo la integral definida:

$$\bar{X}_0 = \left(\frac{D}{3} \right) \frac{\sin^3\lambda}{\lambda - \sin\lambda \cos\lambda} \quad \text{Ecu. (38)}$$

La ubicación de la fuerza resistente proporcionado por el hormigón medido desde el borde extremo a máxima compresión de la sección circular será:

$$\bar{X}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0 \quad \text{Ecu. (39)}$$

Pasos para obtención del diagrama de interacción

1. Calcular las coordenadas de los centroides de cada barra de acero de refuerzo. Se denomina $CoordX_i$ para las coordenadas en X y $CoordY_i$ para las coordenadas en Y.
2. Calcular la distancia d_i de cada barra de acero medida desde una línea imaginaria vertical u horizontal que pasa tangencialmente al punto de máxima compresión hasta en centroide de cada barra de acero. Estas medidas son perpendiculares a esta línea imaginaria y esta a su vez es paralela al eje sobre el cual se esté realizando el diagrama.

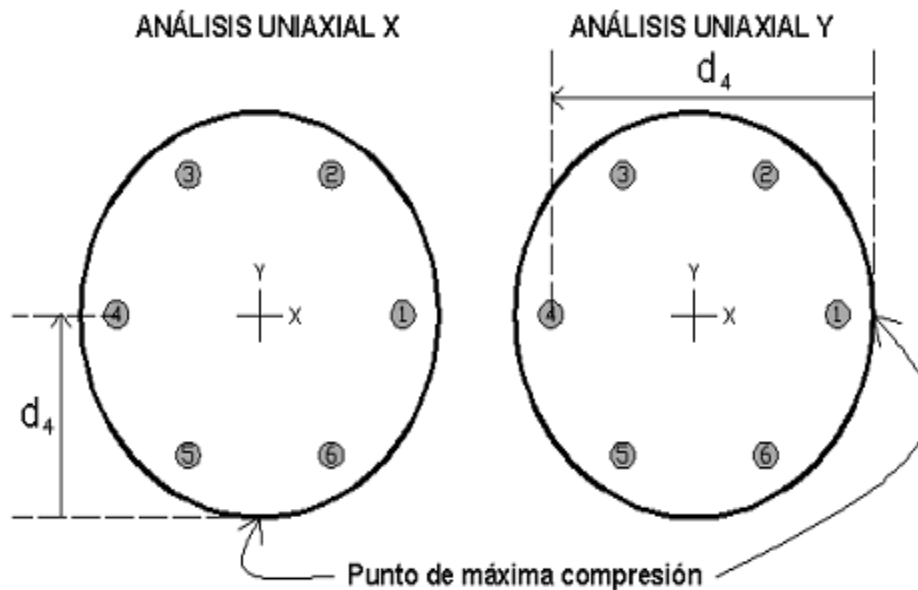


Figura 21. Medición del parámetro d_i en una sección circular sometida a flexión uniaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Para análisis uniaxiales en X:

$$d_i = \frac{D}{2} \pm CoordY_i \quad \text{Ecu. (40)}$$

Para análisis uniaxiales en Y:

$$d_i = \frac{D}{2} \pm CoordX_i$$

Ecu. (41)

El signo varía dependiendo del signo del momento.

3. Se asume un valor del eje neutro c que recorre la sección de la columna paralela al eje coordinado sobre el cual es aplicado el momento.
4. Calcular la distancia X_i medida desde el eje neutro y perpendicular a este, hasta el centroide de cada una de las barra de refuerzo.

$$X_i = c - d_i$$

Ecu. (42)

5. Calcular las deformaciones de cada barra de refuerzo.

$$\epsilon_{s_i} = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c}$$

Ecu. (43)

6. Calcular el esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f_{s_i} = \epsilon_{s_i} E_s$$

Ecu. (44)

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f_{s_i} \leq f_y$$

El esfuerzo del acero tomara un valor igual al esfuerzo de fluencia.

7. Calcular la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P_{s_i} = A_{s_i} f_{s_i}$$

Ecu. (45)

8. Calcular la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_s = \sum P_{s_i}$$

Ecu. (46)

9. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum P_{si} d_i}{P_s}$$

Ecu. (47)

10. Calcular el valor del ángulo λ en radianes

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

Ecu. (48)

11. Calcular la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.2125 D^2 f'c (\lambda - \text{Sen } \lambda \text{ Cos } \lambda)$$

Ecu. (49)

Pero si:

$$c > \frac{D}{0.85}$$

Entonces:

$$\lambda = \pi$$

12. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el hormigón.

$$\bar{X}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0$$

Ecu. (50)

Dónde:

$$\bar{X}_0 = \left(\frac{D}{3} \right) * \frac{\text{sen}^3 \lambda}{\lambda - \text{sen} \lambda \text{ cos} \lambda}$$

Ecu. (51)

13. Calcular la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + P_s$$

Ecu. (52)

14. Calcular la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C \bar{X}_c + P_s \bar{X}_s}{C + P_s}$$

Ecu. (53)

15. Calcular distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g \left(\frac{D}{2}\right) + \sum A_{si} d_i}{A_{ST} + A_g}$$

Ecu. (54)

$$A_{st} = \sum A_{si}$$

Ecu. (55)

16. Calcular la excentricidad.

$$e = \bar{X}_{CP} - \bar{X}_N$$

Ecu. (56)

17. Calcular el momento resistente.

$$M_N = P_N * e$$

Ecu. (57)

18. Calcular la fuerza y momentos resistentes últimos.

$$P_u = \phi P_N$$

Ecu. (58)

$$M_u = \phi M_N$$

Ecu. (59)

Uniaxial alrededor del eje X	Sección rectangular y cuadrada	Sección circular
Mux positivo		
Mux negativo		

Tabla 3. Convención de signos alrededor del eje X para secciones rectangulares, cuadradas y circulares
Fuente: Ebenezer Bassantes

Uniaxial alrededor del eje Y	Sección rectangular y cuadrada	Sección circular
Muy positivo		
Muy negativo		

Tabla 4. Convención de signos alrededor del eje Y para secciones rectangulares, cuadradas y circulares
Fuente: Ebenezer Bassantes

2.1.7.1.6 FLEXIÓN BIAxIAL

Las columnas están sujetas a carga axial y flexión biaxial en su mayoría, son columnas donde los elementos concurren sobre ella como: vigas, losas, entre otros, y llegan desde 2 o más direcciones, transfiriendo a la columna carga y momento.

En estas columnas existen momentos alrededor de ambos ejes principales X e Y .

En la figura 22, el momento M_{ux} sobre el eje X , y el momento M_{uy} sobre el eje Y , pueden ser representados con una carga axial P_u a una cierta distancia que se calcula de la siguiente manera:

$$e_x = \frac{M_{UY}}{P_U} \quad \text{Ecu. (60)}$$

$$e_y = \frac{M_{UX}}{P_U} \quad \text{Ecu. (61)}$$

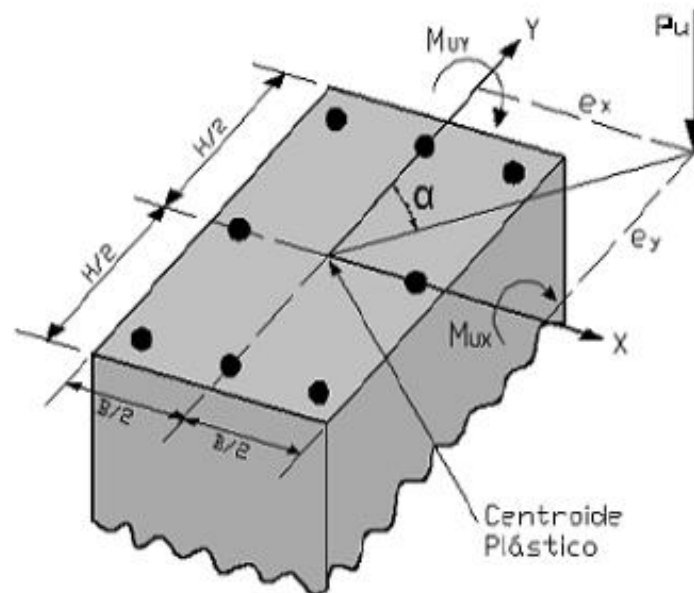


Figura 22. Columna sometida a flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Se debe definir el ángulo de la excentricidad α de la carga externa P_U :

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{e_x}{e_y} \right) \quad \text{Ecu. (62)}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{M_{UY}}{M_{UX}} \right) \quad \text{Ecu. (63)}$$

Si el valor del ángulo es $\alpha = 0^\circ$ corresponde a flexión uniaxial en X y si el valor del ángulo es $\alpha = 90^\circ$ corresponden a flexión uniaxial en Y . En cambio si el valor de α oscila entre 0° y 90° representan una condición general de la flexión biaxial.

2.1.7.1.6.1 SECCIONES RECTANGULARES

Bajo flexión biaxial, el eje neutro estará inclinado en un ángulo θ con respecto a una de las caras de la sección de la columna, indicando una zona en compresión diferente a la rectangular. Además, la excentricidad de la carga aplicada no es perpendicular al eje neutro.

Debido a este inconveniente las áreas en compresión son algo más complejas además de la rectangular, única tenida en cuenta en flexión uniaxial. El área en compresión puede presentar cualquiera de las siguientes formas:

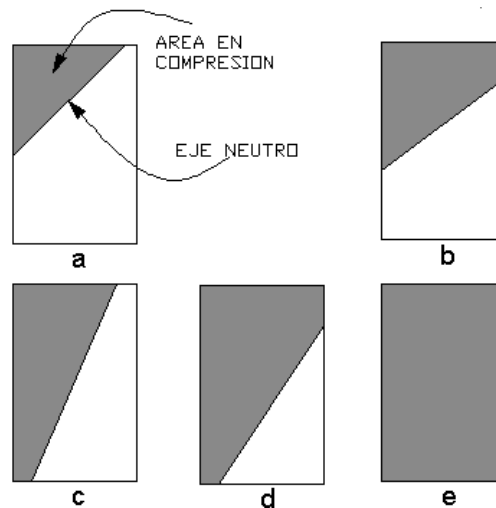


Figura 23. Áreas en compresión emergentes ante flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns*.

La fuerza resistente del hormigón C puede ser calculada de tal manera que es el producto entre el $0.85f'_c$, y el área de la sección en compresión A_c . Y su punto de aplicación de esta fuerza depende de la forma del área en compresión.

La fuerza resistente de acero de refuerzo se puede calcular su deformación, esfuerzo y fuerza resistente, utilizando la compatibilidad de deformaciones y las relaciones esfuerzo deformación como en flexión uniaxial.

Las fuerzas antes mencionadas dependen primordialmente de la orientación y la posición del eje neutro.

Como se muestra en la figura 24 (a) se puede ver que el área a compresión es triangular, también se muestra las coordenadas (X_c, Y_c) de la fuerza de compresión en el hormigón C y las excentricidades e_x y e_y de la carga externa aplicada P_u .

En la figura 24 (b) se encuentran los diagramas de deformación, esfuerzo y fuerzas para una distancia e e inclinación para un eje neutro dado.

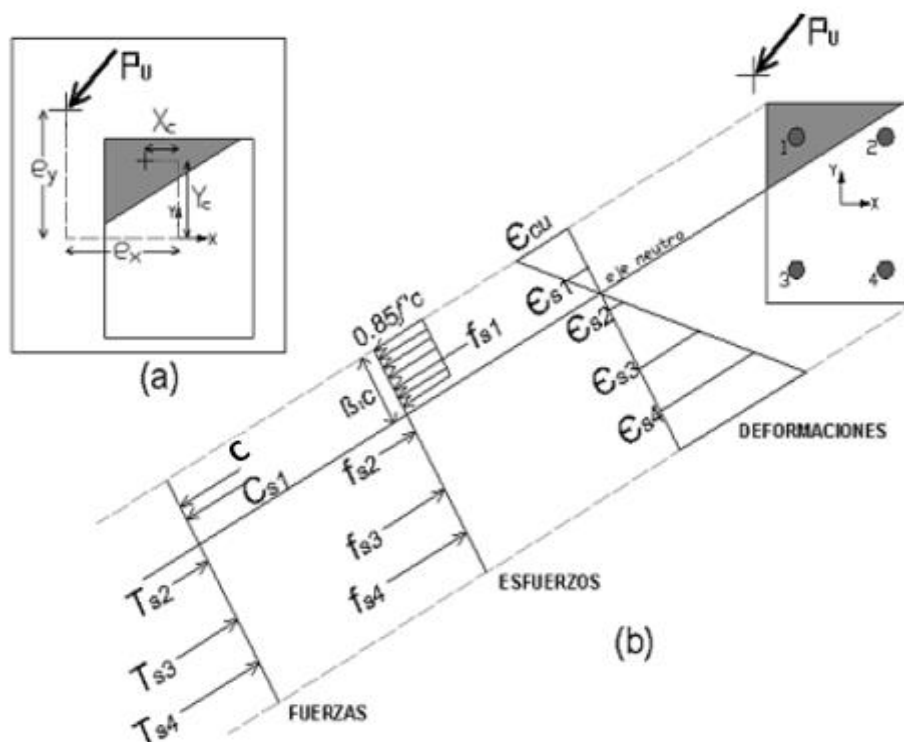


Figura 24. Diagramas de deformaciones, esfuerzos y fuerzas de una sección rectangular sujeta a flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

La fuerza en equilibrio puede ser expresada como:

$$Pu = C + \Sigma Csi + \Sigma Tsi \quad \text{Ecu. (64)}$$

Los momentos en equilibrio se toman de la forma:

Para la flexión sobre el eje X:

$$Muy = C \bar{Y}_c + \Sigma(Csi ysi) + \Sigma(Tsi ysi) \quad \text{Ecu. (65)}$$

Para la flexión sobre el eje Y:

$$Mux = C \bar{X}_c + \Sigma(Csi xsi) + \Sigma(Tsi xsi) \quad \text{Ecu. (66)}$$

Dónde:

x_{si}, y_{si} : Coordenadas X e Y de cada barra de refuerzo, medidas respecto al centro de la sección, como se midieron las excentricidades e_x, e_y , y el punto de aplicación de fuerza resistente del hormigón x_c, y_c mostrados en la figura 24 (a).

Desde donde se midan los parámetros anteriores es arbitrario debido a que en algún punto de la sección debe existir la condición de reposo.

Pasos para obtención del diagrama de interacción:

1. Calcular la carga axial máxima.

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = \emptyset_1 \emptyset_2 (0.85 f'_c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST}) \quad \text{Ecu. (67)}$$

2. Calcular el ángulo α

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{M_{uY}}{M_{uX}} \right) \quad \text{Ecu. (68)}$$

3. Calcular las coordenadas de los centroides de cada barra de acero de refuerzo. Se denomina $CoordX_i$ para las coordenadas en X y $CoordY_i$ para las coordenadas en Y.

- Calcular las distancias dx_i y dy_i medidos desde los dos bordes adyacentes apropiados de la sección de la columna hasta el centroide de cada barra de refuerzo.

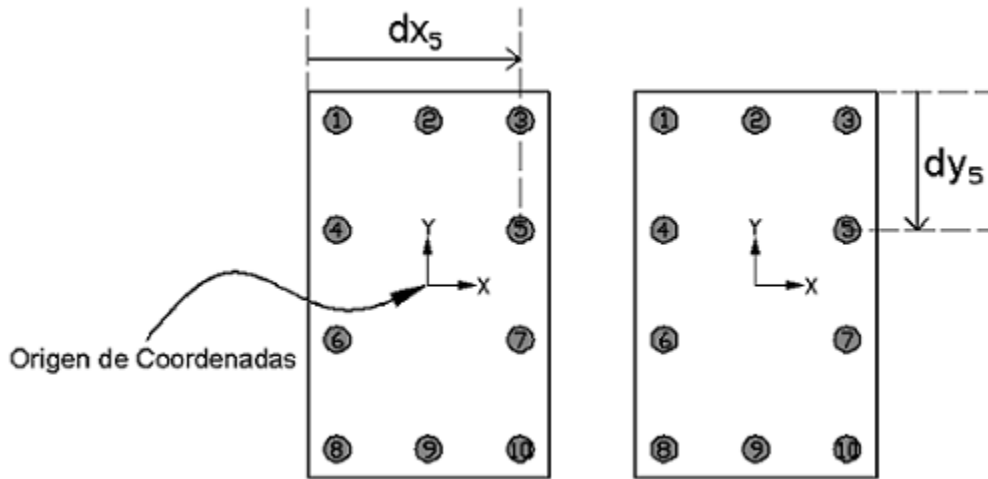


Figura 25. Medición de los parámetros dx y dy en las secciones rectangulares sometidas a flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

$$dx_i = \frac{B}{2} \pm \text{Coord}X_i \quad \text{Ecu. (69)}$$

$$dy_i = \frac{H}{2} \pm \text{Coord}Y_i \quad \text{Ecu. (70)}$$

Los signos varían dependiendo de los signos de los momentos

- Asumir un valor para c' que recorre la sección de la columna, y asumir un valor para el ángulo θ que recorre de 0rad a $\pi/2\text{rad}$.
- Calcular la distancia X_i medida desde el eje neutro y perpendicular a este, hasta el centroide de cada una de las barra de refuerzo.

$$X_i = c' \text{Sen } \theta - [dx_i \text{Cos } \theta + dy_i \text{Sen } \theta] \quad \text{Ecu. (71)}$$

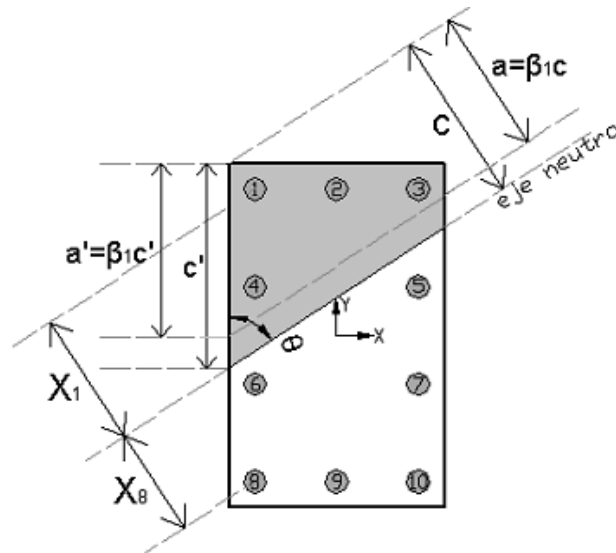


Figura 26. Parámetros importantes para el análisis biaxial

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

7. Calcular las deformaciones de cada barra de refuerzo.

$$\epsilon_{si} = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c' \text{sen} \theta}$$

Ecu. (72)

8. Calcular el esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f_{si} = \epsilon_{si} E_s$$

Ecu. (73)

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f_{si} \leq f_y$$

El esfuerzo del acero tomara un valor igual al esfuerzo de fluencia

9. Calcular la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P_{si} = A_{si} f_{si}$$

Ecu. (73)

10. Calcular la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_s = \sum P_{si}$$

Ecu. (74)

11. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum F_{si} dx_i}{F_s} \quad \text{Ecu. (75)}$$

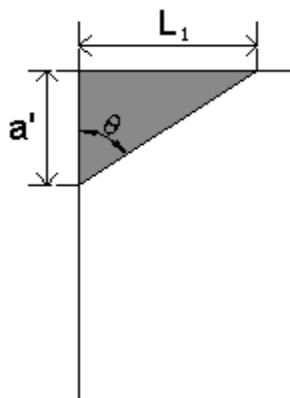
$$\bar{Y}_s = \frac{\sum F_{si} dy_i}{F_s} \quad \text{Ecu. (76)}$$

12. Calcular la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.85 f'_c A_c \quad \text{Ecu. (77)}$$

Condiciones para determinar la forma del área que posee A_c .

Si $\theta \leq \text{Tan}^{-1} \left(\frac{B}{a'} \right)$ y $a' \leq H$ entonces A_c es triangular



1. $\theta \leq \text{Tan}^{-1} (B / a')$ y $a' \leq H$

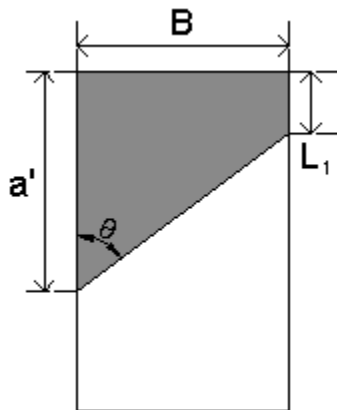
2. $L_1 = a' \text{Tan } \theta$

3. $A_c = \frac{a' L_1}{2}$

Figura 27. Área en compresión triangular

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Si $\theta > \tan^{-1} \left(\frac{B}{a'} \right)$ y $a' \leq H$ entonces A_c es trapezoidal de tipo 1



1. $\theta > \tan^{-1} (B / a')$ y $a' \leq H$

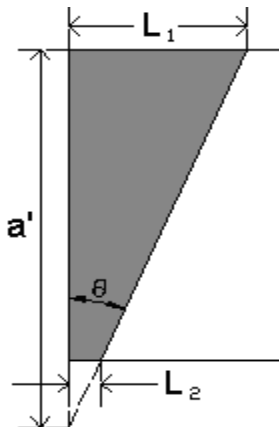
2. $L_1 = \frac{a' \tan \theta - B}{\tan \theta}$

3. $A_c = \frac{B (L_1 + a')}{2}$

Figura 28. Área en compresión trapezoidal (tipo 1)

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

Si $\theta \leq \tan^{-1} \left(\frac{B}{a'} \right)$ y $a' > H$ entonces A_c es trapezoidal de tipo 2.



1. $\theta \leq \tan^{-1} (B / a')$ y $a' > H$

2. $L_1 = a' \tan \theta$ y $L_2 = (a' - H) \tan \theta$

3. $A_c = \frac{H(L_1 + L_2)}{2}$

Figura 29. Área en compresión trapezoidal (tipo 2)

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

Si $\theta > \tan^{-1}\left(\frac{B}{a'}\right)$ y $a' > H$ entonces A_c es trapezoidal de tipo 3

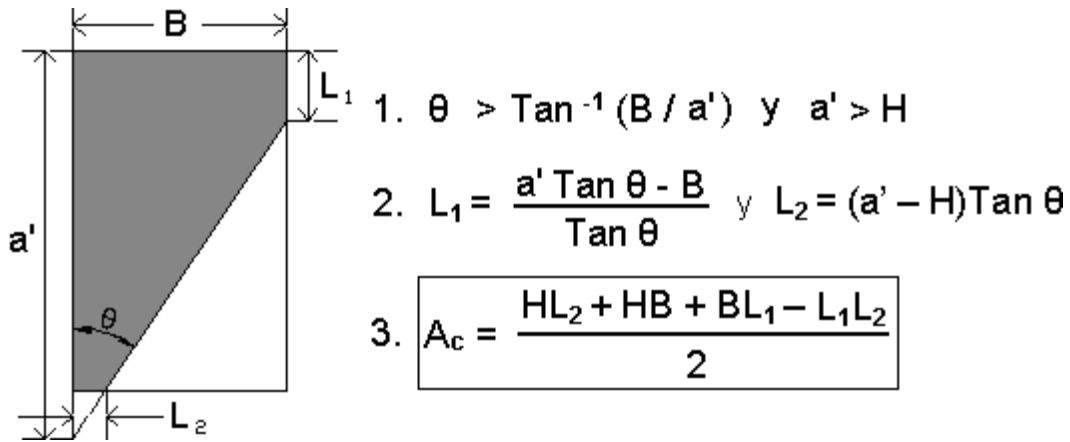


Figura 30. Área en compresión trapezoidal (tipo 3)

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

Si $\theta > \tan^{-1}\left(\frac{B}{a' - H}\right)$ y $a' > H$ entonces A_c es rectangular

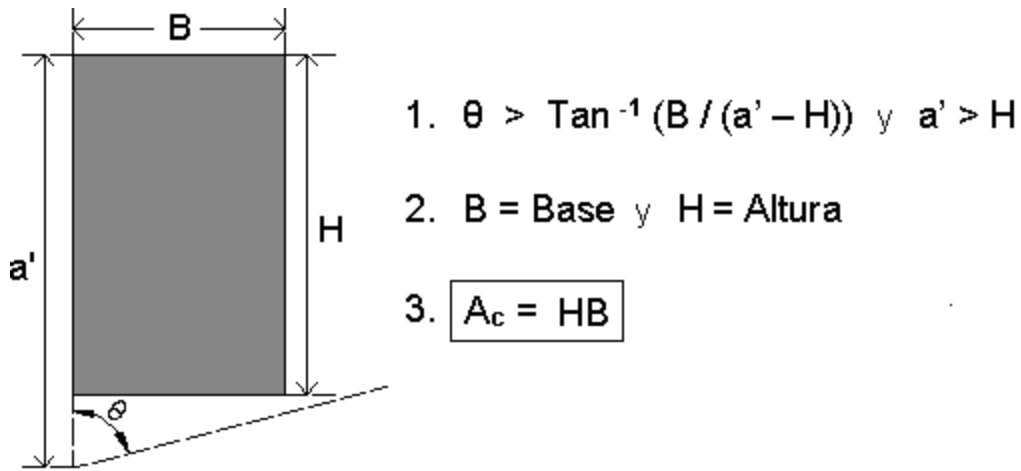
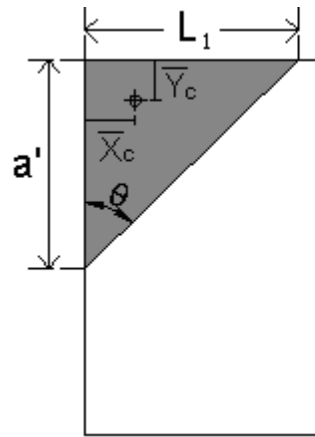


Figura 31. Área en compresión rectangular

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

13. Calcular la ubicación donde se aplicara la fuerza aportada por el hormigón.

\bar{X}_c y \bar{Y}_c : Se determina según la forma del área de compresión A_c .



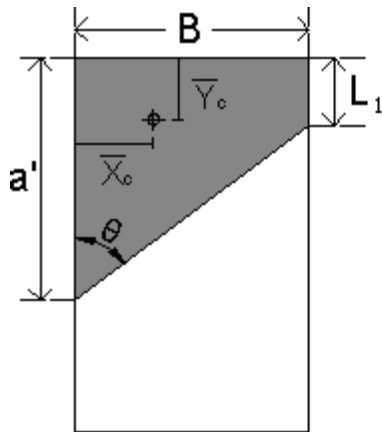
1. $L_1 = a' \tan \theta$

2. $\bar{X}_c = L_1 / 3$

3. $\bar{Y}_c = a' / 3$

Figura 32. Área en compresión triangular en coordenadas X e Y

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.



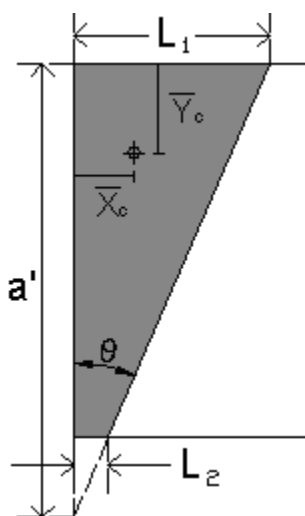
1. $L_1 = \frac{a' \tan \theta - B}{\tan \theta}$

2. $\bar{X}_c = \frac{B(2L_1 + a')}{3(L_1 + a')}$

3. $\bar{Y}_c = \frac{(a'^2 + a'L_1 + L_1^2)}{3(L_1 + a')}$

Figura 33. Área en compresión trapezoidal (tipo 1) en coordenadas X e Y

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.



1. $L_1 = a' \tan \theta$ y $L_2 = (a' - H) \tan \theta$

2. $\bar{X}_c = \frac{(L_1^2 + L_1 L_2 + L_2^2)}{3(L_1 + L_2)}$

3. $\bar{Y}_c = \frac{H(L_1 + 2L_2)}{3(L_1 + L_2)}$

Figura 34. Área en compresión trapezoidal (tipo 2) en coordenadas X e Y

Fuente: M, EHSANI. Cad for Columns.

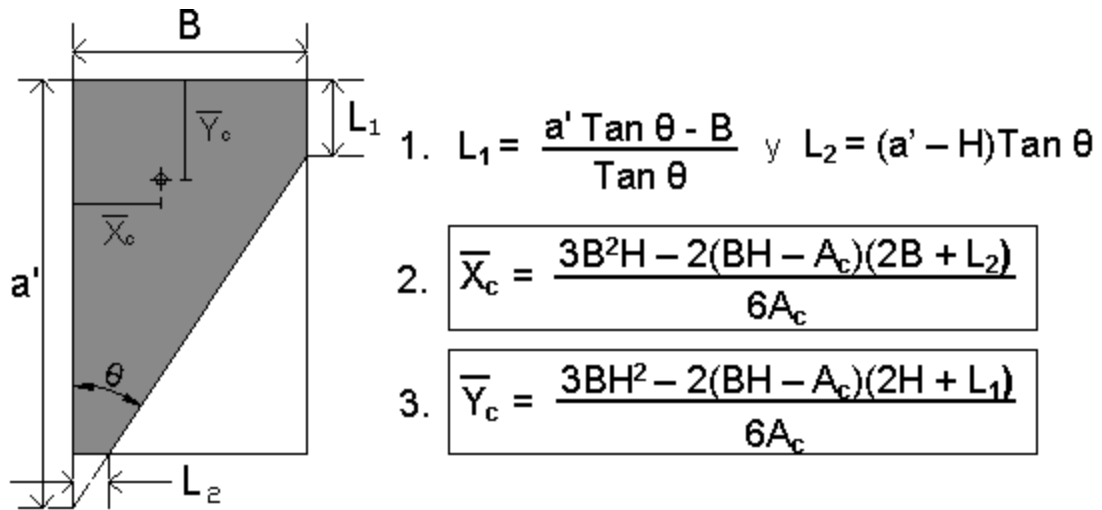


Figura 35. Área en compresión trapezoidal (tipo 3) en coordenadas X e Y

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

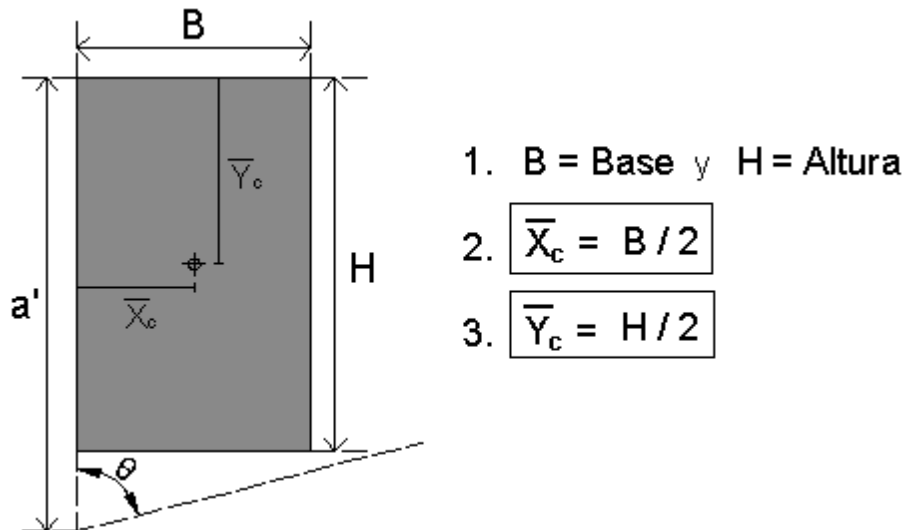


Figura 36. Área en compresión rectangular en coordenadas X e Y

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

14. Calcular la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + P_s$$

Ecu. (78)

15. Calcular la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C\bar{X}_c + P_s\bar{X}_s}{P_N}$$

Ecu. (79)

$$\bar{Y}_N = \frac{C\bar{Y}_c + P_s\bar{Y}_s}{P_N}$$

Ecu. (80)

16. Calcular distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g \frac{B}{2} + \sum A_{si} dx_i}{A_{St} + A_g}$$

Ecu. (81)

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{A_g \frac{H}{2} + \sum A_{si} dy_i}{A_{St} + A_g}$$

Ecu. (82)

17. Calcular la excentricidad.

$$e_x = \bar{X}_N - \bar{X}_{CP}$$

Ecu. (83)

$$e_y = \bar{Y}_N - \bar{Y}_{CP}$$

Ecu. (84)

18. Calcular el momento resistente en X e Y .

$$M_{NX} = P_N e_y$$

Ecu. (85)

$$M_{NY} = P_N e_x$$

Ecu. (86)

19. Calcular la fuerza y momentos resistentes últimos.

$$P_u = \phi P_N$$

Ecu. (87)

$$M_{ux} = \phi M_{Nx}$$

Ecu. (88)

$$M_{uy} = \phi M_{Ny}$$

Ecu. (89)

20. Se confirma la siguiente inecuación:

$$\phi P_N < \phi P_{N(\text{máx})}$$

Ecu. (90)

Si se cumple esta condición, se continúa el procedimiento. Si no cumple se interrumpe el proceso para que se reinicia el ángulo θ desde su valor inicial y se aumenta el valor del parámetro c' .

21. Se evalúa la siguiente igualdad:

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\phi M_{NY}}{\phi M_{NX}} \right)$$

Ecu. (91)

Si existe una aproximación considerable o cumple la igualdad se continúa el procedimiento. Si no cumple, se mantiene el valor actual del parámetro c' , se asume otro valor del ángulo θ . El procedimiento se vuelve a iniciar desde el numeral 6. Si el ángulo θ llega a $\pi/2$ rad, se asume otro valor del parámetro c' y se reinicia el valor del ángulo θ , el procedimiento se vuelve a iniciar desde el numeral 5.

22. Calcular el momento nominal resistente resultante.

$$M_N = \sqrt{M_{NX}^2 + M_{NY}^2}$$

Ecu. (92)

23. Calcular el momento y fuerza resistente de diseño.

$$M_u = \phi M_N$$

Ecu. (93)

$$P_u = \phi P_N$$

Ecu. (94)

Estos valores de fuerza y momento de diseño configurarán las respectivas coordenadas X y Y del diagrama de interacción.

2.1.7.1.6.2 SECCIONES CIRCULARES

En general, para describir la resistencia de las secciones circulares se puede utilizar la misma teoría usada en las secciones rectangulares. También se emplearán las mismas expresiones y ecuaciones descritas en flexión uniaxial.

Como se muestra en la figura 37, se presenta una sección circular reforzada en la misma que actúa una fuerza externa P_u aplicada a una excentricidad e_x y e_y del centro de la sección.

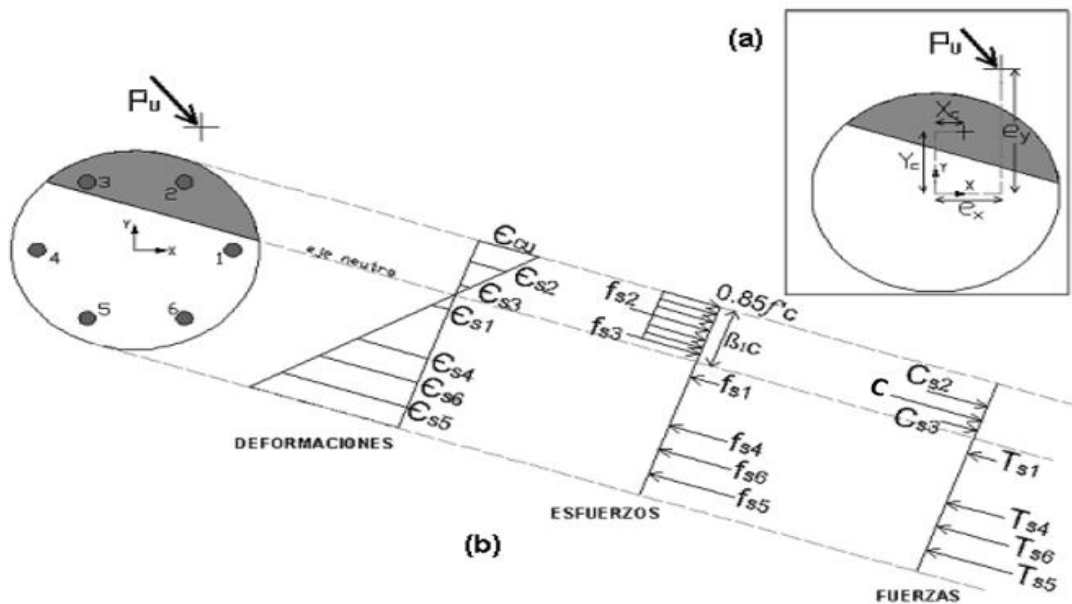


Figura 37. Diagramas de deformaciones, esfuerzos y fuerzas de una sección circular sujeta a flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

Equilibrio de fuerzas:

$$P_u = C + \Sigma Csi + \Sigma Tsi \quad \text{Ecu. (95)}$$

Equilibrio de momentos:

Para la flexión sobre el eje X:

$$Muy = C \bar{Y}_c + \Sigma(Csi ysi) + \Sigma(Tsi ysi) \quad \text{Ecu. (96)}$$

Para la flexión sobre el eje Y:

$$M_{ux} = C \bar{X}_c + \Sigma(Csi xsi) + \Sigma(Tsi xsi) \quad \text{Ecu. (97)}$$

Pasos para obtención del diagrama de interacción:

1. Calcular la carga axial máxima.

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = \emptyset_1 \emptyset_2 (0.85 f'_c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST}) \quad \text{Ecu. (98)}$$

2. Calcular el ángulo α

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{M_{uY}}{M_{uX}} \right) \quad \text{Ecu. (99)}$$

3. Calcular las coordenadas iniciales de los centroides de cada barra de acero de refuerzo. Se denomina $CoordX_i$ para las coordenadas en X y $CoordY_i$ para las coordenadas en Y.
4. Calcular la distancia dx_i y dy_i iniciales de cada barra de refuerzo medida desde una línea imaginaria horizontal y vertical que pasa tangencialmente al punto de máxima compresión hasta en centroide de cada barra de refuerzo. Estas medidas son perpendiculares a esta línea imaginaria.

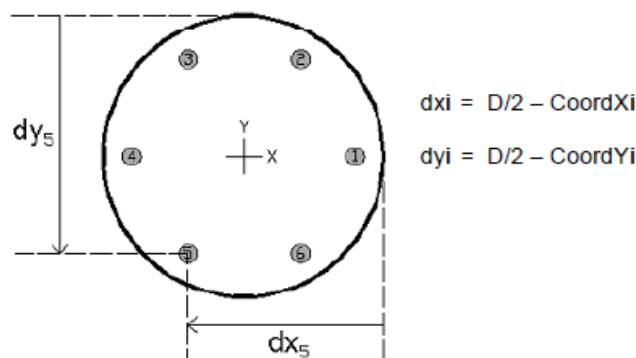


Figura 38. Medición de los parámetros dx y dy en las secciones circulares sometidas a flexión biaxial

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

$$dx_i = \frac{D}{2} \pm CoordX_i \quad \text{Ecu. (100)}$$

$$dy_i = \frac{D}{2} \pm \text{Coord}Y_i$$

Ecu. (101)

Los signos varían dependiendo de los signos de los momentos.

5. Asumir un valor para el ángulo teta θ que barrerá de principio a fin. Y se rota la sección. Para el valor de θ asumido se calcula las coordenadas actuales de cada barra de refuerzo.

a. Calcular el radio R de cada barra de refuerzo.

$$R_i = \sqrt{(\text{Coord}X_i)^2 + (\text{Coord}Y_i)^2}$$

Ecu. (102)

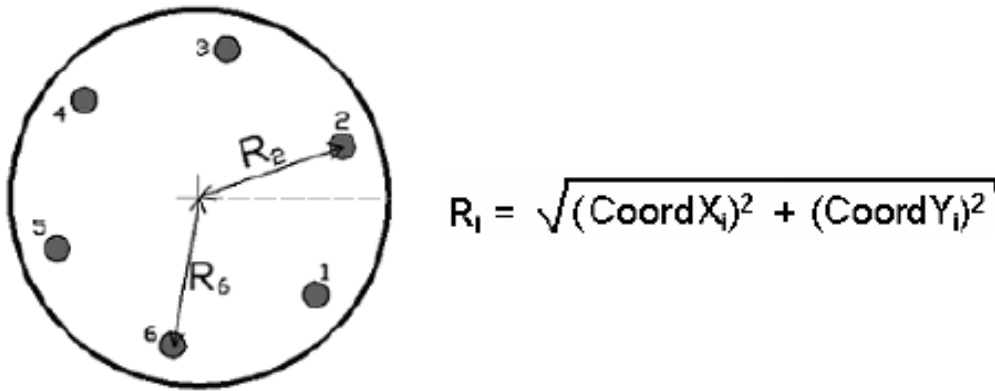


Figura 39. Medición del radio R del centroide de las barras del refuerzo

Fuente: M, EHSANI. *Cad for Columns.*

b. Calcular el ángulo inicial δ_i de cada barra de refuerzo sin considerar que la sección a rotado, el ángulo puede oscilar en 0° y 360° , medido en sentido horario desde el eje X positivo.

$$\delta_i = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{\text{Coord}X_i}{R_i} \right)$$

Ecu. (103)

c. Verificar la siguiente igualdad.

$$\text{Sen } \delta_i = - \frac{\text{Coord}Y_i}{R_i}$$

Ecu. (104)

Si cumple, el ángulo inicial de cada barra de refuerzo será δ_i .

Si no cumple, el ángulo inicial de cada barra de refuerzo será

$$\delta_i = 360 - \delta_i \quad \text{Ecu. (105)}$$

d. Calcular el ángulo en que quedó de cada barra de refuerzo tras la rotación:

$$\delta'_i = \delta_i + \theta \quad \text{Ecu. (106)}$$

Si $\delta'_i \geq 360^\circ$ entonces $\delta'_i = \delta'_i - 360$

Se calcula las coordenadas actuales medidas desde el centro de la sección:

$$CoordX'_i = Ri \cos \delta'_i \quad \text{Ecu. (107)}$$

$$CoordY'_i = -Ri \sin \delta'_i \quad \text{Ecu. (108)}$$

6. Calcular la distancia dx'_i y dy'_i actuales de cada barra de refuerzo

$$dx'_i = \frac{D}{2} \pm CoordX'_i \quad \text{Ecu. (109)}$$

$$dy'_i = \frac{D}{2} \pm CoordY'_i \quad \text{Ecu. (110)}$$

Los signos varían dependiendo de los signos de los momentos

7. Se asume un valor del eje neutro c que recorre la sección medida desde el punto más a la derecha de la sección circular y paralela al eje X .

8. Calcular X_i para cada barra de refuerzo, así:

$$X_i = c - dx'_i \quad \text{Ecu. (111)}$$

9. Calcular las deformaciones de cada barra de refuerzo.

$$\epsilon_{s_i} = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c} \quad \text{Ecu. (112)}$$

10. Calcular el esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f_{s_i} = \epsilon_{s_i} E_s \quad \text{Ecu. (113)}$$

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f_{s_i} \leq f_y$$

El esfuerzo del acero tomara un valor igual al esfuerzo de fluencia.

11. Calcular la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P_{s_i} = A_{s_i} f_{s_i} \quad \text{Ecu. (114)}$$

12. Calcular la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_s = \sum P_{s_i} \quad \text{Ecu. (115)}$$

13. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum P_{s_i} dx_i}{P_s} \quad \text{Ecu. (116)}$$

$$\bar{Y}_s = \frac{\sum P_{s_i} dy_i}{P_s} \quad \text{Ecu. (117)}$$

14. Calcular el valor del ángulo λ en radianes

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right) \quad \text{Ecu. (118)}$$

15. Calcular la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.2125 D^2 f'_c (\lambda - \text{Sen } \lambda \text{ Cos } \lambda) \quad \text{Ecu. (119)}$$

16. Calcular la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el hormigón.

$$\bar{X}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0 \cos\theta$$

Ecu. (120)

$$\bar{Y}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0 \operatorname{Sen}\theta$$

Ecu. (121)

Dónde:

$$\bar{X}_0 = \left(\frac{D}{3}\right) - \frac{\operatorname{sen}^3\lambda}{\lambda - \operatorname{sen}\lambda \cos\lambda}$$

Ecu. (122)

17. Calcular la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + P_s$$

Ecu. (123)

18. Calcular la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C\bar{X}_c + P_s\bar{X}_s}{C + P_s}$$

Ecu. (124)

$$\bar{Y}_N = \frac{C_c\bar{Y}_c + P_s\bar{Y}_s}{C + P_s}$$

Ecu. (125)

19. Calcular distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g \frac{D}{2} + \sum A_{si} dx_i}{A_{ST} + A_g}$$

Ecu. (126)

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{A_g \frac{D}{2} + \sum A_{si} dy_i}{A_{ST} + A_g}$$

Ecu. (127)

$$A_{st} = \sum A_{si}$$

Ecu. (128)

20. Calcular la excentricidad.

$$e_x = \bar{X}_N - \bar{X}_{CP} \quad \text{Ecu. (129)}$$

$$e_y = \bar{Y}_N - \bar{Y}_{CP} \quad \text{Ecu. (130)}$$

21. Calcular el momento resistente en X e Y .

$$M_{NX} = P_N e_y \quad \text{Ecu. (131)}$$

$$M_{NY} = P_N e_x \quad \text{Ecu. (132)}$$

22. Calcular la fuerza y momentos resistentes últimos.

$$P_u = \phi P_N \quad \text{Ecu. (133)}$$

$$M_{ux} = \phi M_{Nx} \quad \text{Ecu. (134)}$$

$$M_{uy} = \phi M_{Ny} \quad \text{Ecu. (135)}$$

23. Se confirma la siguiente inecuación:

$$\phi P_N < \phi P_{N(\text{máx})} \quad \text{Ecu. (136)}$$

Si se cumple esta condición, se continúa el procedimiento. Si no cumple se interrumpe el proceso para que se reinicia el ángulo θ desde su valor inicial y se aumente el valor del parámetro c .

24. Se evalúa la siguiente igualdad:

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\phi M_{NY}}{\phi M_{NX}} \right) \quad \text{Ecu. (137)}$$

Si existe una aproximación considerable o cumple la igualdad se continúa el procedimiento. Si no cumple, se mantiene el valor actual del parámetro c , se asume otro valor del ángulo θ . Si el ángulo θ llega a límite 360° , se asume otro valor del parámetro c y se reinicia el valor del ángulo θ .

25. Calcular el momento nominal resistente resultante.

$$M_N = \sqrt{M_{NX}^2 + M_{NY}^2}$$

Ecu. (138)

26. Calcular el momento y fuerza resistente de diseño.

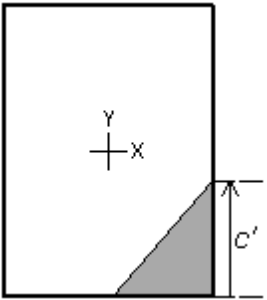
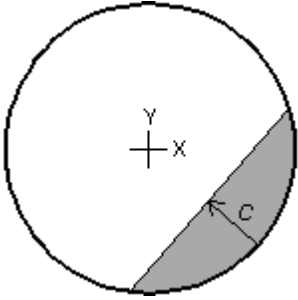
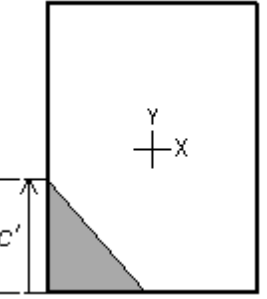
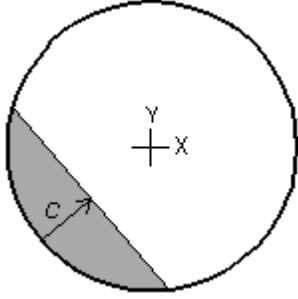
$$M_u = \phi M_N$$

Ecu. (139)

$$P_u = \phi P_N$$

Ecu. (140)

Estos valores de fuerza y momento de diseño configurarán las respectivas coordenadas X y Y del diagrama de interacción.

Biaxial	Sección rectangular	Sección circular
Mux positivo Muy positivo		
Mux positivo Muy negativo		

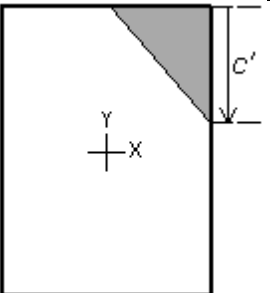
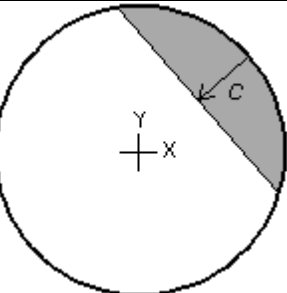
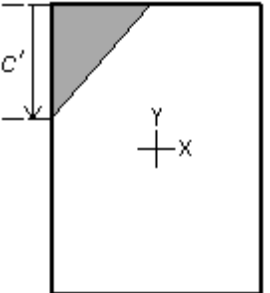
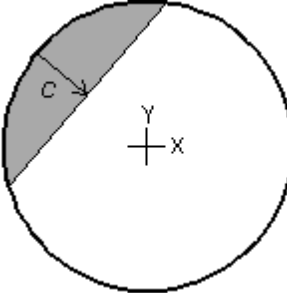
<p>Mux negativo Muy positivo</p>		
<p>Mux negativo Muy negativo</p>		

Tabla 5. Convención de signos biaxial para secciones rectangulares, cuadradas y circulares

Fuente: Ebenezer Bassantes

2.1.8.2 MÉTODO: MAGNIFICACIÓN DE MOMENTOS (COLUMNAS ESBELTAS)

Los efectos de esbeltez pueden ser importantes en ciertas estructuras, el ACI nos presenta el método de cálculo “Magnificación de momentos”, para tomar en cuenta los efectos de la esbeltez. Este método se encuentra en el capítulo 6.6.4, y presenta 2 procedimientos, el primero permite calcular los efectos de esbeltez de los miembros individuales $P\delta$ y el segundo los efectos del desplazamiento lateral de toda estructura $P\Delta$.

2.1.8.2.1 ESBELTEZ

Se puede ignorar los efectos de la esbeltez siempre que se cumpla:

Columnas no arriostradas contra desplazamientos laterales.

$$\frac{kl_u}{r} \leq 22$$

Ecu. (141)

Columnas arriostradas contra desplazamientos laterales.

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 + 12 \frac{M_1}{M_2}$$

Ecu. (142)

$$\frac{kl_u}{r} \leq 40$$

Ecu. (143)

Donde $\frac{M_1}{M_2}$ es positivo si se encuentra en curvatura simple y negativo si se encuentra en curvatura doble.

El radio de giro se puede calcular:

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{Ag}}$$

Ecu. (144)

O para columnas rectangulares:

$$r = 0.30 * h$$

Ecu. (145)

O para columnas circulares:

$$r = 0.30 * D$$

Ecu. (146)

2.1.8.2.2 ESTRUCTURAS SIN DESPLAZAMIENTO LATERAL

Se puede analizar a las columnas de una estructura si el incremento en los momentos de primer orden debido a los efectos de segundo orden no supera el 5 por ciento.

2.1.8.2.2.1 CARGA CRÍTICA DE PANDEO

De acuerdo a [6], se puede interpretar que la carga crítica es la carga axial máxima a la cual se puede someter a una columna y que esta permanezca recta; sin embargo, en equilibrio se encuentre inestable y un empuje lateral ya sea pequeño logre que la columna se deforme y quede pandeada.

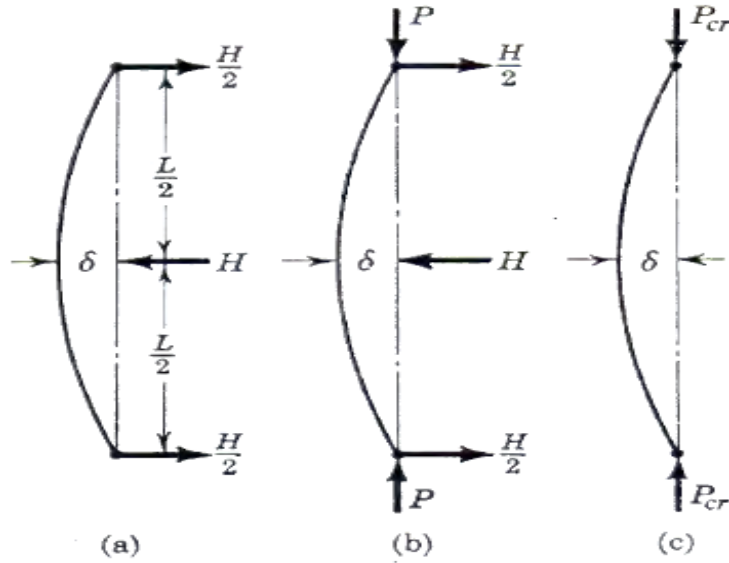


Figura 40. Columna con flexión

Fuente: C. LLOPIZ. Columnas Esbeltas sometidas a Flexo-compresión

$$P_c = \frac{\pi^2(EI)_{eff}}{(kl_u)^2} \quad \text{Ecu. (147)}$$

El factor k : de longitud efectiva varía entre 0.5 y 1.0 en un comportamiento arriostrado.

El código ACI recomienda usar un valor de k igual a 1.0.

Para calcular la rigidez efectiva se puede utilizar las siguientes ecuaciones:

$$(EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad \text{Ecu. (148)}$$

El ACI permite tomar un valor de 0.6 para β_{dns} .

Para el diseño de las columnas se utiliza el momento mayorado el cual se calcula con la siguiente expresión:

$$M_c = \delta M_2 \quad \text{Ecu. (149)}$$

El factor de magnificación se calcula:

$$\delta = \frac{Cm}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} \geq 1.0$$

Ecu. (150)

$$Cm = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$

Ecu. (151)

El momento M_2 debe ser mayor o igual a M_{2min} que se determina:

$$M_{2min} = P_U(0.6 + 0.03h)$$

Ecu. (152)

Si el momento mínimo M_{2min} excede a M_2

$$Cm = 1.0$$

2.1.9 CONSIDERACIONES DEL REGLAMENTO ACI-318-14 Y NEC 2015

Como se indica en [7] y [8] para el desarrollo del programa se tomará en cuenta lo siguiente:

Factores de reducción de resistencia:

Columnas con estribos

$$\phi = 0.65$$

Columnas con zunchos

$$\phi = 0.75$$

Resistencia axial máxima:

Columnas con estribos

$$0.80 P_o$$

Columnas con zunchos

$$0.85 P_o$$

Refuerzo longitudinal:

- Cuantía mínima no debe ser menor 1% ni mayor al 6% del área bruta de la sección ACI 2014.
- Cuantía mínima no debe ser menor 1% ni mayor al 3% del área bruta de la sección NEC 2015.
- El número de barras no debe ser menor a 3 barras dentro de estribos triangulares, 4 barras dentro de estribos rectangulares y 6 barras cuando están rodeadas por espirales.

Refuerzo transversal:

- Deben ser barras corrugadas.
- El diámetro mínimo para encerrar barras longitudinales 32mm o menores debe ser barras de 10mm y para encerrar barras longitudinales mayores a 32mm debe ser barras de 12mm.

Limites dimensionales:

- El lado más corto de la sección medido en una línea recta que pasa por su centro geométrico no debe ser menor a 300 mm.
- La relación entre la dimensión menor y su dimensión perpendicular de la sección transversal de la columna no debe ser menor a 0.4.
- Por requerimiento sísmico el área bruta de la columna no debe ser menor a 900cm².

Recubrimiento:

Columnas con confinamiento de estribos o zunchos no de ser menor a 25mm.

Espaciamiento:

- Separación mínima entre barras longitudinales debe ser 25mm, 3/4 del tamaño nominal del agregado grueso, o 1.5 veces el diámetro nominal de la barra.

- Separación entre barras transversales a lo largo del eje longitudinal no debe exceder la cuarta parte de la dimensión mínima de la columna, no debe exceder 6 veces el diámetro nominal menor del acero de refuerzo longitudinal de acuerdo a la Norma Ecuatoriana de la Construcción 2015.

Alineación:

Las columnas pueden tener un desalineamiento hasta del 10% de la luz con respecto a cualquier eje que pase por el centro de columnas sucesivas.

2.2 HIPÓTESIS

El desarrollo de un programa en base al software Matlab permitirá realizar un óptimo y preciso análisis y diseño de columnas de hormigón armado.

2.3 SEÑALAMIENTO DE VARIABLES

2.3.1 VARIABLE INDEPENDIENTE

Programa.

2.3.2 VARIABLE DEPENDIENTE

Análisis y diseño de columnas.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN

Los tipos de investigación realizadas para el presente trabajo son: Aplicada, Exploratoria, descriptiva, y explicativa.

3.1.1 INVESTIGACIÓN APLICADA

La investigación será aplicada por lo que se utilizará los conocimientos adquiridos sobre diseño estructural (columnas), para desarrollar un programa que reduzca tiempo de diseño.

3.1.1 INVESTIGACIÓN EXPLORATORIA

El despliegue de la temática de investigación relacionada con el diseño de columnas permitirá una mayor familiarización con los procedimientos y técnicas empleadas para este efecto y cómo trasladarlas a una secuencia y programación lógica que permite interactuar a los usuarios por intermedio de una interfaz gráfica.

3.1.2 INVESTIGACIÓN DESCRIPTIVA

Esta investigación permitirá describir el modelado del programa interactivo en Matlab a través del desarrollo previo de diagramas de flujo para lograr la automatización del proceso de cálculo.

3.1.3 INVESTIGACIÓN EXPLICATIVA

La investigación que se realizará será explicativa debido a que se busca la relación causa-efecto que se genera en el diseño de columnas de hormigón armado al utilizar métodos manuales y el uso de una herramienta informática.

3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

3.2.1 POBLACIÓN

En base a lo establecido en los tipos de investigación y al ser el presente trabajo de aplicación práctica se considera como población los datos requeridos para el cálculo y diseño de una columna.

3.2.2 MUESTRA

En la presente investigación se han considerado los elementos siguientes:

- Condiciones de carga.
 - Carga axial.
 - Momento Unidireccional.
 - Momento Bidireccional.
- Propiedades de los materiales.
 - Esfuerzo a compresión del hormigón.
 - Esfuerzo de fluencia del acero.
 - Módulo de elasticidad del hormigón.
 - Deformación máxima del hormigón.
- Geometría de la sección transversal de las columnas.
 - Rectangulares
 - Cuadradas
 - Circulares

3.3 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Variable Independiente: Programa.				
CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍTEMS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
El programa para diseño de columnas, constituye una herramienta informática que empleando el lenguaje de programación Matlab y a través de una interfaz gráfica permite la sistematización de procesos, ingreso y presentación de información durante la ejecución del mismo.	Programación	<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz gráfica • Solicitación de ingreso de datos a través de la interfaz • Diagrama de flujo • Lenguaje de programación Matlab • Presentación de los resultados obtenidos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuáles son los parámetros para desarrollar el diagrama de flujo y realizar la codificación? 2. ¿Cómo ingresar y presentar la información? 3. ¿Cómo deben ser presentados los resultados del cálculo y diseño de las columnas? 	<ul style="list-style-type: none"> • Bibliografía. • Verificación del programa informático.

Tabla 6. Variable independiente
Fuente: Ebenezer Bassantes

Variable Dependiente: Análisis y diseño de columnas.

CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍTEMS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Las columnas son elementos estructurales las cuales son las encargadas de transmitir todas las cargas al suelo y mantener la estructura en estable.	Análisis y diseño de columnas	<ul style="list-style-type: none"> • Métodos de diseño • Consideración de esbeltez de la columna • Solicitaciones de carga a la que se encuentra sometida la columna 	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Característica de columna a diseñar? 2. ¿Qué método de diseño a emplear? 3. ¿Qué solicitaciones de carga intervienen? 4. ¿Cómo influye el factor de esbeltez en el cálculo de las columnas? 5. ¿Qué factores de reducción de resistencia se deben emplear en función de las características de la columna a diseñar? 	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura comprensiva • Bibliografía.

Tabla 7. Variable dependiente
Fuente: Ebenezer Bassantes

3.4 PLAN DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Para la recolección de la información en la presente investigación se utilizaron las siguientes técnicas e instrumentos de investigación: Lectura comprensiva – Bibliografía de hormigón armado; bajo preguntas básicas.

Preguntas básicas	Explicación
1. ¿Para qué?	Para optimizar el proceso en el diseño de columnas y mejorar la comprensión de las mismas al analizarlas.
2. ¿De qué objetos?	De columnas rectangulares, cuadradas y circulares.
3. ¿Sobre qué aspectos?	Diseño de columnas.
4. ¿Quién?	Ebenezer Jamarhold Bassantes Clavijo
5. ¿Dónde?	Biblioteca de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad técnica de Ambato
6. ¿Cómo?	Investigación bibliográfica: <ul style="list-style-type: none">• Bibliografía de hormigón armado (columnas).• Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC 2015).• American Concrete Institute (ACI 318-14).

*Tabla 8. Plan de recolección de información
Fuente: Ebenezer Bassantes*

3.5 PLAN DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS

Para el procesamiento y análisis se utilizará el siguiente plan estructurado:

1. Revisión de bibliografía de diseño de hormigón armado.
2. Desarrollo de diagramas de flujo.
3. Codificación de los diagramas de flujo.
4. Desarrollo del programa en el software Matlab.
5. Resolución manual de ejercicios de columnas.
6. Resolución con el programa desarrollado de ejercicios de columnas.
7. Análisis y comparación entre los resultados obtenidos manualmente y resultados obtenidos mediante la aplicación del programa.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1 RECOLECCIÓN DE DATOS

4.1.1 Columna rectangular con flexo compresión uniaxial

Diseñar y generar el diagrama de interacción de una columna de hormigón armado de sección rectangular, de $40\text{cm} \times 60\text{cm}$, la cual esta soportando una carga última de 160 ton y un momento flector último de $45\text{ ton} - \text{m}$ alrededor del eje X. El hormigón tiene una resistencia de $240 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, el recubrimiento mínimo es de 4cm .

4.1.1.1 Resolución manual

Datos:

$$P_u = 160\text{ ton}$$

$$M_u = 45\text{ ton} - \text{m} \text{ (Alrededor del eje X)}$$

$$H = 60\text{cm}$$

$$B = 40\text{cm}$$

$$f'_c = 240 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$r = 4\text{cm}$$

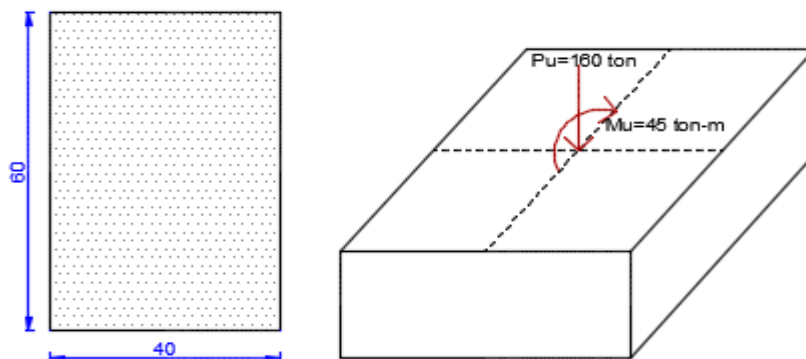


Figura 41. Sección de la columna rectangular uniaxial y las cargas actuantes

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo del peralte efectivo

$$d = H - r = (60 - 4)cm = 56cm$$

Determinación del Abaco

$$\frac{d}{H} = \frac{56cm}{60cm} = 0.9333 \cong 0.95 \rightarrow ABACO FIG. 9$$

Cálculo de $f''c$

$$\text{Si } f'c \leq 280 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow f''c = 0.85f'c$$

$$f''c = 0.85f'c = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} = 204 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de factor de reducción de resistencia Fr

$$Fr = 0.65$$

Cálculo de K

$$K = \frac{Pu}{Fr * B * H * f''c}$$

$$K = \frac{160 * 10^3 \frac{kg}{cm^2}}{0.65 * 40cm * 60cm * 204 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$K = 0.502$$

Cálculo de R

$$R = \frac{Mu}{Fr * B * H^2 * f''c}$$

$$R = \frac{45 * 10^5 kg - cm}{0.65 * 40cm * 60^2 cm^2 * 204 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$R = 0.24$$

Determinación de q

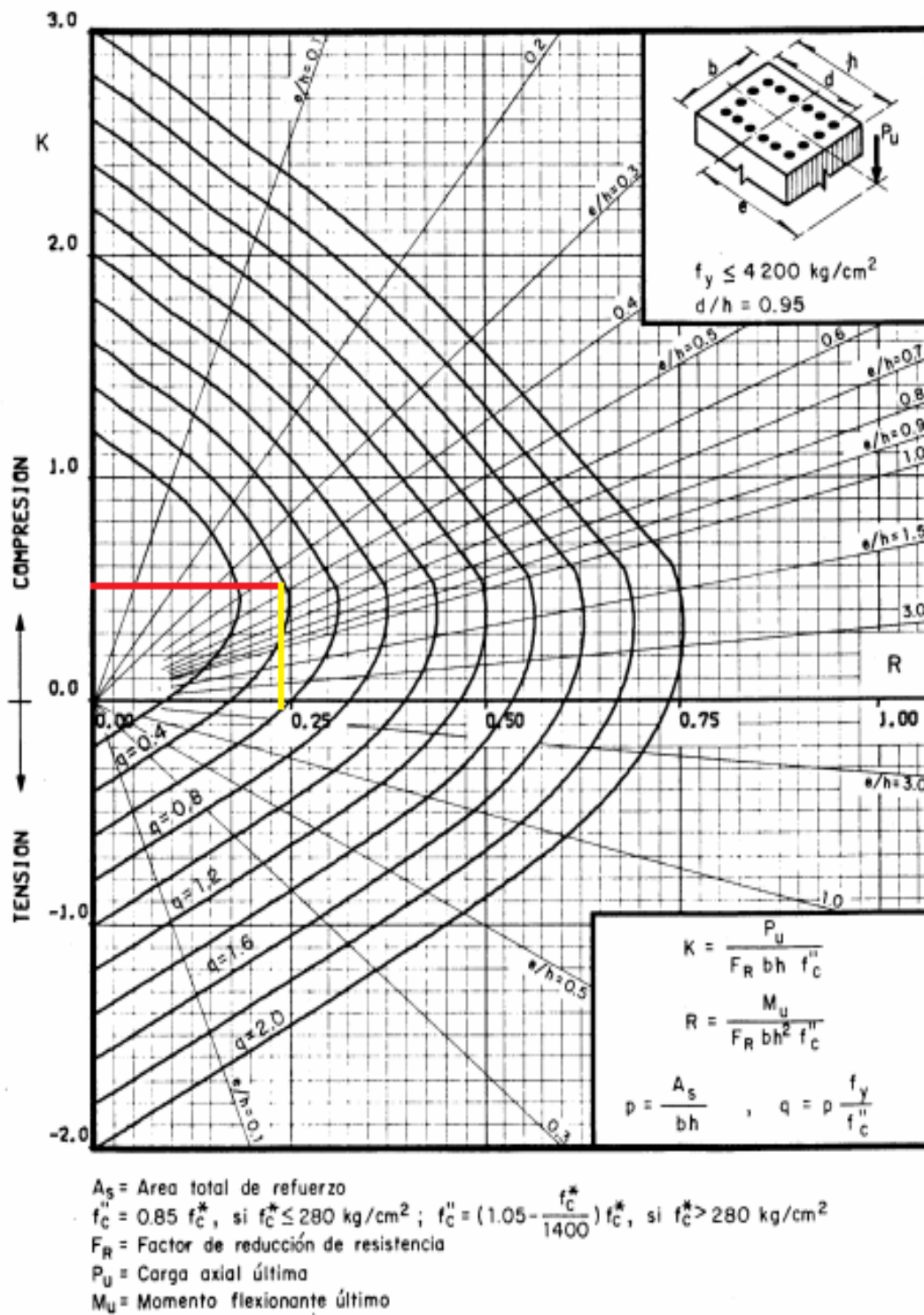


Fig 9

Figura 42. Abaco (fig. 9) adimensional para diseño de columnas rectangulares

Fuente: R, MELI. Gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado

$q = 0.4$

Determinación de la cuantía de acero de acero

$$\rho = q * \frac{\beta_1 * f'_c}{f_y}$$

$$\rho = 0.4 * \frac{0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2}}{4200 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\rho = 0.0194$$

Comprobación de la cuantía de acero

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

$$0.01 \leq 0.0194 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

Cálculo de área de acero de refuerzo

$$A_s = \rho * B * H$$

$$A_s = 0.0194 * 40cm * 60cm$$

$$A_s = 46.63cm^2$$

Armado de la columna

$$A_s = 10\emptyset 25mm \rightarrow 49.09cm^2$$

Cálculo de cuantía de acero real

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{B * H}$$

$$\rho_{real} = \frac{49.09cm^2}{40cm * 60cm}$$

$$\rho_{real} = 0.02$$

Comprobación de la cuantía de acero real

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

$$0.01 \leq 0.02 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

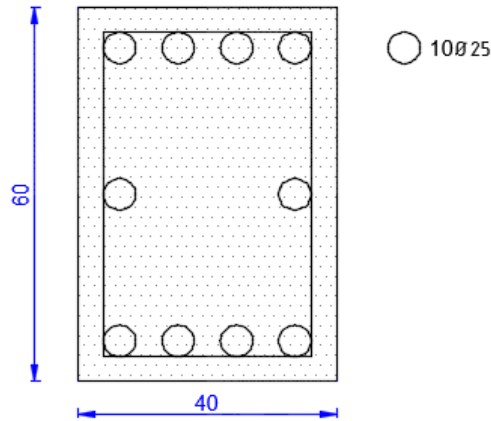


Figura 43. Columna rectangular uniaxial diseñada

Fuente: Ebenezer Bassantes

DETERMINACIÓN DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN

Cálculo de la deformación unitaria del acero

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200 \frac{kg}{cm^2}}{2100000 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\varepsilon_y = 0.002$$

Cálculo de la deformación unitaria del hormigón

$$\varepsilon_c = 0.003$$

Cálculo de las áreas de acero

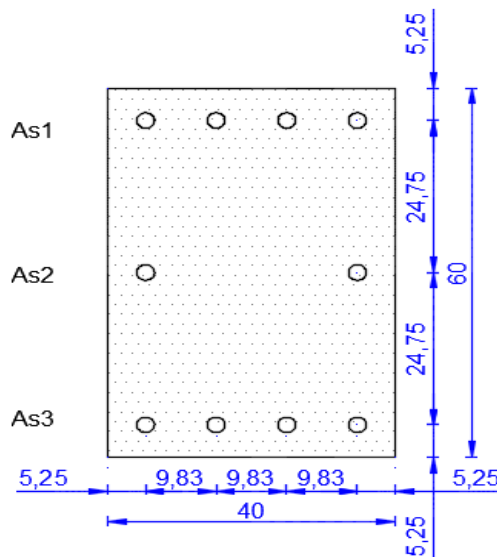


Figura 44. Distribución de aceros en la sección de la columna rectangular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

$$As1 = 4\emptyset25 = 19.64cm^2$$

$$As2 = 2\emptyset25 = 9.82cm^2$$

$$As3 = 4\emptyset25 = 19.64cm^2$$

Cálculo del primer punto (profundidad del eje neutro $c = \infty$)

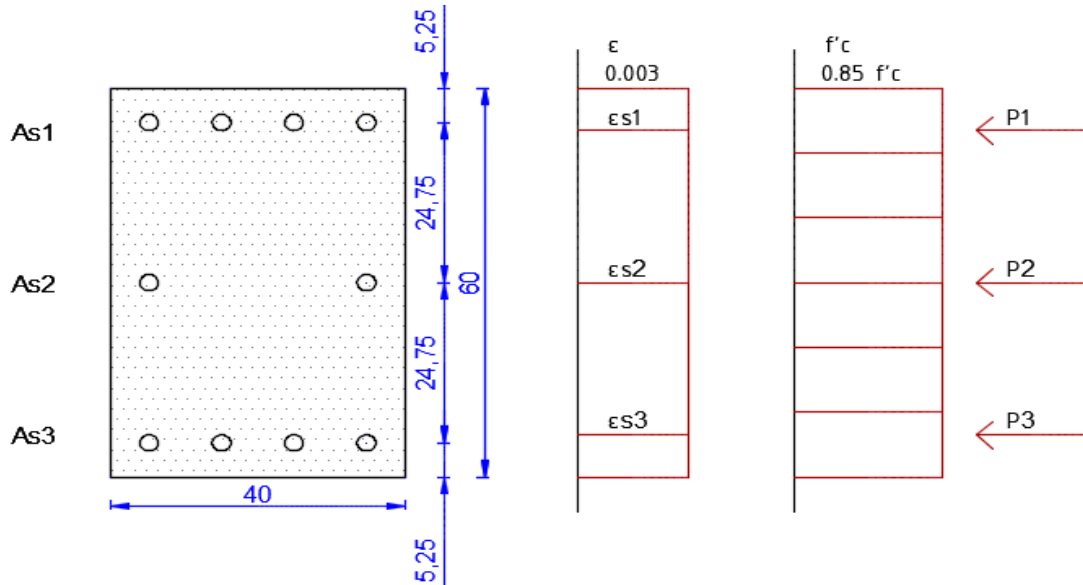


Figura 45. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro en el infinito de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la deformación

$$\epsilon_{s1} = 0.003 > 0.002$$

$$\epsilon_{s2} = 0.003 > 0.002$$

$$\epsilon_{s3} = 0.003 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * d$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 60cm$$

$$C = 489600kg$$

Cálculo de la fuerza de Acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 9.82cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 41244kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3}$$

$$P_n = 489600kg + 82488kg + 41244kg + 82488kg$$

$$P_n = 695820kg \rightarrow 695.82ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 0$$

Cálculo del segundo punto (profundidad del eje neutro $c = 60cm$)

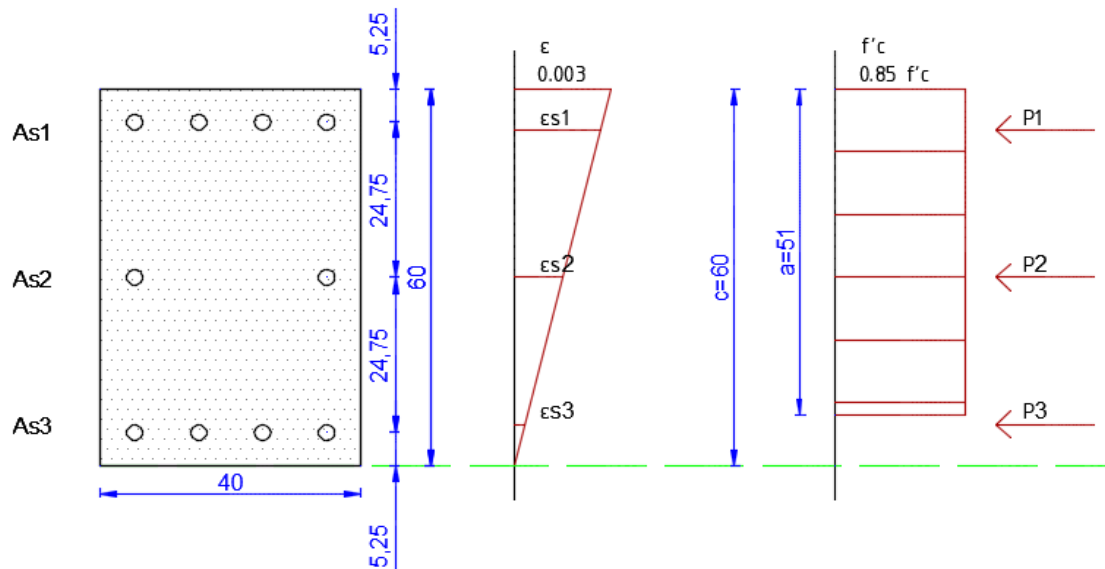


Figura 46. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro en el infinito de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 60cm$$

$$a = 51cm$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{54.75cm}{60cm} = 0.00274 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{30cm}{60cm} = 0.0015 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{5.25cm}{60cm} = 0.00026 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0015 = 3150 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00026 = 551.25 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 51cm$$

$$C = 416160kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 9.82cm^2 * 3150 \frac{kg}{cm^2} = 30933kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 19.64cm^2 * 551.25 \frac{kg}{cm^2} = 10826.55kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3}$$

$$P_n = 416160kg + 82488kg + 30933kg + 10826.55kg$$

$$P_n = 540407.55kg \rightarrow 540.41ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 416160kg * \left(30 - \frac{51}{2}\right)cm + 82488kg * (24.75cm) + 30933kg * (0cm) - 10826.55g * (24.75cm)$$

$$M_n = 3643866.25kg - cm \rightarrow 36.44ton - m$$

Cálculo del tercer punto (profundidad del eje neutro $c = 50cm$)

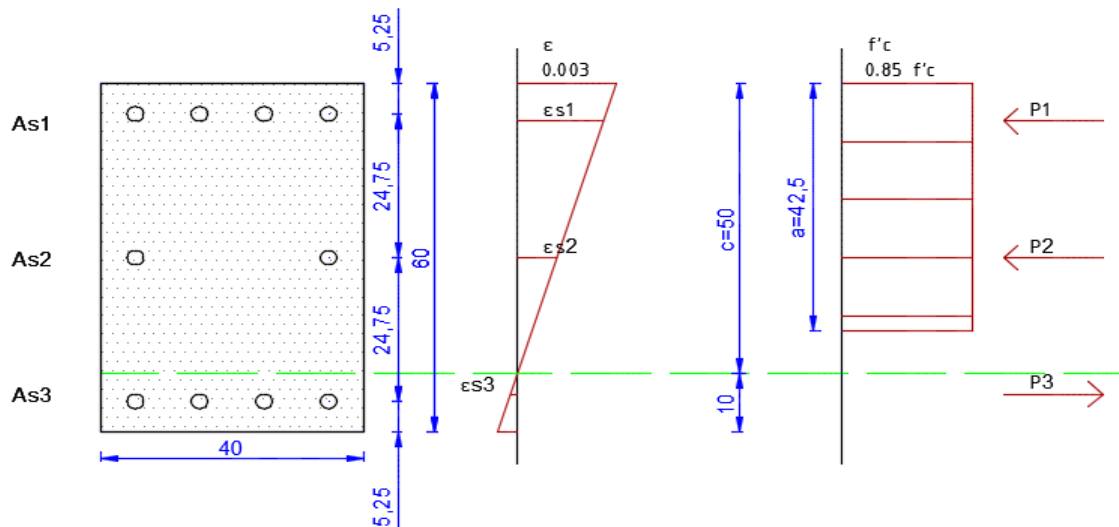


Figura 47. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=50$) de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 50cm$$

$$a = 42.5cm$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{44.75cm}{50cm} = 0.0027 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{20cm}{50cm} = 0.0012 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{4.75cm}{50cm} = 0.0003 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0012 = 2520 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0003 = 630 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'_c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 42.5cm$$

$$C = 346800kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 9.82cm^2 * 2520 \frac{kg}{cm^2} = 24746.4kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 19.64cm^2 * 630 \frac{kg}{cm^2} = 12373.2kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} - P_{s3}$$

$$P_n = 346800kg + 82488kg + 24746.4kg - 12373.2kg$$

$$P_n = 441661.2kg \rightarrow 441.66ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 346800kg * \left(30 - \frac{42.5}{2}\right)cm + 82488kg * (24.75cm) + 24746.4kg * (0cm) + 12373.2kg * (24.75cm)$$

$$M_n = 5382314.7kg - cm \rightarrow 53.82ton - m$$

Cálculo del cuarto punto (profundidad del eje neutro $c = 30\text{cm}$)

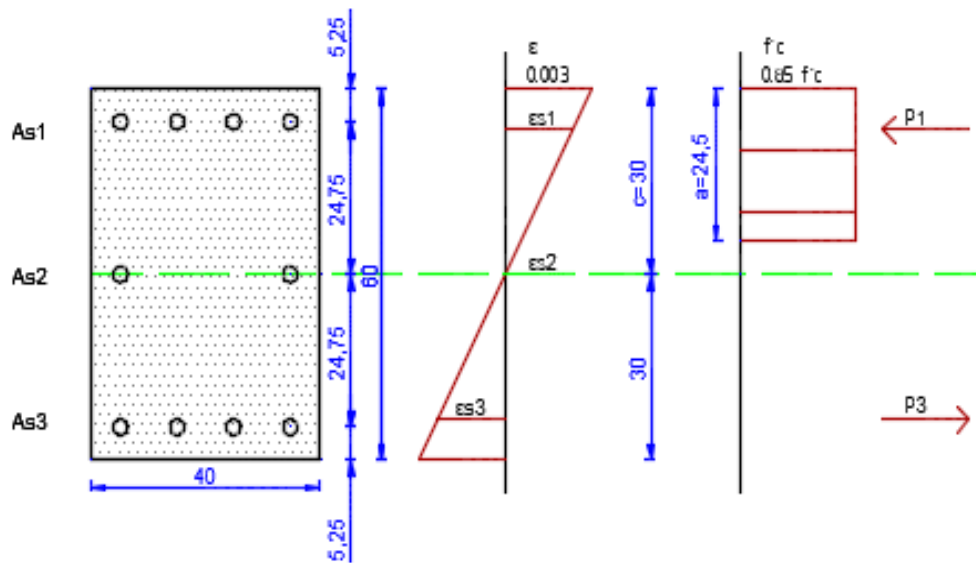


Figura 48. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=30$) de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0,85 * 30\text{cm}$$

$$a = 25,5\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0,003 * \frac{24,75\text{cm}}{30\text{cm}} = 0,0025 > 0,002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003 * \frac{24,75\text{cm}}{30\text{cm}} = 0,0025 > 0,002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0 = 0 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 25.5cm$$

$$C = 208080kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 9.82cm^2 * 0 \frac{kg}{cm^2} = 0kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} - P_{s3}$$

$$P_n = 208080kg + 82488kg + 0kg - 82488kg$$

$$P_n = 208080kg \rightarrow 208.1ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 208080kg * \left(30 - \frac{25.5}{2}\right)cm + 82488kg * (24.75cm) + 0kg * (0cm)$$

$$+ 82488kg * (24.75cm)$$

$$M_n = 7672536kg - cm \rightarrow 76.73ton - m$$

Cálculo del quinto punto (profundidad del eje neutro $c = 10cm$)

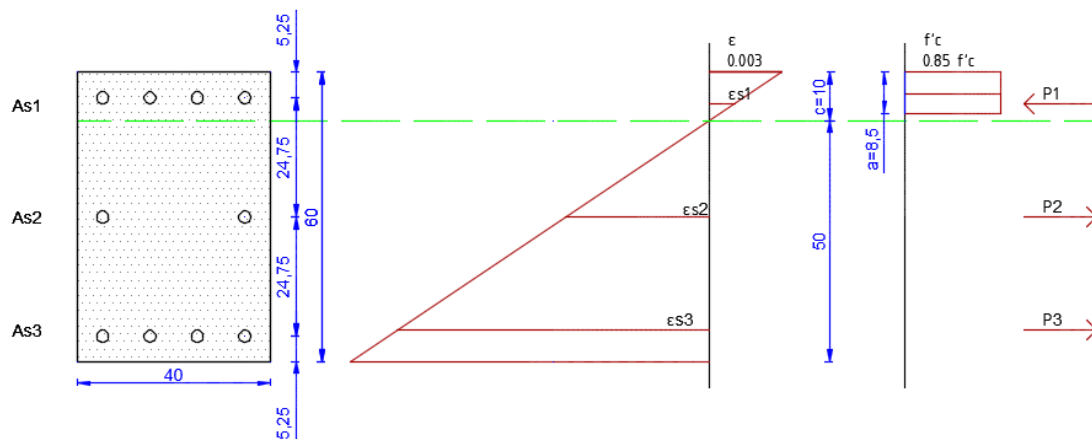


Figura 49. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=10$) de a columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 10cm$$

$$a = 8.5cm$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{4.75cm}{10cm} = 0.0015 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{20cm}{10cm} = 0.006 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{44.75cm}{10cm} = 0.013 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = E_s * \varepsilon_{s1} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0015 = 3150 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 8.5cm$$

$$C = 69360kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 19.64cm^2 * 3150 \frac{kg}{cm^2} = 61866kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 9.82cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 41244kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} - P_{s2} - P_{s3}$$

$$P_n = 69360kg + 61866kg - 41244kg - 82488kg$$

$$P_n = 7494kg \rightarrow 7.5ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 69360kg * \left(30 - \frac{8.5}{2}\right)cm + 61866kg * (24.75cm) + 41244kg * (0cm) + 82488kg * (24.75cm)$$

$$M_n = 5358781.5kg - cm \rightarrow 53.59ton - m$$

Cálculo del sexto punto (profundidad del eje neutro $c = 5.25cm$)

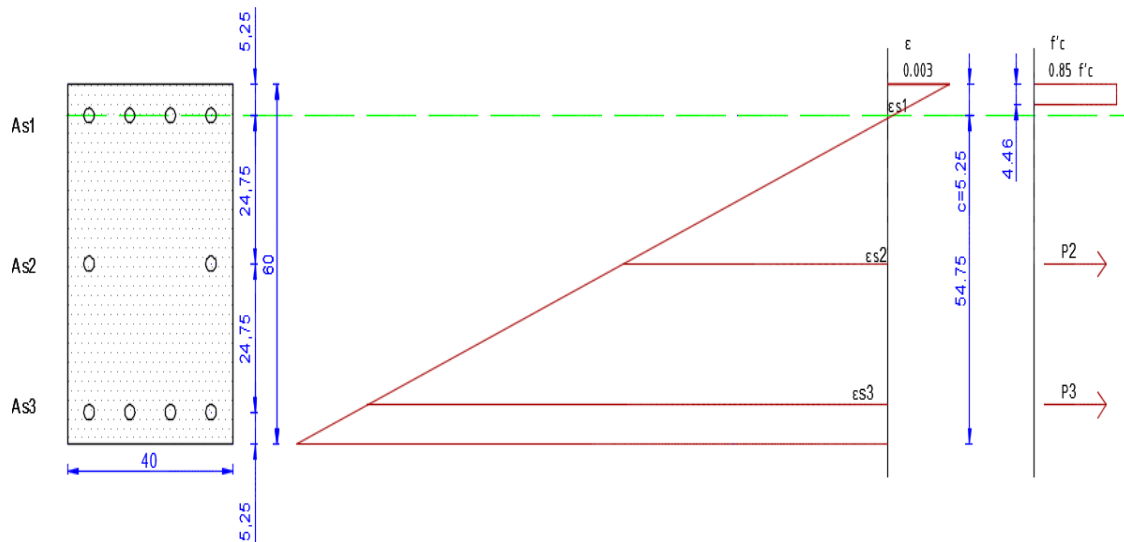


Figura 50. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=5.25$) de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 5.25cm$$

$$a = 4.46cm$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\epsilon_{s1} = 0$$

$$\epsilon_{s2} = 0.003 * \frac{24.75cm}{5.25cm} = 0.014 > 0.002$$

$$\epsilon_{s3} = 0.003 * \frac{49.5cm}{5.25cm} = 0.03 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 0 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 4.46cm$$

$$C = 36393.6kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 19.64cm^2 * 0 \frac{kg}{cm^2} = 0kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 9.82cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 41244kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} - P_{s2} - P_{s3}$$

$$P_n = 36393.6kg + 0kg - 41244kg - 82488kg$$

$$P_n = -87338.4kg \rightarrow -87.34ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 36393.6kg * \left(30 - \frac{4.46}{2}\right)cm + 0kg * (24.75cm) + 41244kg * (0cm) + 82488kg * (25.75cm)$$

$$M_n = 3052228.27kg - cm \rightarrow 30.52ton - m$$

Cálculo de la condición balanceada

Cálculo de la profundidad de eje neutro

$$d = H - r = 60cm - 4cm = 56cm$$

$$\frac{c}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.002}$$

$$c = 56cm * \frac{0.003}{0.005}$$

$$c = 33.6$$

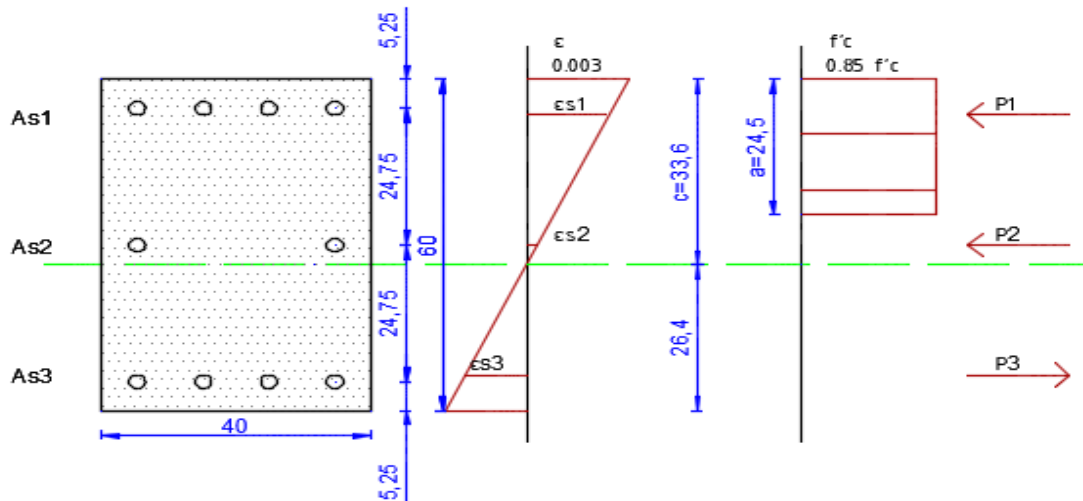


Figura 51. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro para la condición balanceada de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 33.6 \text{ cm}$$

$$a = 28.56 \text{ cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{28.35 \text{ cm}}{33.6 \text{ cm}} = 0.025 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{3.6 \text{ cm}}{33.6 \text{ cm}} = 0.0032 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{21.15 \text{ cm}}{33.6 \text{ cm}} = 0.002 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s1} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.00032 = 676.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * B * a$$

$$C = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} * 40cm * 28.56cm$$

$$C = 233049.6kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 9.82cm^2 * 676.2 \frac{kg}{cm^2} = 6640.28kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 19.64cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 82488kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} - P_{s3}$$

$$P_n = 233049.6kg + 82488kg + 6640.28kg - 82488kg$$

$$P_n = 209689.88kg \rightarrow 209.69ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 233049.6kg * \left(30 - \frac{28.56}{2}\right)cm + 82488kg * (24.75cm) + 6640.28kg * (0cm) + 82488kg * (24.75cm)$$

$$M_n = 7746686.28g - cm \rightarrow 77.47ton - m$$

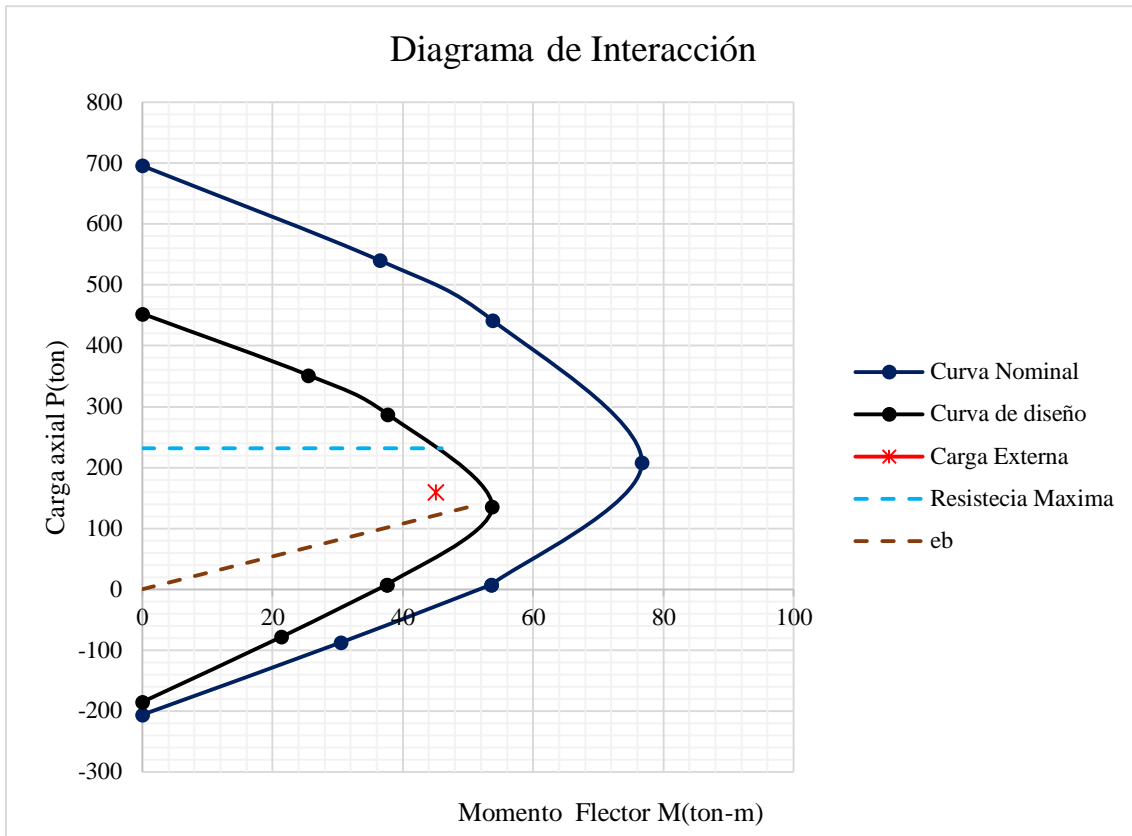


Figura 52. Diagrama de interacción de la columna rectangular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Como se muestra en la figura 52, el diagrama de interacción consta de: la curva nominal, la curva de diseño, la resistencia axial máxima, la condición balanceada y la carga axial y el momento flexionante que actúan sobre la columna. El factor de reducción de la curva nominal varía desde 0.9 hasta 0.65.

La columna con las dimensiones propuestas y el acero de refuerzo calculado, es capaz de resistir las cargas externas actuantes, como se puede observar en el diagrama de interacción el punto que se genera por la carga axial y el momento flexionante, se encuentran dentro de la curva de diseño y por debajo la resistencia axial máxima, además el comportamiento de la columna está dominado por compresión debido a que dicho punto se encuentra por encima de su condición balanceada.

FACTOR DEMANDA - CAPACIDAD

Como se indica en [9], $\frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leq 1$

Cálculo de fa

$$fa = \frac{Pu}{B * H}$$

$$fa = \frac{160 * 10^3 kg}{40cm * 60cm}$$

$$fa = 66.67$$

Cálculo de Fa

$$Fa = \gamma * (0.225 * f'_c + f_y * \rho_{real})$$

$$Fa = 0.8 * \left(0.225 * 240 \frac{kg}{cm^2} + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 0.02 \right)$$

$$Fa = 110.4$$

Cálculo de fb

$$fb = \frac{Mu}{Ig}$$

$$fb = \frac{45 * 10^5 kg - cm}{40cm * \frac{(60cm)^3}{12}}$$

$$fb = 6.25$$

Cálculo de Fb

$$Fb = 0.45 * f'_c$$

$$Fb = 0.45 * 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fb = 108 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{66.67}{110.4} + \frac{6.25}{108} \leq 1$$

$$0.61 + 0.06 \leq 1$$

$$0.66 \leq 1 \rightarrow OK$$

4.1.1.2 Resolución con el Programa desarrollado

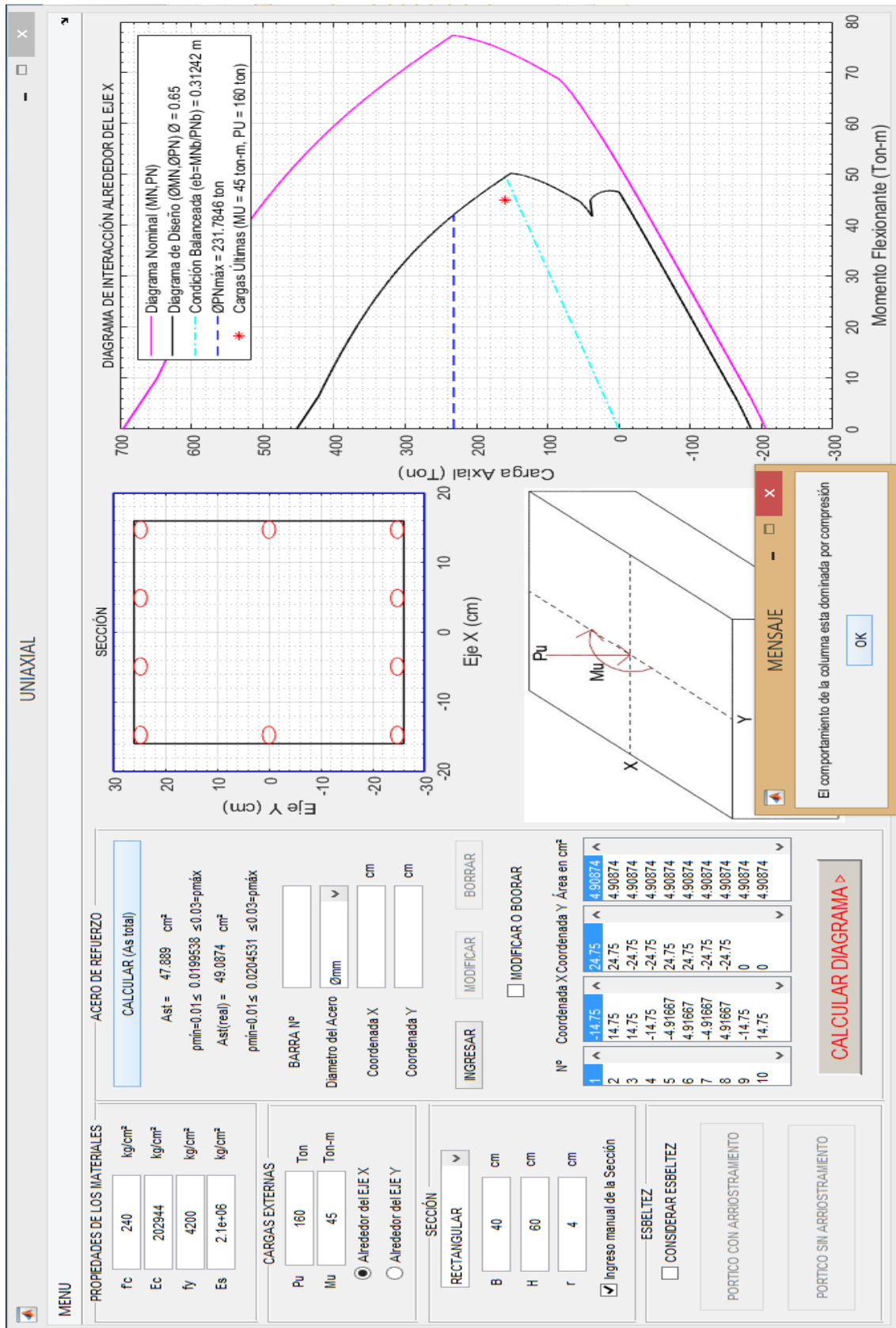


Figura 53. Captura del programa de la columna rectangular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

4.1.2 Columna circular con flexo compresión uniaxial

Diseñar y generar el diagrama de interacción de una columna de hormigón armado de sección circular, con un diámetro de 60cm, la cual esta soportando una carga última de 180 ton y un momento flector último de 55 ton – m alrededor del eje X. El hormigón tiene una resistencia de $280 \frac{kg}{cm^2}$ y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $4200 \frac{kg}{cm^2}$, el recubrimiento mínimo es de 4cm.

4.1.2.1 Resolución manual

Datos:

$$Pu = 180 \text{ ton}$$

$$Mu = 55 \text{ ton} - m \text{ (Alrededor del eje X)}$$

$$D = 60 \text{ cm}$$

$$f'c = 280 \frac{kg}{cm^2}$$

$$fy = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

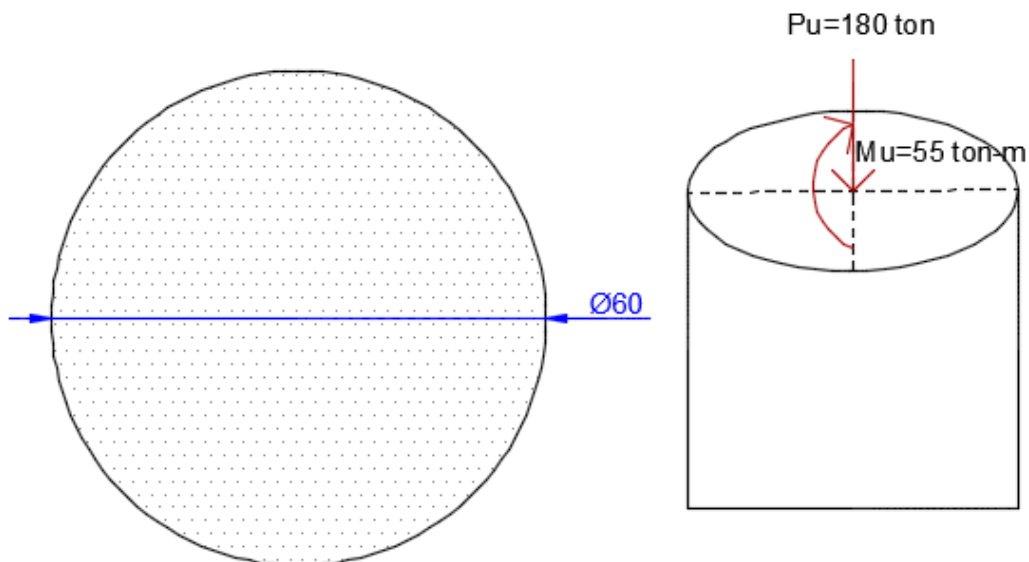


Figura 54. Sección de la columna circular uniaxial y las cargas actuantes

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo del peralte efectivo

$$d = D - 2r = (60 - 8)cm = 52cm$$

Determinación del Abaco

$$\frac{d}{H} = \frac{52cm}{60cm} = 0.87 \cong 0.85 \rightarrow ABACO FIG. 18$$

Cálculo de $f''c$

$$\text{Si } f'c \leq 280 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow f''c = 0.85f'c$$

$$f''c = 0.85f'c = 0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} = 238 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de factor de reducción de resistencia Fr

$$Fr = 0.75$$

Cálculo de K

$$K = \frac{Pu}{Fr * D^2 * f''c}$$

$$K = \frac{180 * 10^3 \frac{kg}{cm^2}}{0.75 * 60^2 cm^2 * 238 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$K = 0.28$$

Cálculo de R

$$R = \frac{Mu}{Fr * D^3 * f''c}$$

$$R = \frac{55 * 10^5 kg - cm}{0.75 * 60^3 cm^3 * 238 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$R = 0.14$$

Determinación de q

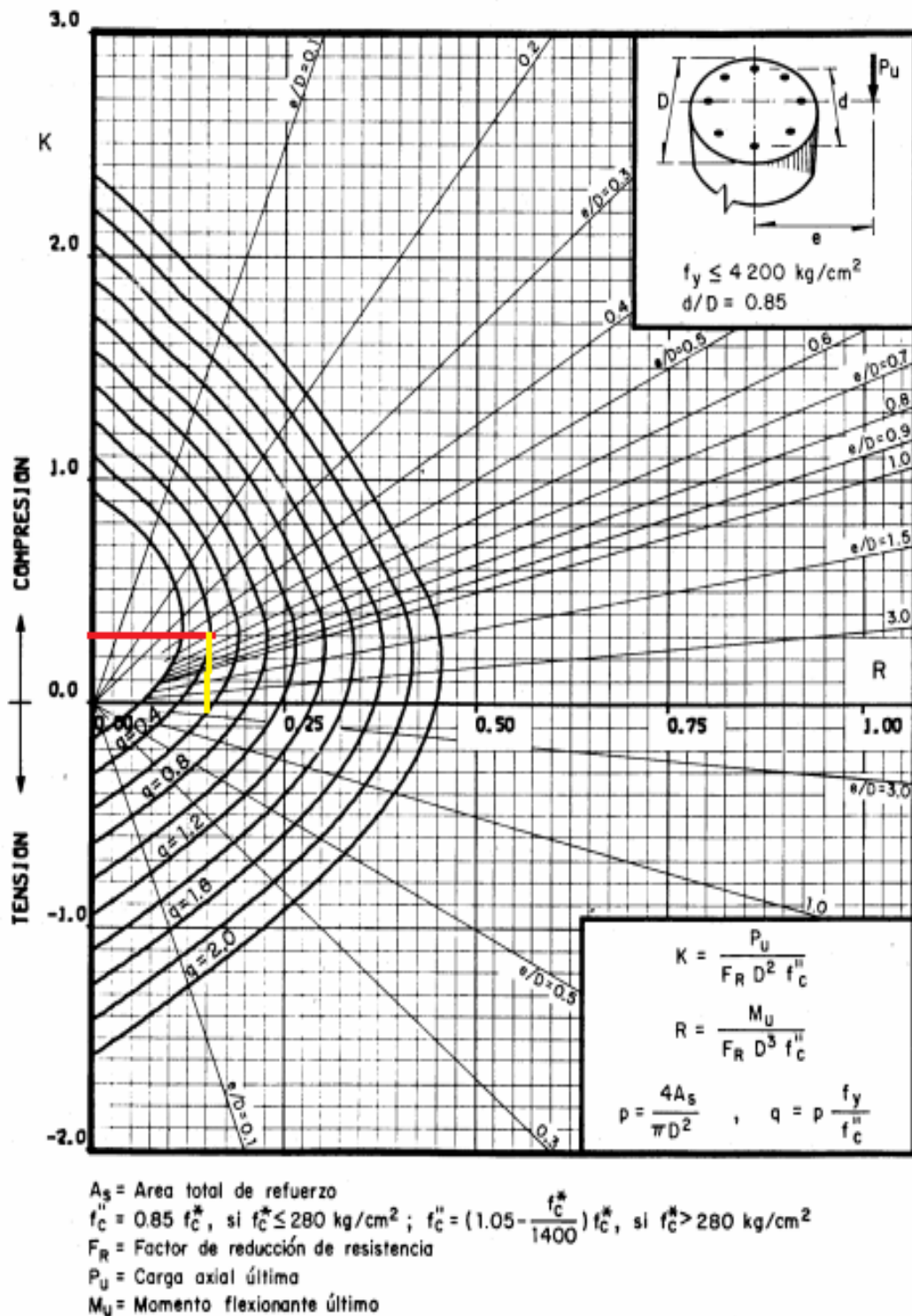


Fig 18

Figura 55. Abaco (fig. 18) adimensional para diseño de columnas circulares

Fuente: R, MELI. Gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado

$q = 0.4$

Determinación de la cuantía de acero de acero

$$\rho = q * \frac{\beta_1 * f'c}{f_y}$$

$$\rho = 0.4 * \frac{0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2}}{4200 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\rho = 0.0227$$

Comprobación de la cuantía de acero

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

$$0.01 \leq 0.0227 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

Cálculo de área de acero de refuerzo

$$A_s = \rho * \frac{\pi * D^2}{4}$$

$$A_s = 0.0227 * \frac{\pi * 60^2 cm^2}{4}$$

$$A_s = 64.19 cm^2$$

Armado de la columna

$$A_s = 8\emptyset 32 mm \rightarrow 64.33 cm^2$$

Cálculo de cuantía de acero real

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{\frac{\pi * D^2}{4}}$$

$$\rho_{real} = \frac{64.33 cm^2}{\frac{\pi * 60^2 cm^2}{4}}$$

$$\rho_{real} = 0.0228$$

Comprobación de la cuantía de acero real

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$$

$$0.01 \leq 0.0228 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

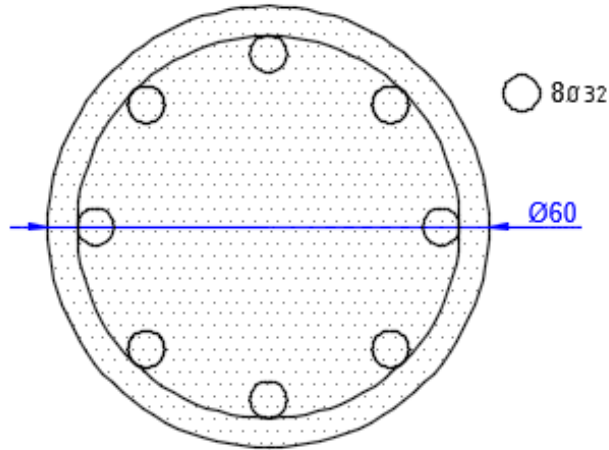


Figura 56. Columna circular uniaxial diseñada

Fuente: Ebenezer Bassantes

DETERMINACIÓN DEL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN

Cálculo de la deformación unitaria del acero

$$\varepsilon_y = \frac{fy}{Es} = \frac{4200 \frac{kg}{cm^2}}{2100000 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\varepsilon_y = 0.002$$

Cálculo de la deformación unitaria del hormigón

$$\varepsilon_c = 0.003$$

Cálculo de las áreas de acero

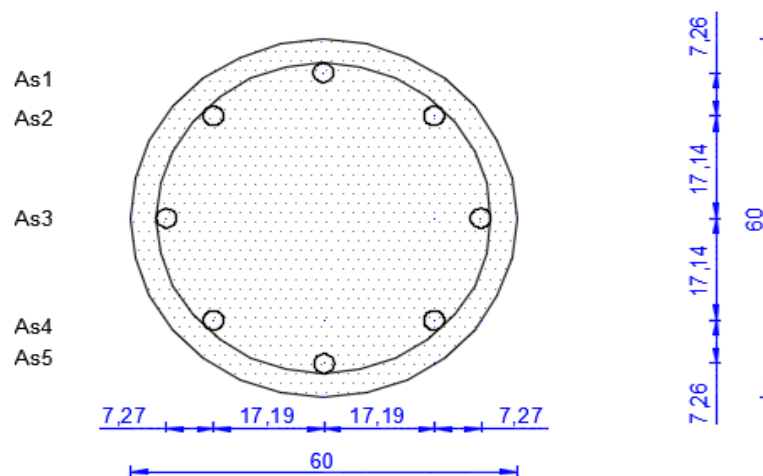


Figura 57. Distribución de aceros en la sección de la columna circular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

$$As1 = 1\emptyset32 = 8.04cm^2$$

$$As2 = 2\emptyset32 = 16.08cm^2$$

$$As3 = 2\emptyset32 = 16.08cm^2$$

$$As4 = 2\emptyset32 = 16.08cm^2$$

$$As5 = 1\emptyset32 = 8.04cm^2$$

Cálculo del primer punto (profundidad del eje neutro $c = \infty$)

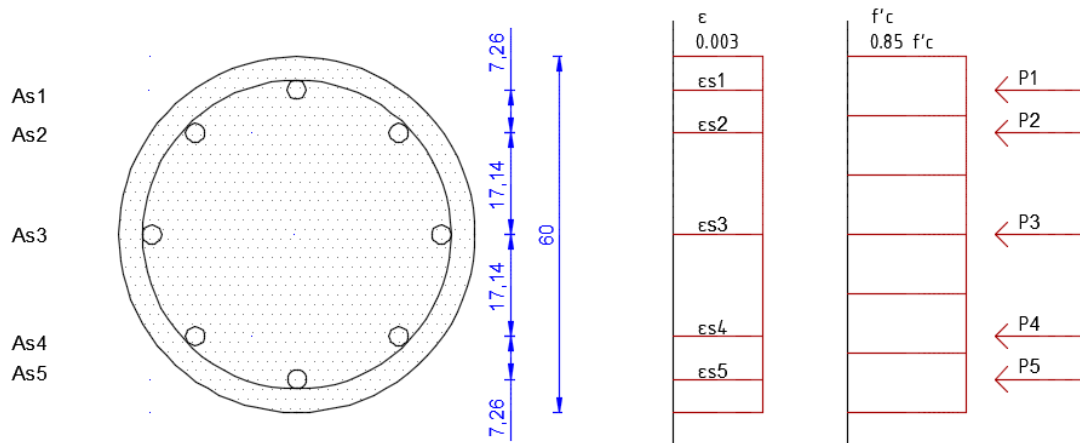


Figura 58. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro en el infinito de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la deformación

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.85 * f'c * \pi * \frac{D^2}{4}$$

$$C = 0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} * \pi * \frac{60^2 cm^2}{4}$$

$$C = 672929.15kg$$

Cálculo de la fuerza de Acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s4} = As4 * f_{s4} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s5} = As5 * f_{s5} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} + P_{s4} + P_{s5}$$

$$P_n = 672929.15kg + 33768kg + 67536kg + 67536kg + 67536kg + 33768kg$$

$$P_n = 943073.15kg \rightarrow 943.1ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 0$$

Cálculo del segundo punto (profundidad del eje neutro $c = 60\text{cm}$)

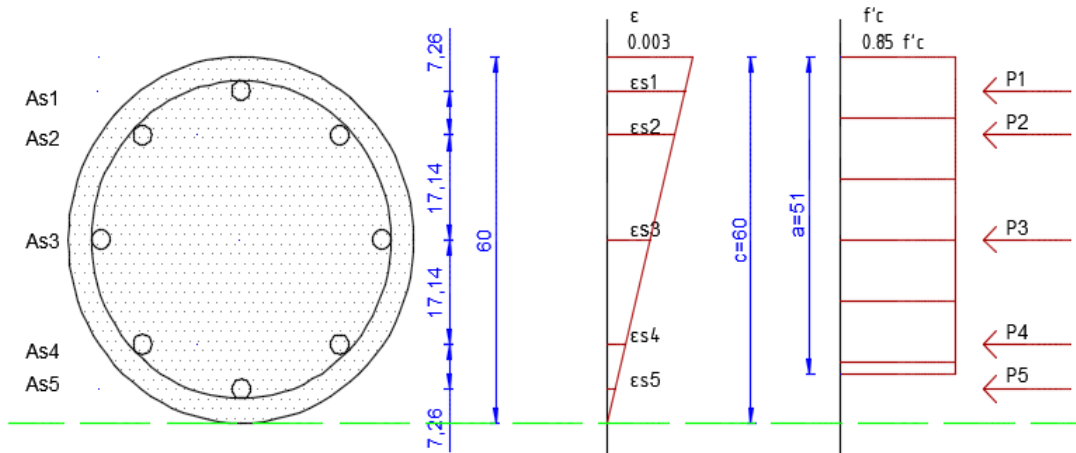


Figura 59. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=60$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 60\text{cm} = 51\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{54.4\text{cm}}{60\text{cm}} = 0.00272 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{47.14\text{cm}}{60\text{cm}} = 0.0024 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{30\text{cm}}{60\text{cm}} = 0.0015 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{12.86\text{cm}}{60\text{cm}} = 0.00064 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{5.6\text{cm}}{60\text{cm}} = 0.00028 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0015 = 3150 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s4} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00064 = 1344 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00028 = 588 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'_c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda\text{cos}\lambda)$$

$$\lambda = \text{cos}^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \text{cos}^{-1} \left(1 - \frac{1.7(60\text{cm})}{60\text{cm}} \right)$$

$$\lambda = 2.35$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 \text{cm}^2 * (2.35 - \text{sen}2.35\text{cos}2.35)$$

$$C = 610461.78\text{kg}$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 8.04\text{cm}^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768\text{kg}$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 16.08\text{cm}^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536\text{kg}$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 16.08\text{cm}^2 * 3150 \frac{kg}{cm^2} = 50684.16\text{kg}$$

$$P_{s4} = A_{s4} * f_{s4} = 16.08\text{cm}^2 * 1344 \frac{kg}{cm^2} = 21611.52\text{kg}$$

$$P_{s5} = A_{s5} * f_{s5} = 8.04\text{cm}^2 * 588 \frac{kg}{cm^2} = 4727.52\text{kg}$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} + P_{s4} + P_{s5}$$

$$P_n = 610461.78\text{kg} + 33768\text{kg} + 67536\text{kg} + 50684.16\text{kg} + 21611.52\text{kg} + 4727.52\text{kg}$$

$$P_n = 788968.98\text{kg} \rightarrow 788.97\text{ton}$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 610461.78\text{kg} * (2.64)\text{cm} + 33768\text{kg} * (24.4\text{cm}) + 67536\text{kg} * (17.14\text{cm}) + 50684.16\text{kg} * (0\text{cm}) - 21611.52\text{kg} * (17.14\text{cm}) - 4727.52\text{kg} * (24.4\text{cm})$$

$$M_n = 3107352.4\text{kg} - \text{cm} \rightarrow 31.07\text{ton} - \text{m}$$

Cálculo del tercer punto (profundidad del eje neutro $c = 50\text{cm}$)

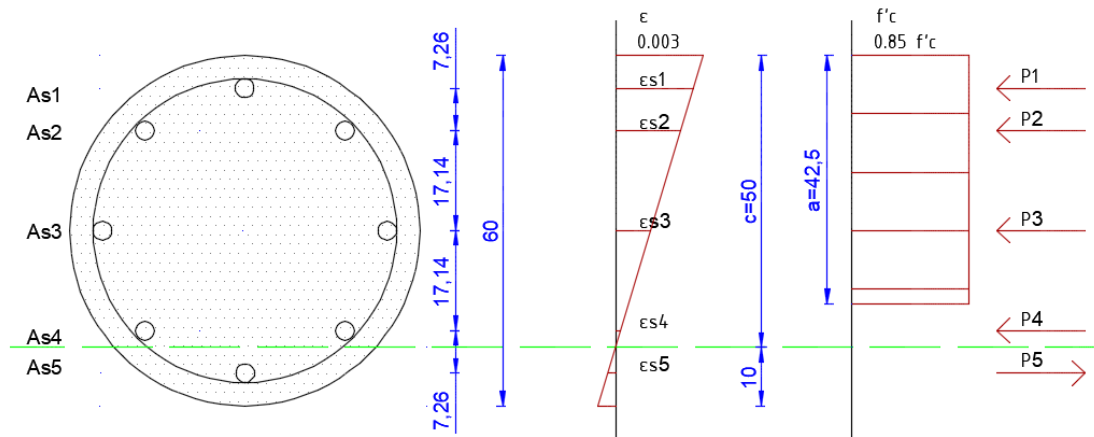


Figura 60. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=50$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 50\text{cm}$$

$$a = 42.5\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{44.4\text{cm}}{50\text{cm}} = 0.00266 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{37.14\text{cm}}{50\text{cm}} = 0.0022 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{20\text{cm}}{50\text{cm}} = 0.0012 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{2.86\text{cm}}{50\text{cm}} = 0.00017 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{4.4\text{cm}}{50\text{cm}} = 0.00026 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0012 = 2520 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00017 = 357 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00026 = 546 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'_c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \cos\lambda)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7(50cm)}{60cm} \right)$$

$$\lambda = 2$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (2.35 - \text{sen}2 * \cos2)$$

$$C = 509453.55kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 16.08cm^2 * 2520 \frac{kg}{cm^2} = 40521.6kg$$

$$P_{s2} = A_{s4} * f_{s4} = 16.08cm^2 * 357 \frac{kg}{cm^2} = 5740.56kg$$

$$P_{s3} = A_{s5} * f_{s5} = 8.04cm^2 * 546 \frac{kg}{cm^2} = 4389.84kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} + P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 509453.55kg + 33768kg + 67536kg + 40521.6kg + 5740.56kg - 4389.84kg$$

$$P_n = 652629.87kg \rightarrow 652.63ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 509453.55kg * (6.32)cm + 33768kg * (24.4cm) + 67536kg * (17.14cm) + 40521.6kg * (0cm) + 5740.56kg * (17.14cm) + 4389.84kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 5407386,49kg - cm \rightarrow 54.07ton - m$$

Cálculo del tercer punto (profundidad del eje neutro $c = 40\text{cm}$)

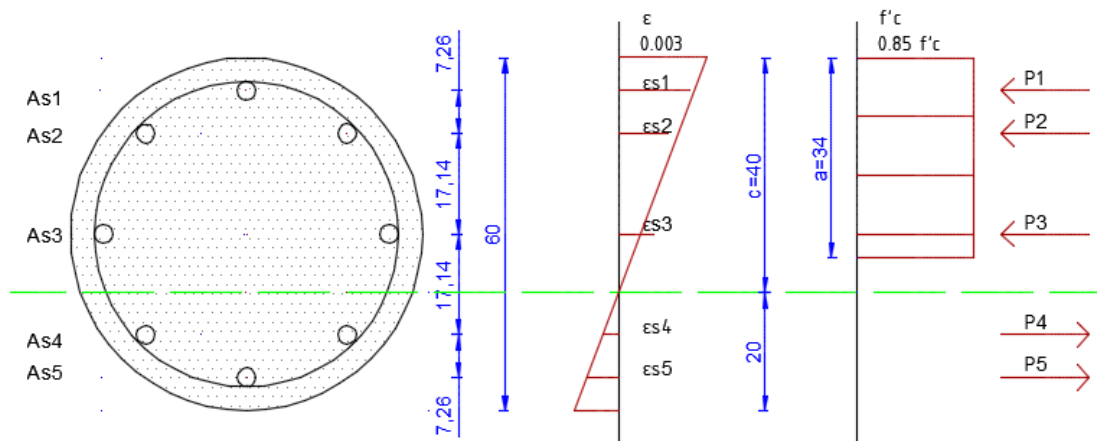


Figura 61. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=40$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 40\text{cm} = 34\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{34.4\text{cm}}{40\text{cm}} = 0.0026 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{27.14\text{cm}}{40\text{cm}} = 0.00204 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{10\text{cm}}{40\text{cm}} = 0.00075 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{7.14\text{cm}}{40\text{cm}} = 0.00054 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{14.4\text{cm}}{40\text{cm}} = 0.0011 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.00075 = 1575 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00054 = 1134 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0011 = 2310 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'_c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \cos\lambda)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7(40cm)}{60cm} \right)$$

$$\lambda = 1.7$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (1.7 - \text{sen}1.7 * \cos1.7)$$

$$C = 391508.45kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 16.08cm^2 * 1575 \frac{kg}{cm^2} = 25326kg$$

$$P_{s2} = As4 * f_{s4} = 16.08cm^2 * 1134 \frac{kg}{cm^2} = 18234.72kg$$

$$P_{s3} = As5 * f_{s5} = 8.04cm^2 * 2310 \frac{kg}{cm^2} = 18572.4kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} - P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 391508.45kg + 33768kg + 67536kg + 25326kg - 18234.72kg - 18572.4kg$$

$$P_n = 481331.33kg \rightarrow 481.13ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 391508.45kg * (12.9)cm + 33768kg * (24.4cm) + 67536kg * (17.14cm) + 25326kg * (0cm) + 18234.72kg * (17.14cm) + 18572.4kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 7797674.91kg - cm \rightarrow 77.98ton - m$$

Cálculo del cuarto punto (profundidad del eje neutro $c = 30\text{cm}$)

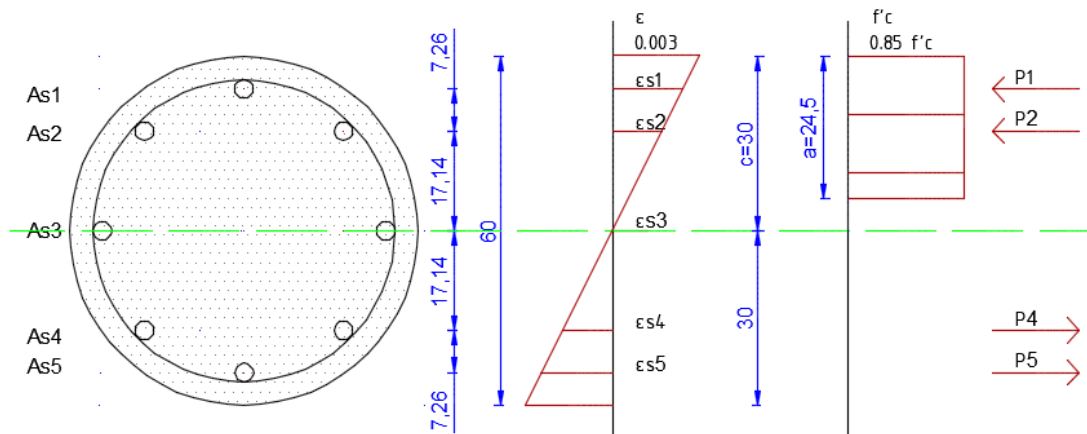


Figura 62. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=30$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 30\text{cm}$$

$$a = 24.5\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{24.4\text{cm}}{30\text{cm}} = 0.00244 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{17.14\text{cm}}{30\text{cm}} = 0.0017 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{17.14\text{cm}}{30\text{cm}} = 0.0017 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{24.4\text{cm}}{30\text{cm}} = 0.00244 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0017 = 3570 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = 0 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s4} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0017 = 3570 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'_c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \cos\lambda)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7(30cm)}{60cm} \right)$$

$$\lambda = 1.42$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (1.42 - \text{sen}1.42 * \cos1.42)$$

$$C = 272350.87kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 16.08cm^2 * 3570 \frac{kg}{cm^2} = 57405.6kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 16.08cm^2 * 0 \frac{kg}{cm^2} = 0kg$$

$$P_{s4} = A_{s4} * f_{s4} = 16.08cm^2 * 3570 \frac{kg}{cm^2} = 57405.6kg$$

$$P_{s5} = A_{s5} * f_{s5} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} - P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 272350.87kg + 33768kg + 57405.6kg + 0kg - 57405.6kg - 33768kg$$

$$P_n = 272350.87kg \rightarrow 272.35ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 272350.87kg * (15.2)cm + 33768kg * (24.4cm) + 67536kg * (17.14cm) + 40521.6kg * (0cm) + 5740.56kg * (17.14cm) + 4389.84kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 6326744.76kg - cm \rightarrow 63.27ton - m$$

Cálculo del quino punto (profundidad del eje neutro $c = 20\text{cm}$)

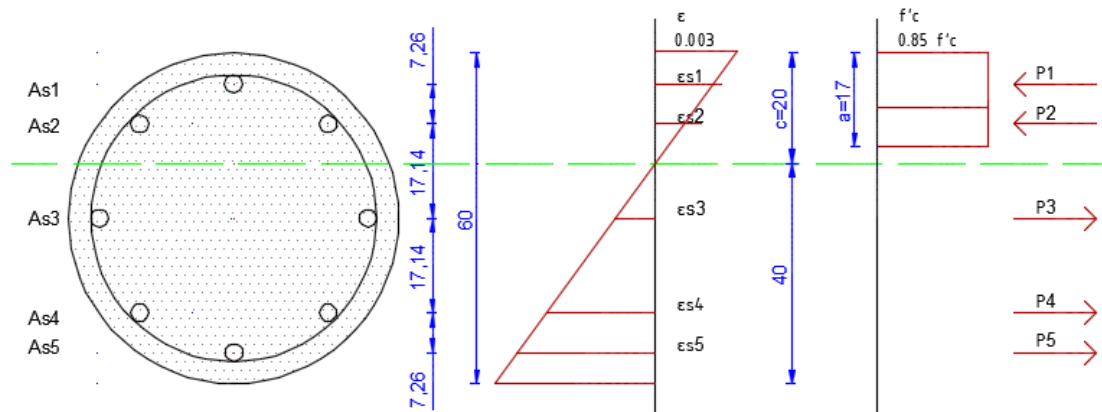


Figura 63. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=20$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 20\text{cm} = 17\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{14.4\text{cm}}{20\text{cm}} = 0.0022 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{7.14\text{cm}}{20\text{cm}} = 0.0011 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{10\text{cm}}{20\text{cm}} = 0.0015 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{27.14\text{cm}}{20\text{cm}} = 0.0041 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{34.4\text{cm}}{20\text{cm}} = 0.0052 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0011 = 2310 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0015 = 3150 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \cos\lambda)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7(20cm)}{60cm} \right)$$

$$\lambda = 1.12$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (1.12 - \text{sen}1.12 * \cos1.12)$$

$$C = 155903.8kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 16.08cm^2 * 2310 \frac{kg}{cm^2} = 37144.8kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 16.08cm^2 * 3150 \frac{kg}{cm^2} = 50652kg$$

$$P_{s4} = As4 * f_{s4} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s5} = As5 * f_{s5} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} - P_{s3} - P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 155903.8kg + 33768kg + 37144.8kg - 50652kg - 67536kg - 33768kg$$

$$P_n = 74860.56kg \rightarrow 74.86ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 155903.8kg * (10)cm + 33768kg * (24.4cm) + 30391.2kg * (17.14cm) + 67536kg * (0cm) + 67536kg * (17.14cm) + 33768kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 4885380,61kg - cm \rightarrow 48.85ton - m$$

Cálculo del quino punto (profundidad del eje neutro $c = 10\text{cm}$)

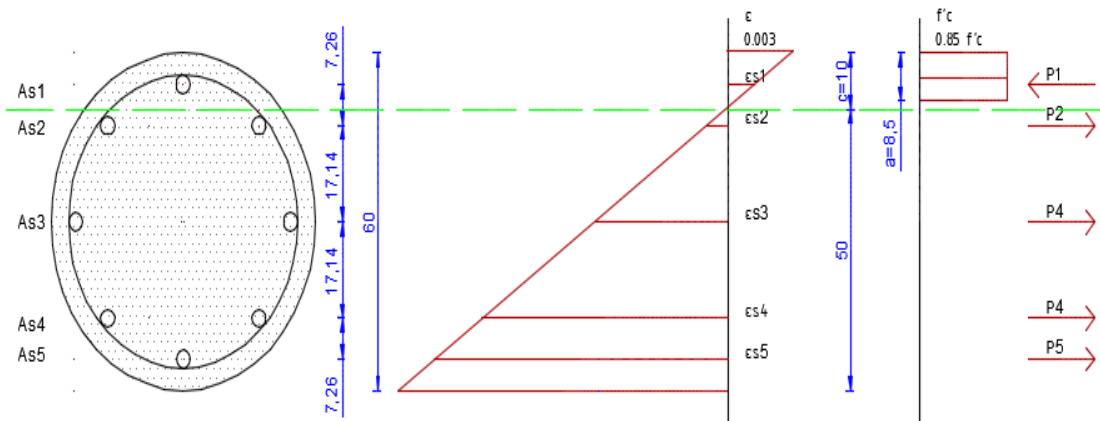


Figura 64. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro ($c=10$) de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 10\text{cm} = 8.5\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\epsilon_{s1} = 0.003 * \frac{4.4\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.00132 < 0.002$$

$$\epsilon_{s2} = 0.003 * \frac{2.86\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.00086 < 0.002$$

$$\epsilon_{s3} = 0.003 * \frac{20\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.006 > 0.002$$

$$\epsilon_{s4} = 0.003 * \frac{37.14\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.011 > 0.002$$

$$\epsilon_{s5} = 0.003 * \frac{44.4\text{cm}}{10\text{cm}} = 0.013 > 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = E_s * \epsilon_{s1} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0013 = 2730 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \epsilon_{s2} = 2100000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 0.0009 = 1890 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \text{cos}\lambda)$$

$$\lambda = \text{cos}^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right)$$

$$\lambda = \text{cos}^{-1} \left(1 - \frac{1.7(10cm)}{60cm} \right)$$

$$\lambda = 0.77$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (0.77 - \text{sen}0.77 * \text{cos}0.77)$$

$$C = 57884.78kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = As1 * f_{s1} = 8.04cm^2 * 2730 \frac{kg}{cm^2} = 21949.2kg$$

$$P_{s2} = As2 * f_{s2} = 16.08cm^2 * 1890 \frac{kg}{cm^2} = 30391.2kg$$

$$P_{s3} = As3 * f_{s3} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s4} = As4 * f_{s4} = 16.08cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 67536kg$$

$$P_{s5} = As5 * f_{s5} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} - P_{s2} - P_{s3} - P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 57884.78kg + 21949.2kg - 30391.2kg - 67536kg - 67536kg - 33768kg$$

$$P_n = -119397.22kg \rightarrow -119.4ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 57884.78kg * (5.05)cm + 21949.2kg * (24.4cm) + 30391.2kg * (17.14cm) + 67536kg * (0cm) + 67536kg * (17.14cm) + 33768kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 3330290.03kg - cm \rightarrow 33.30ton - m$$

Cálculo de la condición balanceada

Cálculo de la profundidad de eje neutro

$$d = D - r = 60\text{cm} - 4\text{cm} = 56\text{cm}$$

$$\frac{c}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.002}$$

$$c = 56\text{cm} * \frac{0.003}{0.005} = 33.6$$

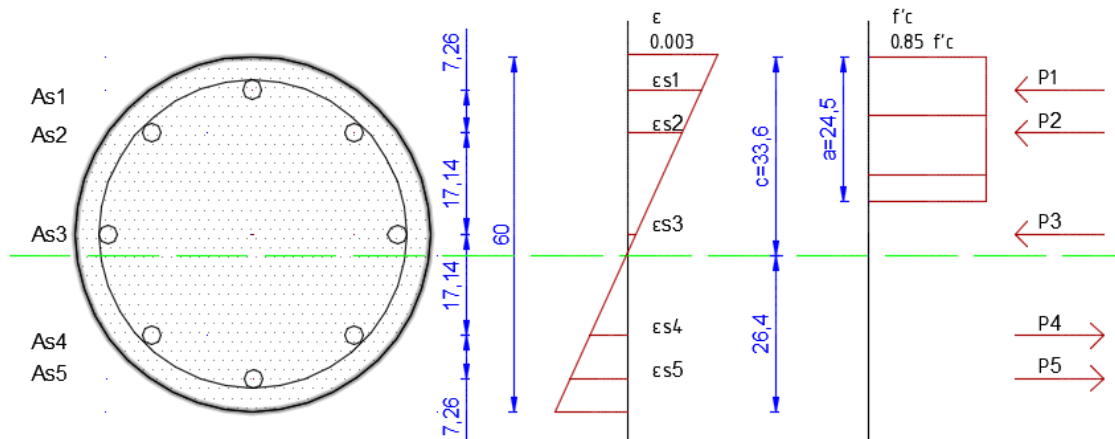


Figura 65. Deformaciones unitarias y fuerzas resultantes con el eje neutro para la condición balanceada de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de la profundidad del bloque equivalente

$$a = \beta_1 * c$$

$$a = 0.85 * 10\text{cm} = 8.5\text{cm}$$

Cálculo de la deformación del acero

$$\varepsilon_{s1} = 0.003 * \frac{28\text{cm}}{33.6\text{cm}} = 0.0025 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s2} = 0.003 * \frac{20.74\text{cm}}{33.6\text{cm}} = 0.0019 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s3} = 0.003 * \frac{3.6\text{cm}}{33.6\text{cm}} = 0.00032 < 0.002$$

$$\varepsilon_{s4} = 0.003 * \frac{13.54\text{cm}}{33.6\text{cm}} = 0.0012 > 0.002$$

$$\varepsilon_{s5} = 0.003 * \frac{20.08\text{cm}}{33.6\text{cm}} = 0.0018 < 0.002$$

Cálculo del esfuerzo de Acero

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = E_s * \varepsilon_{s2} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0019 = 3990 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = E_s * \varepsilon_{s3} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.00032 = 672 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = E_s * \varepsilon_{s4} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0012 = 2520 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = E_s * \varepsilon_{s5} = 2100000 \frac{kg}{cm^2} * 0.0018 = 3780 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de la fuerza del hormigón a compresión

$$C = 0.2125 * f'_c * D^2 * (\lambda - \text{sen}\lambda \cos\lambda)$$

$$\lambda = \cos^{-1}\left(1 - \frac{1.7c}{D}\right) = \cos^{-1}\left(1 - \frac{1.7(33.60cm)}{60cm}\right)$$

$$\lambda = 1.52$$

$$C = 0.2125 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 60^2 cm^2 * (1.52 - \text{sen}1.52 * \cos1.52)$$

$$C = 314722.134kg$$

Cálculo de la fuerza del acero a compresión

$$P_{s1} = A_{s1} * f_{s1} = 8.04cm^2 * 4200 \frac{kg}{cm^2} = 33768kg$$

$$P_{s2} = A_{s2} * f_{s2} = 16.08cm^2 * 3990 \frac{kg}{cm^2} = 64159.2kg$$

$$P_{s3} = A_{s3} * f_{s3} = 16.08cm^2 * 672 \frac{kg}{cm^2} = 10805.76kg$$

$$P_{s4} = A_{s4} * f_{s4} = 16.08cm^2 * 2520 \frac{kg}{cm^2} = 40521.6kg$$

$$P_{s5} = A_{s5} * f_{s5} = 8.04cm^2 * 3780 \frac{kg}{cm^2} = 30391.2kg$$

Cálculo de la fuerza nominal

$$P_n = C + P_{s1} + P_{s2} + P_{s3} - P_{s4} - P_{s5}$$

$$P_n = 314722.13kg + 33768kg + 64159.2kg + 10805.76kg - 40521.6kg - 30391.2kg$$

$$P_n = 352542.29kg \rightarrow 352.54ton$$

Cálculo del momento nominal

$$M_n = 314722.13kg * (13.52)cm + 33768kg * (24.4cm) + 64159.2kg * (17.14cm) + 10805.76kg * (0cm) + 40521.6kg * (17.14cm) + 30391.2kg * (24.4cm)$$

$$M_n = 7614756,59kg - cm \rightarrow 76.15ton - m$$

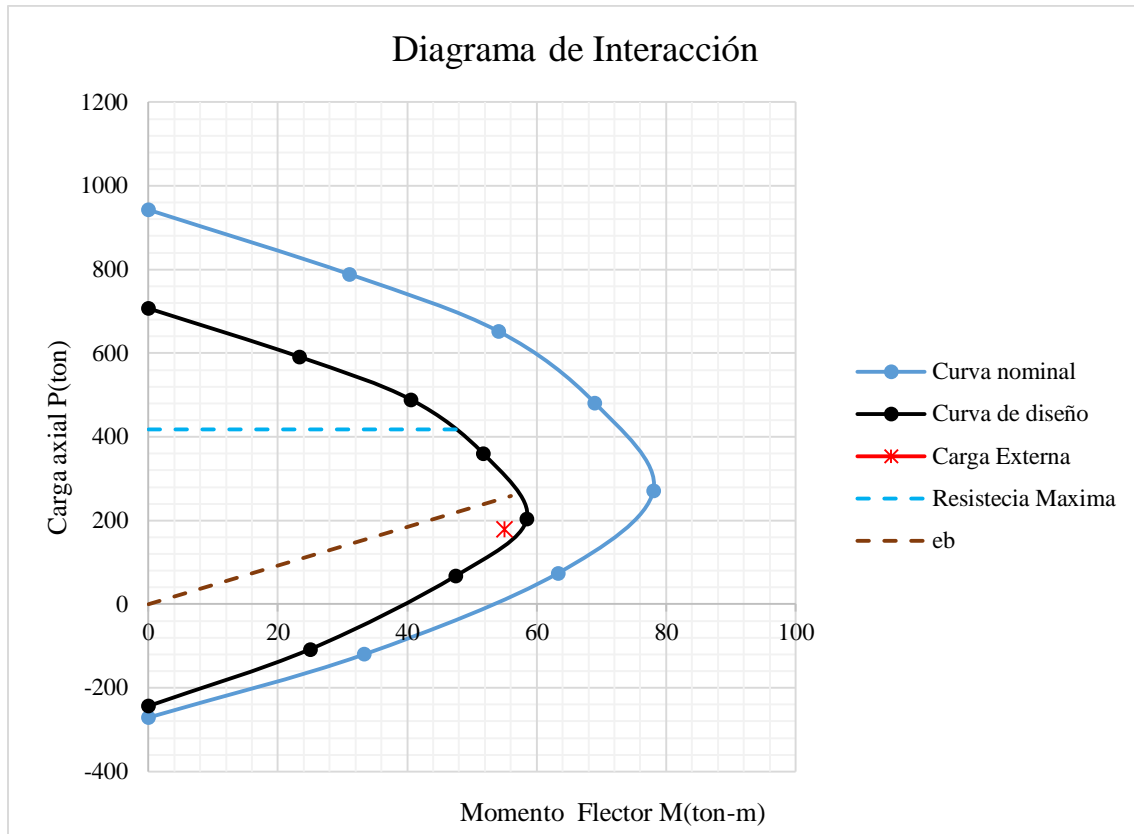


Figura 66. Diagrama de interacción de la columna circular

Fuente: Ebenezer Bassantes

Como se muestra en la figura 66, el diagrama de interacción consta de: la curva nominal, la curva de diseño, la resistencia axial máxima, la condición balanceada y la carga axial y el momento flexionante que actúan sobre la columna. El factor de reducción de la curva nominal varía desde 0.9 hasta 0.75.

La columna con las dimensiones propuestas y el acero de refuerzo calculado, es capaz de resistir las cargas externas actuantes, como se puede observar en el diagrama de interacción el punto que se genera por la carga axial y el momento flexionante, se encuentran dentro de la curva de diseño y por debajo de la resistencia axial máxima, además el comportamiento de la columna está dominado por tracción debido a que dicho punto se encuentra por debajo de su condición balanceada.

FACTOR DEMANDA - CAPACIDAD

Como se indica en [9], $\frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leq 1$

Cálculo de fa

$$fa = \frac{Pu}{Ag}$$

$$fa = \frac{180 * 10^3 kg}{\frac{\pi * (60cm)^2}{4}}$$

$$fa = 63.66$$

Cálculo de Fa

$$Fa = \gamma * (0.225 * f'_c + f_y * \rho_{real})$$

$$Fa = 1 * \left(0.225 * 280 \frac{kg}{cm^2} + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 0.0228 \right)$$

$$Fa = 158.76$$

Cálculo de fb

$$fb = \frac{Mu}{Ig}$$

$$fb = \frac{55 * 10^5 kg - cm}{\frac{\pi * (30cm)^4}{4}}$$

$$fb = 8.65$$

Cálculo de Fb

$$Fb = 0.45 * f'_c$$

$$Fb = 0.45 * 280 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fb = 126$$

$$\frac{63.66}{158.76} + \frac{8.65}{126} \leq 1$$

$$0.4 + 0.07 \leq 1$$

$$0.47 \leq 1 \rightarrow = OK$$

4.1.2.2 Resolución con el Programa desarrollado

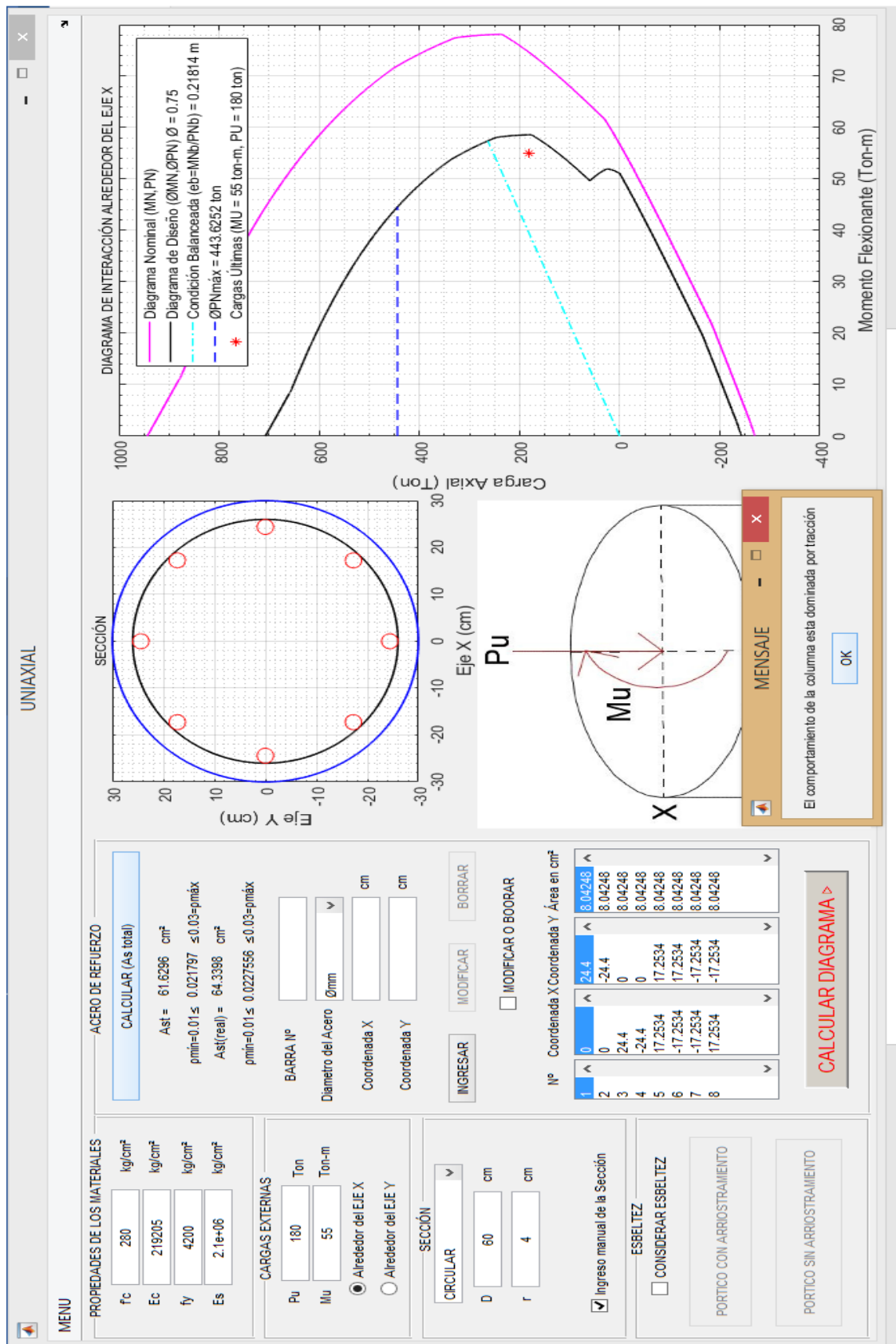


Figura 67. Captura del programa de la columna circular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

4.1.3 Columna rectangular con flexo compresión biaxial

Diseñar una columna de hormigón armado de sección rectangular, de $40\text{cm} \times 40\text{cm}$, la cual esta soportando una carga última de 50 ton y un momento flector último $M_{ux} = 8\text{ ton} - \text{m}$ (alrededor del eje X) y $M_{uy} = 12\text{ ton} - \text{m}$ (alrededor del eje Y). El hormigón tiene una resistencia de $280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, el recubrimiento mínimo es de 5cm .

4.1.3.1 Resolución manual

Datos:

$$P_u = 50\text{ ton}$$

$$M_{ux} = 8\text{ ton} - \text{m} \text{ (Alrededor del eje X)}$$

$$M_{uy} = 12\text{ ton} - \text{m} \text{ (Alrededor del eje Y)}$$

$$H = 40\text{cm}$$

$$B = 40\text{cm}$$

$$f'_c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$r = 4\text{cm}$$

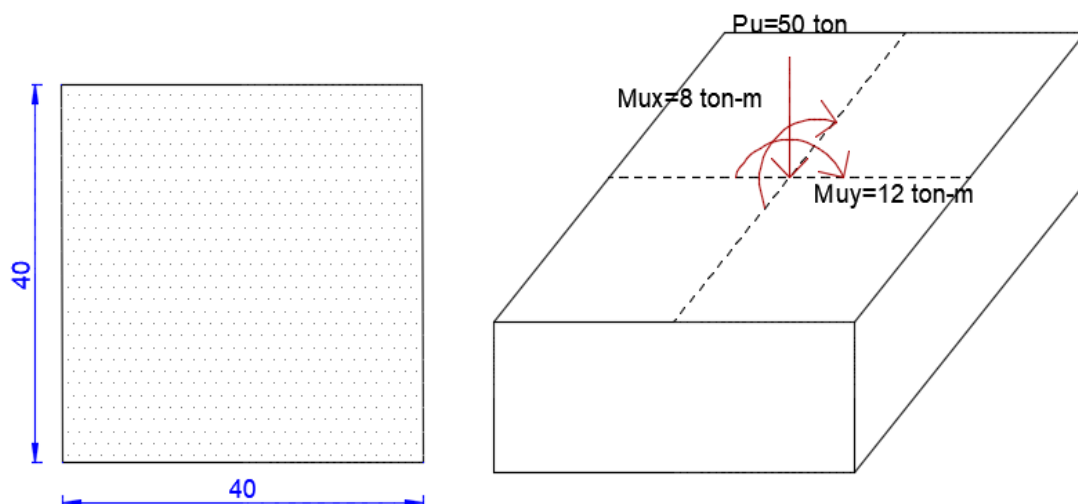


Figura 68. Sección de la columna rectangular biaxial y las cargas actuantes

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo del peralte efectivo

$$d = H - r = (40 - 4)cm = 36cm$$

Cálculo de Mu

$$Mu = \sqrt{Mux^2 + Muy^2}$$

$$Mu = \sqrt{8^2 + 12^2} ton - m$$

$$Mu = 14.42 ton - m$$

Determinación del Abaco

$$\frac{Rx}{Ry} = \frac{Mux}{Muy} = \frac{8ton - m}{12ton - m} = 0.67$$

$$\frac{d}{B} = \frac{36cm}{40cm} = 0.9 \rightarrow ABACO FIG. 50$$

Cálculo de e_x y e_y

$$e_x = \frac{Muy}{Pu} = \frac{12 ton - m}{50 ton} = 0.24m \rightarrow 24cm$$

$$e_y = \frac{Mux}{Pu} = \frac{8 ton - m}{50 ton} = 0.16m \rightarrow 16cm$$

Cálculo de $f''c$

$$\text{Si } f'c \leq 280 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow f''c = 0.85f'c$$

$$f''c = 0.85f'c = 0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} = 238 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de factor de reducción de resistencia Fr

$$Fr = 0.65$$

Cálculo de K

$$K = \frac{Pu}{Fr * B * H * f''c}$$

$$K = \frac{50 * 10^3 \frac{kg}{cm^2}}{0.65 * 40cm * 40cm * 238 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$K = 0.2$$

Cálculo de R_y

$$R_y = \frac{Muy}{Fr * B * H^2 * f''c}$$

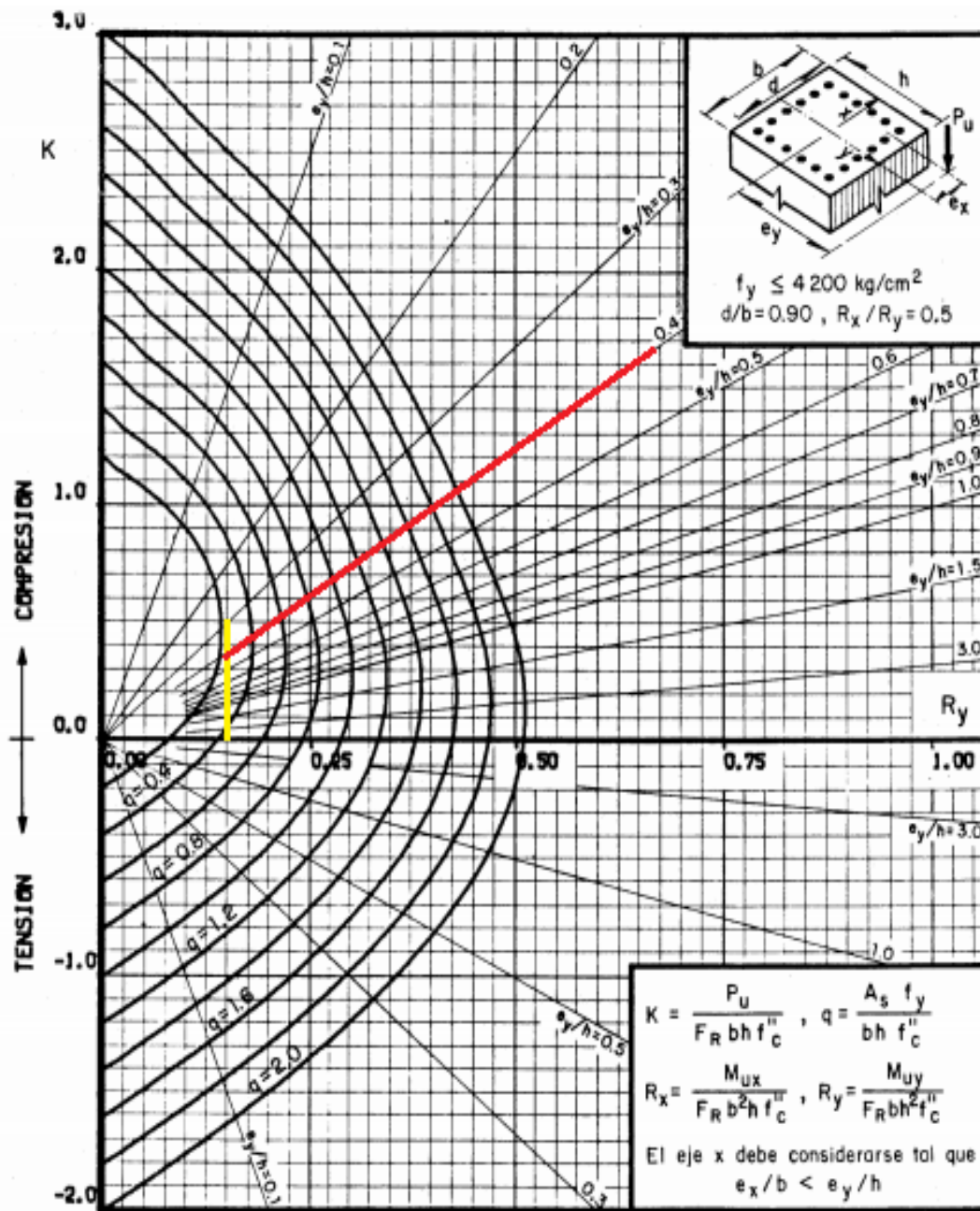
$$Ry = \frac{12 * 10^5 kg - cm}{0.65 * 40cm * 40cm^2 * 238 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$Ry = 0.13$$

Cálculo de $\frac{ey}{H}$

$$\frac{ey}{H} = \frac{16cm}{40cm} = 0.4$$

Determinación de q



A_s = Área total de refuerzo
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$, si $f_c^* \leq 280 \text{ kg/cm}^2$; $f_c'' = (1.05 - \frac{f_c^*}{1400}) f_c^*$, si $f_c^* > 280 \text{ kg/cm}^2$
 F_R = Factor de reducción de resistencia
 P_u = Carga axial última
 M_{uy} = Momento flexionante último en dirección y = $P_u \cdot e_y$
 M_{ux} = Momento flexionante último en dirección x = $P_u \cdot e_x$

Fig 42

Figura 69. Abaco (fig. 42) adimensional para diseño de columnas rectangulares

Fuente: R, MELI. Gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado

$q = 0.25$

Determinación del área de acero

$$A_s = q * \frac{B * H * f''_c}{f_y} = 0.25 * \frac{40cm * 40cm * 238 \frac{kg}{cm^2}}{4200 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$A_s = 22.67cm^2$$

Determinación de la cuantía de acero

$$\rho = \frac{A_s}{B * H}$$

$$\rho = \frac{22.67cm^2}{40cm * 40cm}$$

$$\rho = 0.0142$$

Comprobación de la cuantía de acero

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.0142 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

Armado de la columna

$$A_s = 4\emptyset 18mm + 8\emptyset 16mm \rightarrow 26.27cm^2$$

Cálculo de cuantía de acero real

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{B * H}$$

$$\rho_{real} = \frac{26.27cm^2}{40cm * 40cm}$$

$$\rho_{real} = 0.0164$$

Comprobación de la cuantía de acero real

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.0164 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

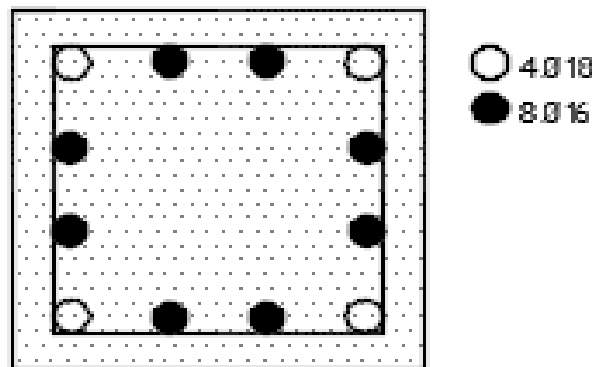


Figura 70. Columna rectangular biaxial diseñada

Fuente: Ebenezer Bassantes

FACTOR DEMANDA - CAPACIDAD

Como se indica en [9], $\frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leq 1$

Cálculo de fa

$$fa = \frac{Pu}{Ag}$$

$$fa = \frac{50 * 10^3 kg}{40cm * 40cm}$$

$$fa = 31.25$$

Cálculo de Fa

$$Fa = \gamma * (0.225 * f'_c + f_y * \rho_{real})$$

$$Fa = 0.8 * \left(0.225 * 240 \frac{kg}{cm^2} + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 0.0164 \right)$$

$$Fa = 98.30$$

Cálculo de fb

$$fb = \frac{Mu}{Ig}$$

$$fb = \frac{14.42 * 10^5 kg - cm}{40cm * \frac{(40cm)^3}{12}}$$

$$fb = 6.76$$

Cálculo de Fb

$$Fb = 0.45 * f'_c$$

$$Fb = 0.45 * 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fb = 108 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{31.25}{98.3} + \frac{6.76}{108} \leq 1$$

$$0.31 + 0.06 \leq 1$$

$$0.36 \leq 1 \rightarrow OK$$

4.1.3.2 Resolución con el Programa desarrollado

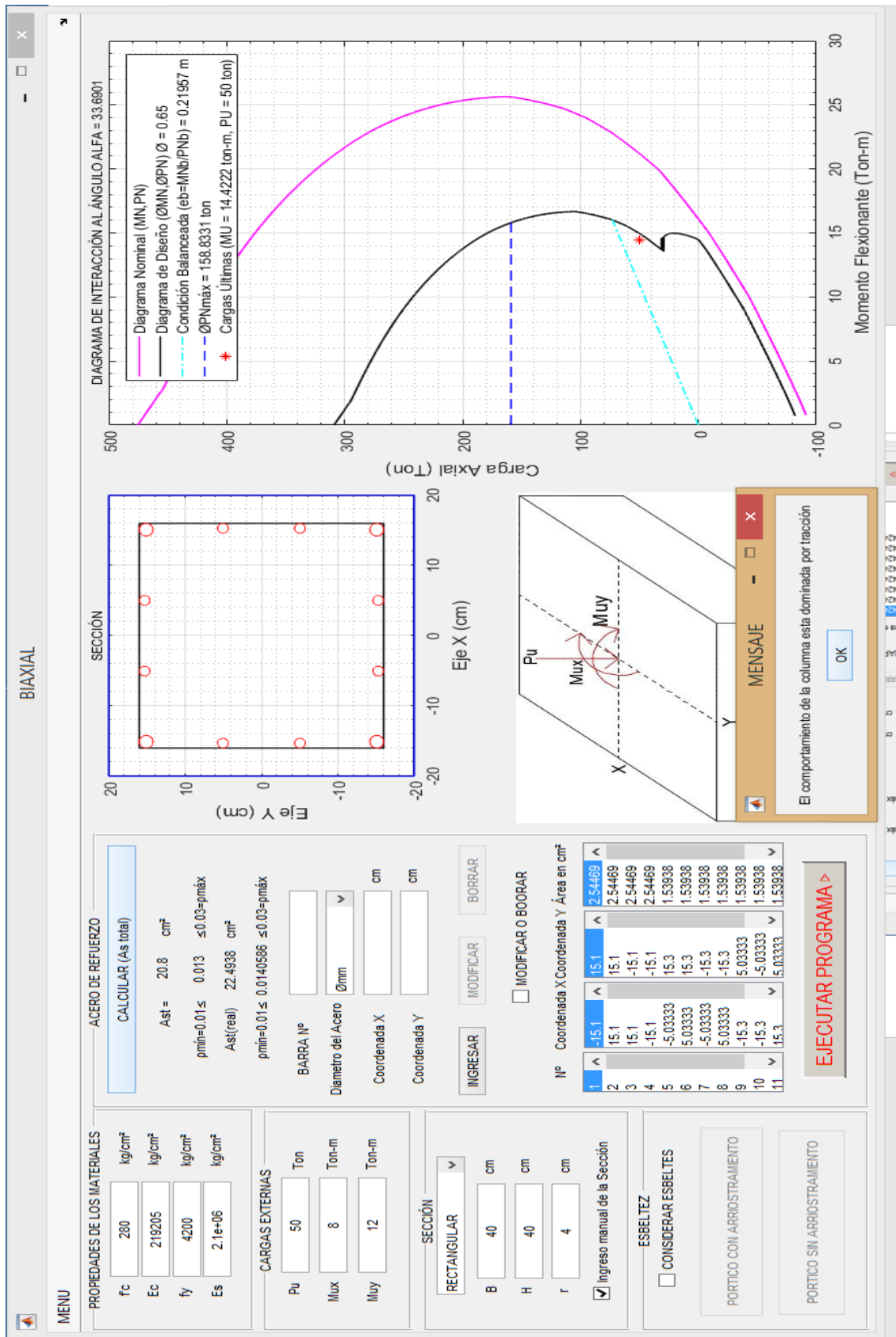


Figura 71. Captura del programa de la columna rectangular biaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

PROCESO DE CÁLCULO PARA LA OBTENCIÓN DE UN PUNTO DEL DIGRAMA

Cálculo de la carga axial máxima

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = \emptyset(\emptyset_1 \emptyset_2 (0.85 f' c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST}))$$

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = 0.65 \left(0.85 * 0.65 * \left(0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} * (1600 - 22.49) cm^2 + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 22.49 cm^2 \right) \right)$$

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = 158.83 \text{ ton}$$

Cálculo del ángulo α

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{M_{uY}}{M_{uX}} \right)$$

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{12 \text{ ton} - m}{8 \text{ ton} - m} \right)$$

$$\alpha = 0.588$$

Cálculo de las coordenadas iniciales

$$\text{Coord}x_i = \begin{bmatrix} -15.1; 15.1; 15.1; -15.1; -5.03; 5.03 \\ -5.03; 5.03; -15.3; -15.3; 15.3; 15.3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Coord}y_i = \begin{bmatrix} 15.1; 15.1; -15.1; -15.1; 15.3; 15.3 \\ -15.3; -15.3; 5.03; -5.03; 5.03; -5.03 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las distancias dx_i y dy_i

$$dx_i = \frac{B}{2} - \text{Coord}x_i$$

$$dx_i = \frac{40}{2} - \begin{bmatrix} -15.1; 15.1; 15.1; -15.1; -5.03; 5.03 \\ -5.03; 5.03; -15.3; -15.3; 15.3; 15.3 \end{bmatrix}$$

$$dx_i = \begin{bmatrix} 25.1; 4.9; 4.9; 35.1; 25.03; 14.97 \\ 25.03; 14.97; 35.3; 35.3; 4.7; 4.7 \end{bmatrix}$$

$$dy_i = \frac{H}{2} + \text{Coord}y_i$$

$$dy_i = \frac{40}{2} + \begin{bmatrix} 15.1; 15.1; -15.1; -15.1; 15.3; 15.3 \\ -15.3; -15.3; 5.03; -5.03; 5.03; -5.03 \end{bmatrix}$$

$$dy_i = \begin{bmatrix} 35.1; 35.1; 4.9; 4.9; 35.3; 35.3 \\ 4.7; 4.7; 25.03; 14.97; 25.03; 14.97 \end{bmatrix}$$

Asumir el valor del ángulo c'

$$c' = 30$$

Asumir el valor del ángulo θ

$$\theta = 0.5$$

Cálculo de X_i

$$X_i = c' \text{ Sen } \theta - [dx_i \text{ Cos } \theta + dy_i \text{ Sen } \theta]$$

$$X_i = 30 \text{ Sen}(0.5) - \left[\begin{bmatrix} 25.1; 4.9; 4.9; 35.1; 25.03; 14.97 \\ 25.03; 14.97; 35.3; 35.3; 4.7; 4.7 \end{bmatrix} * \text{Cos}(0.5) \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} 35.1; 35.1; 4.9; 4.9; 35.3; 35.3 \\ 4.7; 4.7; 25.03; 14.97; 25.03; 14.97 \end{bmatrix} * \text{Sen}(0.5) \right]$$

$$X_i = \begin{bmatrix} -33.24; -6.74; 7.73; -18.76; -24.51; -15.67 \\ -9.83; -1.01; -28.59; -23.77; -1.74; 3.08 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las deformaciones de cada barra de refuerzo

$$\epsilon s_i = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c'}$$

$$\epsilon s_i = \begin{bmatrix} -33.24; -6.74; 7.73; -18.76; -24.51; -15.6 \\ -9.83; -1.01; -28.59; -23.77; -1.74; 3.08 \end{bmatrix} * \frac{0.003}{30}$$

$$\epsilon s_i = \begin{bmatrix} -0.0069; -0.0014; 0.0016; -0.0039; -0.0051; -0.0033; -0.0021 \\ -0.0002; -0.006; -0.005; -0.0004; 0.0006 \end{bmatrix}$$

Cálculo del esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f s_i = \epsilon s_i E s$$

$$f s_i = \begin{bmatrix} -0.0069; -0.0014; 0.0016; -0.0039; -0.0051; -0.0033; -0.0021 \\ -0.0002; -0.006; -0.005; -0.0004; 0.0006 \end{bmatrix}$$

$$* 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f s_i = 10^4 * \begin{bmatrix} -1.45; -0.29; 0.33; -0.82; -1.07; -0.68 \\ -0.43; -0.04; -1.25; -1.04; -0.07; 0.13 \end{bmatrix}$$

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f s_i \leq f_y$$

$$f s_i = \begin{bmatrix} -4.2; -2.9; 3.3; -4.2; -4.2; -4.2 \\ -4.2; -4.2; -4.2; -4.2; -0.7; 1.3 \end{bmatrix} * 10^3$$

Cálculo de la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P_{S_i} = A_{S_i} f_{S_i}$$

$$P_{S_i} = \begin{bmatrix} 2.54; 2.54; 2.54; 2.54; 1.54; 1.54 \\ 1.54; 1.54; 1.54; 1.54; 1.54; 1.54 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -4.2; -2.9; 3.3; -4.2; -4.2; -4.2 \\ -4.2; -4.2; -4.2; -4.2; -0.7; 1.3 \end{bmatrix} * 10^3$$

$$P_{S_i} = \begin{bmatrix} -1.06; -0.75; 0.86; -1.06; -0.64; -0.64 \\ -0.64; -0.06; -0.64; -0.64; -0.11; 0.21 \end{bmatrix} * 10^4$$

Cálculo la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_S = \sum P_{S_i}$$

$$P_S = 10^4 * \begin{pmatrix} -1.06 - 0.75 + 0.86 - 1.06 - 0.64 - 0.64 \\ -0.64 - 0.06 - 0.64 - 0.64 - 0.11 + 0.21 \end{pmatrix}$$

$$P_S = -52376 \text{ kg}$$

Cálculo de la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum P_{S_i} dx_i}{P_S}$$

$$\bar{X}_s = \frac{-1627700 \text{ kg} - \text{cm}}{-52376 \text{ kg}}$$

$$\bar{X}_s = 31.07 \text{ cm}$$

$$\bar{Y}_s = \frac{\sum P_{S_i} dy_i}{P_S}$$

$$\bar{Y}_s = \frac{-1396100 \text{ kg} - \text{cm}}{-52376 \text{ kg}}$$

$$\bar{Y}_s = 26.65 \text{ cm}$$

Cálculo de la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.85 f'_c A_c$$

$$a' = \beta_1 * c'$$

$$a' = 0.85 * 30 \text{ cm}$$

$$a' = 25.5 \text{ cm}$$

Si $\theta \leq \tan^{-1}\left(\frac{B}{a'}\right)$ y $a' \leq H \rightarrow Ac$ es triangular

$$0.5 \leq \tan^{-1}\left(\frac{40cm}{25cm}\right) \text{ y } 25cm \leq 40$$

$0.5 \leq 1.003$ y $25cm \leq 40 \rightarrow$ cumple la condición

$$L1 = a' * \tan(\theta)$$

$$L1 = 25cm * \tan(0.5)$$

$$L1 = 13.93cm$$

$$Ac = \frac{a'L1}{2}$$

$$Ac = \frac{25.5cm * 13.93cm}{2}$$

$$Ac = 177.61cm^2$$

$$C = 0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} * 177.61cm^2$$

$$C = 42273kg$$

Cálculo de la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el hormigón.

\bar{X}_c y \bar{Y}_c : Se determina según la forma del área de compresión A_c .

$$\bar{X}_c = \frac{L1}{3}$$

$$\bar{X}_c = \frac{13.93cm}{3}$$

$$\bar{X}_c = 4.64cm$$

$$\bar{Y}_c = \frac{a'}{3}$$

$$\bar{Y}_c = \frac{25.5cm}{3}$$

$$\bar{Y}_c = 8.5cm$$

Cálculo de la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + Ps$$

$$P_N = 42273 kg - 52376kg$$

$$P_N = -10103kg \rightarrow -10.103 ton$$

Cálculo la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C\bar{X}_c + P_s\bar{X}_s}{C + P_s}$$

$$\bar{X}_N = \frac{(-42.273 * 4.64)ton - cm + (-52.376 * 31.07)ton - cm}{(42.273 kg - 52.376)ton}$$

$$\bar{X}_N = 141.68cm$$

$$\bar{Y}_N = \frac{C\bar{Y}_c + P_s\bar{Y}_s}{C + P_s}$$

$$\bar{Y}_N = \frac{(-42.273 * 8.5)ton - cm + (-52.376 * 26.65)ton - cm}{(42.273 - 52.376)ton}$$

$$\bar{Y}_N = 102.62cm$$

Cálculo de la distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g * \frac{B}{2} + \sum A_{si} dx_i}{A_{ST} + A_g}$$

$$\bar{X}_{CP} = \frac{1600cm^2 * \frac{40cm}{2} + 449.87cm^3}{(22.49 + 1600)cm^2}$$

$$\bar{X}_{CP} = 20cm$$

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{A_g * \frac{H}{2} + \sum A_{si} dy_i}{A_{ST} + A_g}$$

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{1600cm^2 * \frac{40cm}{2} + 449.87cm^3}{(22.49 + 1600)cm^2}$$

$$\bar{Y}_{CP} = 20cm$$

Cálculo de la excentricidad.

$$e_x = \bar{X}_N - \bar{X}_{CP}$$

$$e_x = 141.68cm - 20cm$$

$$e_x = 121.68cm$$

$$e_y = \bar{Y}_N - \bar{Y}_{CP}$$

$$e_y = 102.62\text{cm} - 20\text{cm}$$

$$e_y = 82.62\text{cm}$$

Calcular el momento resistente en X e Y .

$$M_{NX} = P_N e_y$$

$$M_{NX} = -10.103\text{ ton} * 1.21\text{m}$$

$$M_{NX} = -8.34\text{ ton} - \text{m}$$

$$M_{NY} = -10.103\text{ ton} * 0.82\text{m}$$

$$M_{NY} = -12.29\text{ ton} - \text{m}$$

Se confirma la siguiente inecuación:

$$\phi P_N < \phi P_{N(\text{máx})}$$

$$0.9 * -10.103\text{ ton} < 158.83\text{ton}$$

$$-9.09\text{ ton} < 158.83\text{ton} \rightarrow \text{ok}$$

Se evalúa la siguiente igualdad:

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\phi M_{NY}}{\phi M_{NX}} \right)$$

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{0.9 * -12.29\text{ ton} - \text{m}}{0.9 * -8.34\text{ ton} - \text{m}} \right)$$

$$0.588 \cong 0.9743 \rightarrow \text{No cumple}$$

Como no cumple, se mantiene el valor actual del parámetro c' , se asume otro valor del ángulo θ . Si el ángulo θ llega a $\pi/2$ rad, se asume otro valor del parámetro c' y se reinicia el valor del ángulo θ .

4.1.4 Columna circular con flexo compresión biaxial

Diseñar y generar el diagrama de interacción de una columna de hormigón armado de sección circular, con un diámetro de 45cm, la cual esta soportando una carga última de 125 ton y un momento flector último $M_{ux} = 12 \text{ ton} - m$ (alrededor del eje X) y $M_{uy} = 10 \text{ ton} - m$ (alrededor del eje Y). El hormigón tiene una resistencia de $240 \frac{kg}{cm^2}$ y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $4200 \frac{kg}{cm^2}$, el recubrimiento mínimo es de 5cm.

4.1.4.1 Resolución manual

Datos:

$$P_u = 125 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 12 \text{ ton} - m \text{ (Alrededor del eje X)}$$

$$M_{uy} = 10 \text{ ton} - m \text{ (Alrededor del eje Y)}$$

$$D = 45 \text{ cm}$$

$$f'_c = 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

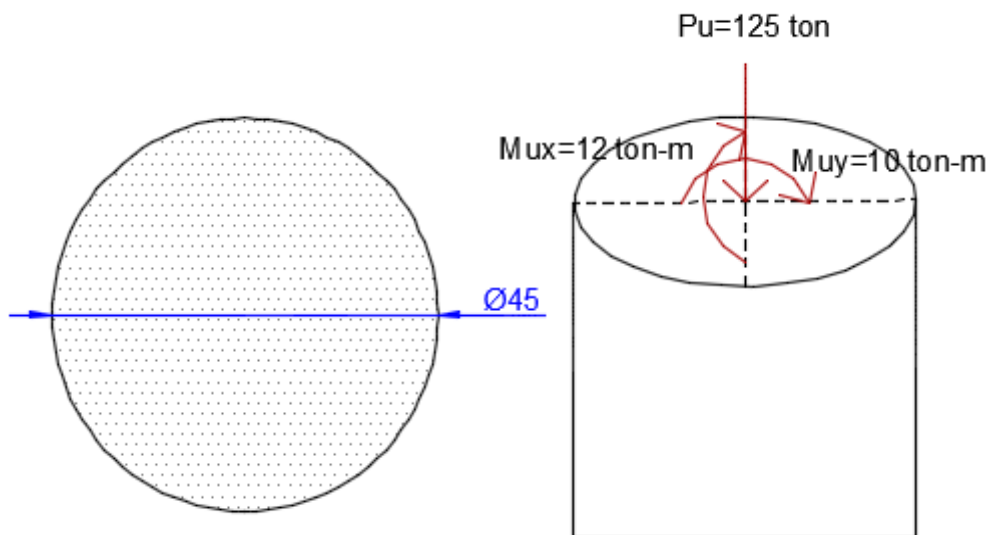


Figura 72. Sección de la columna circular biaxial y las cargas actuantes

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo de Mu

$$\begin{aligned}Mu &= \sqrt{Mux^2 + MUY^2} \\Mu &= \sqrt{12^2 + 10^2} \text{ ton} - m \\Mu &= 15.62 \text{ ton} - m\end{aligned}$$

Cálculo del peralte efectivo

$$d = D - 2r = (45 - 10) \text{ cm} = 35 \text{ cm}$$

Determinación del Abaco

$$\frac{d}{D} = \frac{35 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} = 0.78 \cong 0.8 \rightarrow \text{ABACO FIG. 19}$$

Cálculo de $f''c$

$$\begin{aligned}\text{Si } f'c &\leq 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \rightarrow f''c = 0.85f'c \\f''c &= 0.85f'c = 0.85 * 240 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 204 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\end{aligned}$$

Cálculo de factor de reducción de resistencia Fr

$$Fr = 0.75$$

Cálculo de K

$$\begin{aligned}K &= \frac{Pu}{Fr * D^2 * f''c} \\K &= \frac{125 * 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{0.75 * 45^2 \text{ cm}^2 * 204 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \\K &= 0.4\end{aligned}$$

Cálculo de e

$$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{15.62 \text{ ton} - m}{125 \text{ ton}} = 0.125 \text{ m} \rightarrow 12.5 \text{ cm}$$

Cálculo de e/D

$$\frac{e}{D} = \frac{12.5 \text{ cm}}{45 \text{ cm}} = 0.28$$

Determinación de q

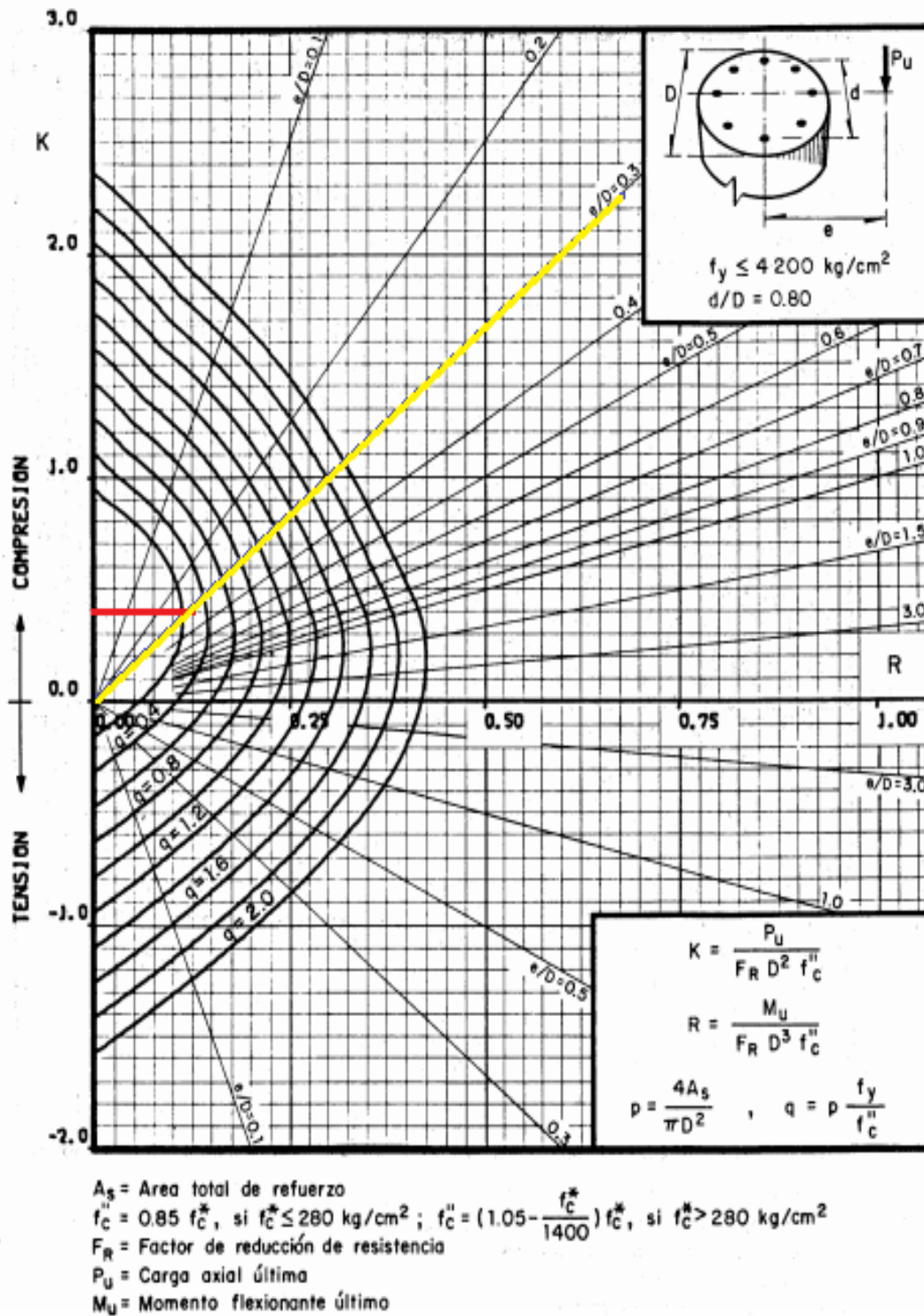


Fig 19

Figura 73. Abaco (fig. 19) adimensional para diseño de columnas rectangulares

Fuente: R, MELI. Gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado

$$q = 0.3$$

Determinación de la cuantía de acero de acero

$$\rho = q * \frac{\beta_1 * f'_c}{f_y} = 0.3 * \frac{0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2}}{4200 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\rho = 0.0146$$

Comprobación de la cuantía de acero

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.0146 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

Cálculo de área de acero de refuerzo

$$A_s = \rho * \frac{\pi * D^2}{4}$$

$$A_s = 0.0146 * \frac{\pi * 45^2 cm^2}{4}$$

$$A_s = 23.22 cm^2$$

Armado de la columna

$$A_s = 8\emptyset 20 mm \rightarrow 25.14 cm^2$$

Cálculo de cuantía de acero real

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{\frac{\pi * D^2}{4}} = \frac{25.14 cm^2}{\frac{\pi * 45^2 cm^2}{4}}$$

$$\rho_{real} = 0.0158$$

Comprobación de la cuantía de acero real

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.0158 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

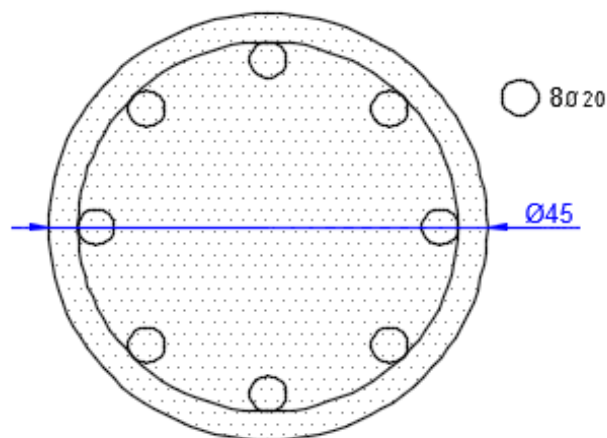


Figura 74. Columna circular biaxial diseñada

Fuente: Ebenezer Bassantes

FACTOR DEMANDA – CAPACIDAD

Como se indica en [9], $\frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leq 1$

Cálculo de fa

$$fa = \frac{Pu}{Ag}$$

$$fa = \frac{125 * 10^3 kg}{\frac{\pi * (45cm)^2}{4}}$$

$$fa = 78.6$$

Cálculo de Fa

$$Fa = \gamma * (0.225 * f'_c + f_y * \rho_{real})$$

$$Fa = 1 * \left(0.225 * 240 \frac{kg}{cm^2} + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 0.0158 \right)$$

$$Fa = 120.36$$

Cálculo de fb

$$fb = \frac{Mu}{Ig}$$

$$fb = \frac{15.62 * 10^5 kg - cm}{\frac{\pi * (22.5cm)^4}{4}}$$

$$fb = 7.76$$

Cálculo de Fb

$$Fb = 0.45 * f'_c$$

$$Fb = 0.45 * 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fb = 108$$

$$\frac{78.6}{120.36} + \frac{7.76}{108} \leq 1$$

$$0.65 + 0.07 \leq 1$$

$$0.72 \leq 1 \rightarrow = OK$$

4.1.4.2 Resolución con el Programa desarrollado

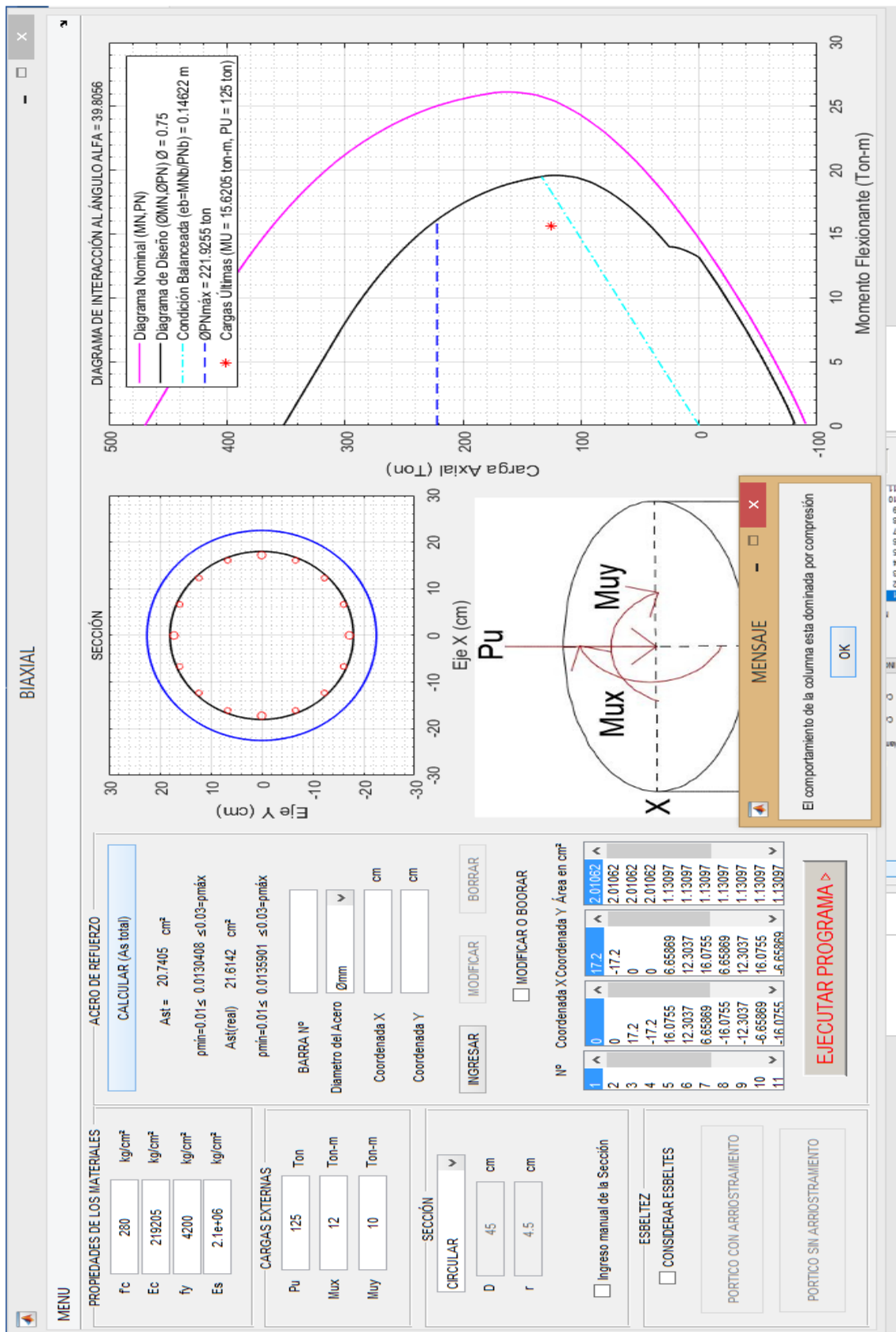


Figura 75. Captura del programa de la columna circular biaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

PROCESO DE CÁLCULO PARA LA OBTENCIÓN DE UN PUNTO DEL DIGRAMA

Cálculo de la carga axial máxima

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = \emptyset(\emptyset_1 \emptyset_2 (0.85 f' c (A_g - A_{ST}) + f_y A_{ST}))$$

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = 0.75 \left(0.85 * 0.75 \right. \\ \left. * \left(0.85 * 280 \frac{kg}{cm^2} * (1590.43 - 21.61) cm^2 + 4200 \frac{kg}{cm^2} \right. \right. \\ \left. \left. * 21.61 cm^2 \right) \right)$$

$$\emptyset P_N(\text{máx}) = 221.92 \text{ ton}$$

Cálculo del ángulo α

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{M_{uY}}{M_{uX}} \right)$$

$$\alpha = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{10 \text{ ton} - m}{12 \text{ ton} - m} \right)$$

$$\alpha = 39.81^\circ$$

Cálculo de las coordenadas iniciales

$$\text{Coord}x_i = \left[\begin{array}{l} 0; 0; 17.2; -17.2; 16.08; 12.3; 6.66; -16.08; \\ -12.3; -6.68; -16.08; -12.3; -6.68; 16.08; 12.30; 6.66 \end{array} \right]$$

$$\text{Coord}y_i = \left[\begin{array}{l} 17.2; -17.2; 0; 0; 6.66; 12.3; 16.08; 6.66; \\ 12.30; 16.08; -6.66; -12.3; -16.08; -6.66; -12.3; -16.08 \end{array} \right]$$

Cálculo de las distancias dx_i y dy_i

$$dx_i = \frac{D}{2} - \text{Coord}x_i$$

$$dx_i = \frac{45}{2} - \left[\begin{array}{l} 0; 0; 17.2; -17.2; 16.08; 12.3; 6.66; -16.08; \\ -12.3; -6.68; -16.08; -12.3; -6.68; 16.08; 12.30; 6.66 \end{array} \right]$$

$$dx_i = \left[\begin{array}{l} 22.5; 22.5; 5.3; 39.7; 6.42; 10.2; 15.84; 38.58; \\ 34.8; 29.16; 38.58; 34.8; 29.16; 6.42; 10.2; 15.84 \end{array} \right]$$

$$dy_i = \frac{D}{2} - \text{Coord}y_i$$

$$dy_i = \frac{45}{2} - \left[\begin{array}{l} 17.2; -17.2; 0; 0; 6.66; 12.3; 16.08; 6.66; \\ 12.30; 16.08; -6.66; -12.3; -16.08; -6.66; -12.3; -16.08 \end{array} \right]$$

$$dx_i = \begin{bmatrix} 5.3; 39.7; 22.5; 22.5; 15.84; 10.2; 6.66; 15.84; \\ 10.2; 6.66; 29.16; 34.8; 38.58; 29.16; 34.8; 38.58 \end{bmatrix}$$

Asumir el valor del ángulo θ

$$\theta = 2.5$$

Cálculo del radio de cada barra de refuerzo

$$R_i = \sqrt{(CoordX_i)^2 + (CoordY_i)^2}$$

$$R_i = \begin{bmatrix} 17.2; 17.2; 17.2; 17.2; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; \\ 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4 \end{bmatrix}$$

Cálculo el ángulo inicial δ_i de cada barra de refuerzo

$$\delta_i = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{\begin{bmatrix} 0; 0; 17.2; -17.2; 16.08; 12.3; 6.66; -16.08; \\ -12.3; -6.68; -16.08; -12.3; -6.68; 16.08; 12.30; 6.66 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 17.2; 17.2; 17.2; 17.2; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; \\ 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4 \end{bmatrix}} \right)$$

$$\delta_i = \begin{bmatrix} 4.71; 1.57; 0; 3.14; 5.89; 5.49; 5.1; 3.53; \\ 3.92; 4.31; 2.75; 2.36; 1.96; 0.39; 0.78; 1.18 \end{bmatrix}$$

Verificación de la siguiente igualdad

$$\text{Sen } \delta_i = -\frac{\text{Coord}Y_i}{R_i}$$

$$\text{Sen} \begin{bmatrix} 4.71; 1.57; 0; 3.14; 5.89; 5.49; 5.1; 3.53; \\ 3.92; 4.31; 2.75; 2.36; 1.96; 0.39; 0.78; 1.18 \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{\begin{bmatrix} 17.2; -17.2; 0; 0; 6.66; 12.3; 16.08; 6.66; \\ 12.30; 16.08; -6.66; -12.3; -16.08; -6.66; -12.3; -16.08 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 17.2; 17.2; 17.2; 17.2; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; \\ 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4 \end{bmatrix}}$$

Si no cumple, el ángulo inicial de cada barra de refuerzo será

$$\delta_i = 2\pi - \delta_i$$

$$\delta_i = \begin{bmatrix} 4.71; 1.57; 0; 3.14; 5.89; 5.49; 5.1; 3.53; \\ 3.92; 4.31; 2.75; 2.36; 1.96; 0.39; 0.78; 1.18 \end{bmatrix}$$

Cálculo del ángulo en que quedó de cada barra de refuerzo tras la rotación

$$\delta'_i = \delta_i + \theta$$

$$\delta'_i = \begin{bmatrix} 4.71; 1.57; 0; 3.14; 5.89; 5.49; 5.1; 3.53; \\ 3.92; 4.31; 2.75; 2.36; 1.96; 0.39; 0.78; 1.18 \end{bmatrix} + 2.5$$

$$\delta'_i = \begin{bmatrix} 7.21; 4.07; 2.5; 5.64; 8.39; 7.99; 7.6; 6.03; \\ 6.42; 6.81; 5.25; 4.86; 4.46; 2.89; 3.28; 3.68 \end{bmatrix}$$

Si $\delta'_i \geq 2\pi$ entonces $\delta'_i = \delta'_i - 360$

$$\delta'_i = \begin{bmatrix} 0.93; 4.07; 2.5; 5.64; 2.11; 1.71; 1.32; 6.03; \\ 0.14; 0.53; 5.25; 4.86; 4.46; 2.89; 3.28; 3.68 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las coordenadas actuales medidas desde el centro de la sección

$$CoordX'_i = Ri \text{ Cos } \delta'_i$$

$$CoordX'_i = \begin{bmatrix} 17.2; 17.2; 17.2; 17.2; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; \\ 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4 \end{bmatrix} \\ * \text{Cos} \begin{bmatrix} 0.93; 4.07; 2.5; 5.64; 2.11; 1.71; 1.32; 6.03; \\ 0.14; 0.53; 5.25; 4.86; 4.46; 2.89; 3.28; 3.68 \end{bmatrix}$$

$$CoordX'_i = \begin{bmatrix} 10.29; -10.29; -14.77; 13.77; -8.89; -2.49; 4.28; 16.86 \\ 17.22; 14.95; 8.89; 2.49; -4.28; -16.86; -17.22; -14.95 \end{bmatrix}$$

$$CoordY'_i = -Ri \text{ Sen } \delta'_i$$

$$CoordY'_i = - \begin{bmatrix} 17.2; 17.2; 17.2; 17.2; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; \\ 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4; 17.4 \end{bmatrix} \\ * \text{Sen} \begin{bmatrix} 0.93; 4.07; 2.5; 5.64; 2.11; 1.71; 1.32; 6.03; \\ 0.14; 0.53; 5.25; 4.86; 4.46; 2.89; 3.28; 3.68 \end{bmatrix}$$

$$CoordY'_i = \begin{bmatrix} -13.77; 13.77; -10.29; 10.29; -14.95; -17.22; -16.86; 4.28 \\ -2.49; -8.89; 14.95; 17.22; 16.86; -4.28; 2.49; 8.89 \end{bmatrix}$$

Cálculo de la distancia dx'_i y dy'_i actuales de cada barra de refuerzo

$$dx'_i = \frac{D}{2} \pm CoordX'_i$$

$$dx'_i = \frac{45}{2} - \begin{bmatrix} 10.29; -10.29; -14.77; 13.77; -8.89; -2.49; 4.28; 16.86 \\ 17.22; 14.95; 8.89; 2.49; -4.28; -16.86; -17.22; -14.95 \end{bmatrix}$$

$$dx'_i = \begin{bmatrix} 12.2; 32.79; 36.27; 8.7; 31.39; 24.99; 18.21; 5.63 \\ 5.27; 7.54; 13.6; 20; 26.78; 39.36; 39.72; 37.45 \end{bmatrix}$$

$$dy'_i = \frac{D}{2} \pm CoordY'_i$$

$$dy'_i = \frac{45}{2} - \begin{bmatrix} -13.77; 13.77; -10.29; 10.29; -14.95; -17.22; -16.86; 4.28 \\ -2.49; -8.89; 14.95; 17.22; 16.86; -4.28; 2.49; 8.89 \end{bmatrix}$$

$$dy'_i = \begin{bmatrix} 36.27; 8.72; 32.79; 12.2; 37.45; 39.72; 39.36; 18.21 \\ 24.99; 31.39; 7.54; 5.27; 5.63; 26.78; 20; 13.61 \end{bmatrix}$$

Asumir el valor del Eje neutro

$$c = 30$$

Cálculo de X_i para cada barra de refuerzo, así:

$$X_i = c - dx'_i$$

$$X_i = 30 - \begin{bmatrix} 12.2; 32.79; 36.27; 8.7; 31.39; 24.99; 18.21; 5.63 \\ 5.27; 7.54; 13.6; 20; 26.78; 39.36; 39.72; 37.45 \end{bmatrix}$$

$$X_i = \begin{bmatrix} 17.79; -2.79; -6.27; 21.27; -1.39; 5; 11.78; 24.36 \\ 24.72; 22.45; 16.39; 9.99; 3.21; -9.39; -9.72; -7.45 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las deformaciones de cada barra de refuerzo

$$\epsilon s_i = \frac{X_i \epsilon_{cu}}{c}$$

$$\epsilon s_i = \begin{bmatrix} 17.79; -2.79; -6.27; 21.27; -1.39; 5; 11.78; 24.36 \\ 24.72; 22.45; 16.39; 9.99; 3.21; -9.39; -9.72; -7.45 \end{bmatrix} * \frac{0.003}{30}$$

$$\epsilon s_i = \begin{bmatrix} 0.0018; -0.0003; -0.0006; 0.0021; -0.0001; 0.0005; 0.0012; 0.0024 \\ 0.0025; 0.0022; 0.0016; 0.001; 0.0003; -0.0009; -0.001; -0.0007 \end{bmatrix}$$

Cálculo del esfuerzo de cada barra de refuerzo.

$$f s_i = \epsilon s_i E s$$

$$f s_i = \begin{bmatrix} 0.0018; -0.0003; -0.0006; 0.0021; -0.0001; 0.0005; 0.0012; 0.0024 \\ 0.0025; 0.0022; 0.0016; 0.001; 0.0003; -0.0009; -0.001; -0.0007 \end{bmatrix} * 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f s_i = 10^3 * \begin{bmatrix} 3.73; -0.58; -1.31; 4.46; -0.29; 1.05; 2.47; 5.11 \\ 5.19; 4.71; 3.44; 2.09; 0.67; -1.96; -2.04; -1.56 \end{bmatrix}$$

Pero si no cumple con:

$$-f_y \leq f s_i \leq f_y$$

$$f s_i = 10^3 * \begin{bmatrix} 3.73; -0.58; -1.31; 4.2; -0.29; 1.05; 2.47; 4.2 \\ 4.2; 4.2; 3.44; 2.09; 0.67; -1.96; -2.04; -1.56 \end{bmatrix}$$

Cálculo de la fuerza producida por cada barra de refuerzo.

$$P s_i = A s_i f s_i$$

$$P_{Si} = \begin{bmatrix} 2.01; 2.01; 2.01; 2.01; 1.13; 1.13; 1.13; 1.13 \\ 1.13; 1.13; 1.13; 1.13; 1.13; 1.13; 1.13; 1.13 \end{bmatrix} \\ * \begin{bmatrix} 3.73; -0.58; -1.31; 4.2; -0.29; 1.05; 2.47; 4.2 \\ 4.2; 4.2; 3.44; 2.09; 0.67; -1.96; -2.04; -1.56 \end{bmatrix} * 10^3 \\ P_{Si} = \begin{bmatrix} 7.51; -1.17; -2.65; 8.44; -0.33; 1.18; 2.79; 4.75 \\ 4.75; 4.75; 3.89; 2.37; 0.76; -2.22; -2.31; -1.77 \end{bmatrix} * 10^3$$

Cálculo la fuerza resistente aportada por el acero de refuerzo.

$$P_s = \sum P_{Si} \\ P_s = 10^3 * (7.51 - 1.17 - 2.65 + 8.44 - 0.33 + 1.18 + 2.79 + 4.75 + \\ 4.75 + 4.75 + 3.89 + 2.37 + 0.76 - 2.22 - 2.31 - 1.77) \\ P_s = 30761kg$$

Cálculo de la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el acero de refuerzo.

$$\bar{X}_s = \frac{\sum P_{Si} dx_i}{P_s} \\ \bar{X}_s = \frac{1194300 kg - cm}{30761kg} \\ \bar{X}_s = 38.82cm \\ \bar{Y}_s = \frac{\sum P_{Si} dy_i}{P_s} \\ \bar{Y}_s = \frac{314480 kg - cm}{30761kg} \\ \bar{Y}_s = 10.22cm$$

Cálculo del valor del ángulo λ en radianes

$$\lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7c}{D} \right) \\ \lambda = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1.7 * 30cm}{45cm} \right) \\ \lambda = 1.70$$

$$\text{Si } c > \frac{D}{0.85} \rightarrow \lambda = \pi$$

$$30cm > \frac{45cm}{0.85}$$

$$30cm > 52.94cm$$

$$\lambda = 1.70$$

Cálculo de la fuerza resistente aportada por el hormigón.

$$C = 0.2125 D^2 f'c (\lambda - \text{Sen } \lambda \text{ Cos } \lambda)$$

$$C = 0.2125 (45cm)^2 * 280 \frac{kg}{cm^2} (1.7 - \text{Sen}(1.7) * \text{Cos}(1.70))$$

$$C = 221300kg$$

Cálculo de la ubicación donde se aplicará la fuerza aportada por el hormigón.

$$\bar{X}_0 = \left(\frac{D}{3}\right) - \frac{\text{sen}^3 \lambda}{\lambda - \text{sen} \lambda \text{ cos} \lambda}$$

$$\bar{X}_0 = \left(\frac{45cm}{3}\right) - \frac{\text{sen}^3(1.7)}{1.7 - \text{sen}(1.7) \text{ cos}(1.7)}$$

$$\bar{X}_0 = 7.95cm$$

$$\bar{X}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0 \text{Cos} \theta$$

$$\bar{X}_c = \frac{45cm}{2} - 7.95cm * \text{Cos}(2.5)$$

$$\bar{X}_c = 28.87cm$$

$$\bar{Y}_c = \frac{D}{2} - \bar{X}_0 \text{Sen} \theta$$

$$\bar{Y}_c = \frac{45cm}{2} - 7.95cm * \text{Sen}(2.5)$$

$$\bar{Y}_c = 17.74cm$$

Cálculo de la fuerza resistente nominal.

$$P_N = C + P_s$$

$$P_N = 221300kg + 30761kg$$

$$P_N = 252061 kg \rightarrow 252.06 ton$$

Cálculo la ubicación de la fuerza resistente nominal.

$$\bar{X}_N = \frac{C\bar{X}_c + P_s\bar{X}_s}{C + P_s}$$

$$\bar{X}_N = \frac{(221.3 * 28.87)ton - cm + (30.761 * 38.82)ton - cm}{(221.300 + 30.761)ton}$$

$$\bar{X}_N = 30.08cm$$

$$\bar{Y}_N = \frac{C\bar{Y}_c + P_s\bar{Y}_s}{C + P_s}$$

$$\bar{Y}_N = \frac{(221.3 * 17.74)ton - cm + (30.761 * 10.22)ton - cm}{(221.300 + 30.761)ton}$$

$$\bar{Y}_N = 16.82$$

Cálculo de la distancia entre el centro de resistencia y el centroide plástico de la sección.

$$\bar{X}_{CP} = \frac{A_g * \frac{D}{2} + \sum A_{si} dx_i}{A_{ST} + A_g}$$

$$\bar{X}_{CP} = \frac{1590.43cm^2 * \frac{45cm}{2} + 486.31cm^3}{(21.61 + 1590.43)cm^2}$$

$$\bar{X}_{CP} = 22.5cm$$

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{A_g * \frac{D}{2} + \sum A_{si} dy_i}{A_{ST} + A_g}$$

$$\bar{Y}_{CP} = \frac{1590.43cm^2 * \frac{45cm}{2} + 486.31cm^3}{(21.61 + 1590.43)cm^2}$$

$$\bar{Y}_{CP} = 22.5cm$$

Cálculo de la excentricidad.

$$e_x = \bar{X}_{CP} - \bar{X}_N$$

$$e_x = 22.5cm - 30.08cm$$

$$e_x = -7.58cm$$

$$e_y = \bar{Y}_N - \bar{Y}_{CP}$$

$$e_y = 16.82cm - 22.5cm$$

$$e_y = -5.68cm$$

Calcular el momento resistente en X e Y.

$$M_{NX} = P_N e_y$$

$$M_{NX} = 252.06 \text{ ton} * -0.057m$$

$$M_{NX} = -14.30 \text{ ton} - m$$

$$M_{NY} = 252.06 \text{ ton} * -0.076m$$

$$M_{NY} = -19.12 \text{ ton} - m$$

Se confirma la siguiente inecuación:

$$\phi P_N < \phi P_{N(\text{máx})}$$

$$0.75 * 252.06 \text{ ton} < 221.92 \text{ ton}$$

$$189.05 \text{ ton} < 221.92 \text{ ton} \rightarrow \text{ok}$$

Se evalúa la siguiente igualdad:

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\phi M_{NY}}{\phi M_{NX}} \right)$$

$$\alpha \cong \text{Tan}^{-1} \left(\frac{0.75 * -19.12 \text{ ton} - m}{0.75 * -14.30 \text{ ton} - m} \right)$$

$$0.6947 \cong 0.9284 \rightarrow \text{No cumple}$$

Como no cumple, se mantiene el valor actual del parámetro c , se asume otro valor del ángulo θ . Si el ángulo θ llega a límite 2π , se asume otro valor del parámetro c y se reinicia el valor del ángulo θ . Y se vuelve a hacer otra iteración.

4.1.5 Esbeltez sin desplazamientos laterales

Diseñar una columna DE dentro de un pórtico arriostrado, todas las columnas y vigas tienen la misma sección como se muestra en la figura 4.36, la columna soportan una carga última de $P_u = 80 \text{ ton}$, y un momento flector último $M_u = 13.11 \text{ ton} - \text{m}$. El hormigón tiene una resistencia de $240 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ y el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, el recubrimiento mínimo es de 4cm.

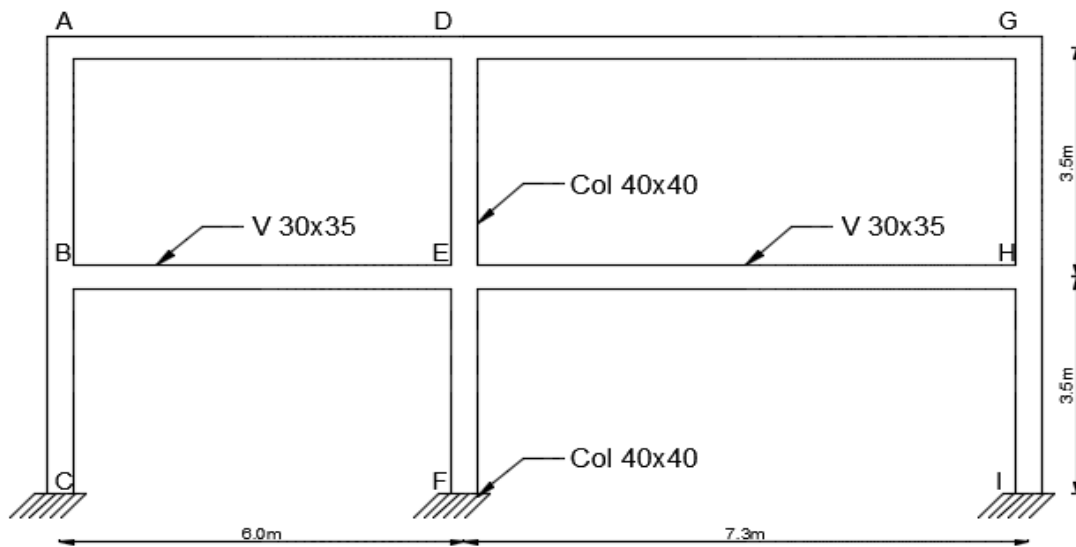


Figura 76. Pórtico arriostrado

Fuente: Ebenezer Bassantes

4.1.5.1 Resolución manual

Datos:

$$P_u = 80 \text{ ton}$$

$$M_u = 13.11 \text{ ton} - \text{m}$$

$$H_c = 40 \text{ cm}$$

$$B_c = 40 \text{ cm}$$

$$L_e = 3.5 \text{ m}$$

$$f'_c = 240 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$f_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

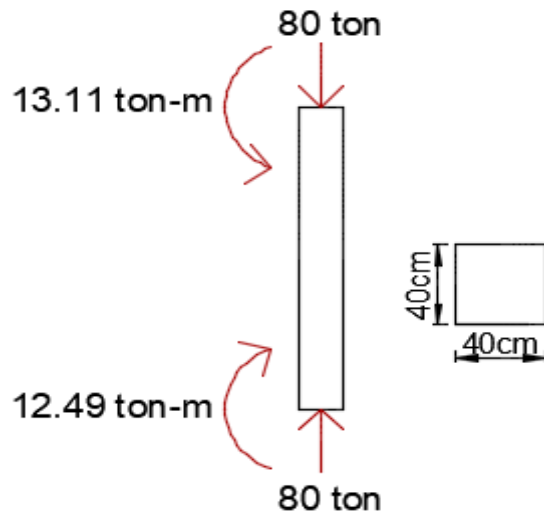


Figura 77. Sección de la columna rectangular del pórtico y las cargas actuantes

Fuente: Ebenezer Bassantes

Cálculo del factor k

Nudo D

Numero de Columnas que llegan al nudo D

$$N = 1$$

Cálculo de momento de inercia de la columna

$$I_{g_{DE}} = \frac{B * H^3}{12} = \frac{40cm * (40cm)^3}{12} = 213333.33cm^4$$

$$Le_{DE} = 3.5m$$

Numero de Vigas que llegan al nudo D

$$N = 2$$

Calculo de momento de inercia de las Vigas

$$I_{g_{AD}} = I_{g_{DG}} = \frac{B * H^3}{12} = \frac{30cm * (35cm)^3}{12} = 107187.5cm^4$$

$$Le_{AD} = 6.0m$$

$$Le_{DG} = 7.3m$$

Cálculo de Ψ

$$\Psi = \frac{0.7 * \frac{\Sigma EI g_{columnas}}{\Sigma le_{columnas}}}{0.35 * \frac{\Sigma EI g_{vigas}}{\Sigma le_{vigas}}}$$

Cálculo del módulo de Elasticidad del concreto

$$E_c = 13100 * \sqrt{f'c} = 13100 * \sqrt{240 \frac{kg}{cm^2}} = 202944.33 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\Psi_D = \frac{0.7 * \left(\frac{202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 213333.33 cm^4}{350 cm} \right)}{0.35 * \left(\frac{202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 107187.5 cm^4 + 202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 107187.5 cm^4}{600 cm + 730 cm} \right)}$$

$$\Psi_D = 7.56$$

Nudo E

Numero de Columnas que llegan al nudo E

$$N = 2$$

Calculo de momento de inercia de la columna

$$I_{g_{ED}} = I_{g_{EF}} = \frac{B * H^3}{12} = \frac{40 cm * (40 cm)^3}{12} = 213333.33 cm^4$$

$$Le_{ED} = 3.5 m$$

$$Le_{EF} = 3.5 m$$

Numero de Vigas que llegan al nudo E

$$N = 2$$

Calculo de momento de inercia de las Vigas

$$I_{g_{BE}} = I_{g_{EH}} = \frac{B * H^3}{12} = \frac{30 cm * (35 cm)^3}{12} = 107187.5 cm^4$$

$$Le_{BE} = 6.0 m$$

$$Le_{EH} = 7.3 m$$

Cálculo de Ψ

$$\Psi = \frac{0.7 * \frac{\Sigma EI g_{columnas}}{\Sigma le_{columnas}}}{0.35 * \frac{\Sigma I g_{vigas}}{\Sigma le_{vigas}}}$$

$$\Psi_E = \frac{0.7 * \left(\frac{202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 213333.33 cm^4 + 202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 213333.33 cm^4}{350 cm + 350 cm} \right)}{0.35 * \left(\frac{202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 107187.5 cm^4 + 202944.33 \frac{kg}{cm^2} * 107187.5 cm^4}{600 cm + 730 cm} \right)}$$

$$\Psi_E = 7.56$$

$$k_1 = 0.7 + 0.05 * (\Psi_D + \Psi_E) = 0.7 + 0.05 * (7.56 + 7.56) = 1.456$$

Como: $k_1 > 1$

$$k_1 = 1$$

Como: $\Psi_D \leq \Psi_E$

$$k_2 = 0.85 + 0.05 * (\Psi_D) = 0.85 + 0.05 * (7.56) = 1.228$$

Como: $k_2 > 1$

$$k_2 = 1$$

Como: $k_1 \leq k_2$

$$k = 1.0$$

Cálculo del radio de giro

$$rg = 0.3 * Hc = 0.3 * 4$$

$$rg = 12 cm$$

Calculo Del factor de Esbeltez

$$fz = \frac{le * k}{rg} \leq 32 + \left(\frac{m1}{m2} \right)$$

$$fz = \frac{350 cm * 1}{12 cm} \leq 32 + 12 * \left(\frac{-12.49}{13.11} \right)$$

$$fz = 29.17 \leq 20.57$$

$$f_z > 20.57 \rightarrow 29.17 > 20.57$$

Nota: Se debe tomar en consideración la esbeltez en el pórtico en estudio.

Cálculo del factor de amplificación de momentos

$$\delta = \frac{Cm}{1 - \frac{PU}{0.75 * Pc}} \geq 1$$

Cálculo del momento mínimo

$$M_{mín} = PU * (1.5 + 0.03 * H)$$

$$M_{mín} = 80\text{ton} * (0.015\text{m} + 0.03 * 0.4\text{m})$$

$$M_{mín} = 7.2 \text{ ton} - \text{m}$$

Cálculo de la Carga Crítica de pandeo

$$Pc = \frac{\pi^2 * Ec * Ig}{(k * le)^2}$$

$$Ig = \frac{0.4 * \frac{B * H^3}{12}}{1 + \beta_{dns}} = \frac{0.4 * \frac{40^4}{12}}{1 + 0.6}$$

$$Ig = 53333.33 \text{ cm}^4$$

$$Pc = \frac{\pi^2 * 202944.33 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 53333.33 \text{cm}^4}{(1 * 350\text{cm})^2}$$

$$Pc = 872.05 \text{ ton}$$

Cálculo del factor Cm

Como: $M_{mín} < m2$

$$7.2 \text{ ton} - \text{m} < 13.11\text{ton} - \text{m}$$

$$Cm = 0.6 - 0.4 * \left(\frac{m1}{m2}\right) = 0.6 - 0.4 * \left(\frac{-12.49}{13.11}\right)$$

$$Cm = 0.98$$

$$\delta = \frac{Cm}{1 - \frac{PU}{0.75 * Pc}} \geq 1$$

$$\delta = \frac{0.98}{1 - \frac{80 \text{ ton}}{0.75 * 872.76 \text{ ton}}}$$

$$\delta = 1.12$$

Cálculo del momento mayorado

$$Mu = \delta * m2$$

$$Mu = 1.12 * 13.11$$

$$Mu = 14.68 \text{ ton} - m$$

Nota: el momento de diseño a utilizar es $Mu = 14.68$

Calculo del peralte efectivo

$$d = H - r = (40 - 4)cm = 36cm$$

Determinación del Abaco

$$\frac{d}{H} = \frac{36cm}{40cm} = 0.9 \rightarrow \text{ABACO FIG. 10}$$

Cálculo de $f''c$

$$\text{Si } f'c \leq 280 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow f''c = 0.85f'c$$

$$f''c = 0.85f'c = 0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2} = 204 \frac{kg}{cm^2}$$

Cálculo de factor de reducción de resistencia Fr

$$Fr = 0.65$$

Cálculo de K

$$K = \frac{Pu}{Fr * B * H * f''c} = \frac{80 * 10^3 \frac{kg}{cm^2}}{0.65 * 40cm * 40cm * 204 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$K = 0.38$$

Cálculo de R

$$R = \frac{Mu}{Fr * B * H^2 * f''c} = \frac{14.68 * 10^5 kg - cm}{0.65 * 40cm * 40^2 cm^2 * 204 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$R = 0.17$$

Determinación de q

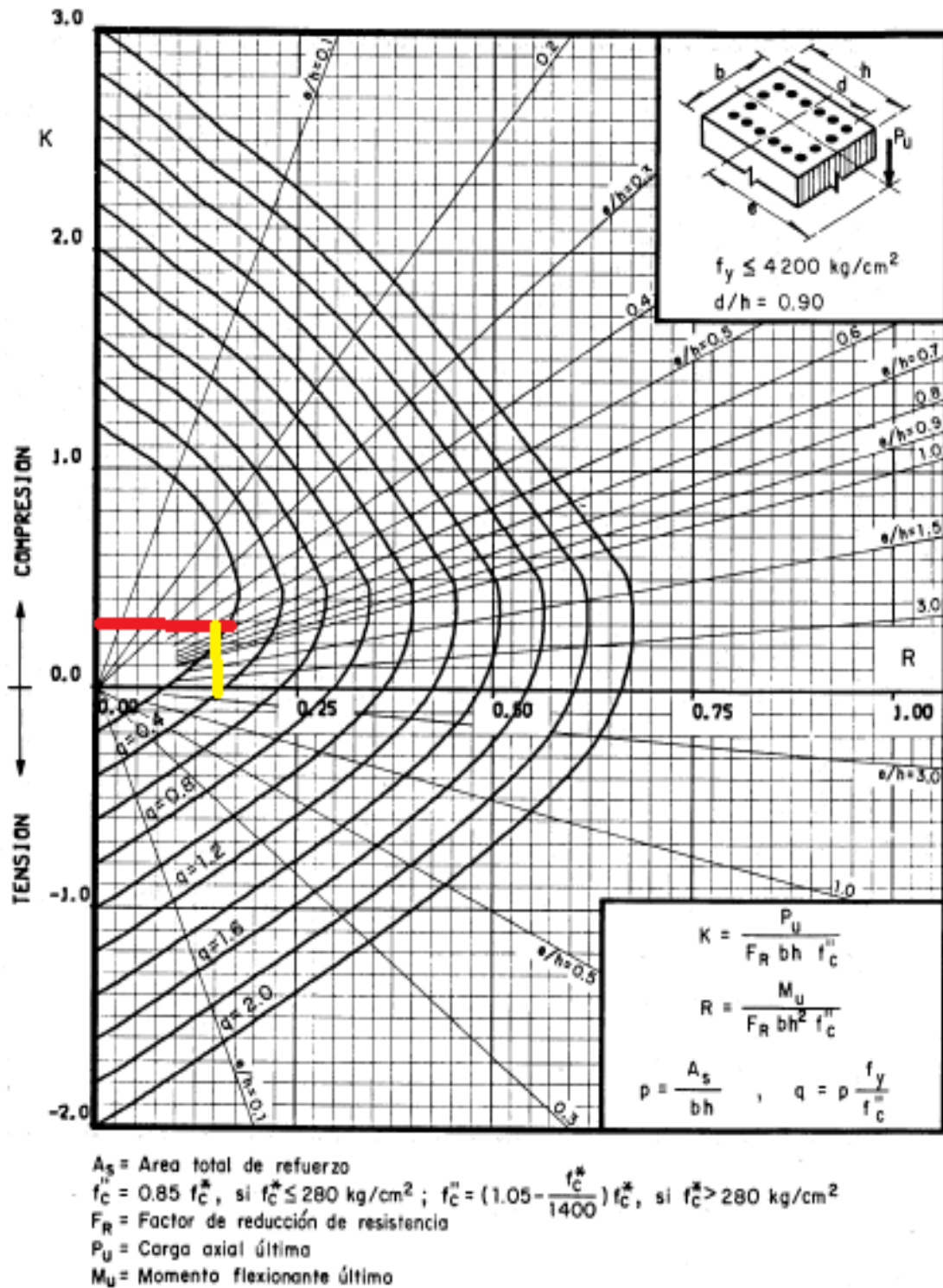


Fig 10

Figura 78. Abaco (fig. 10) adimensional para diseño de columnas rectangulares

Fuente: R, MELI. Gráficas para diseñar columnas de concreto reforzado

$q = 0.2$

Determinación de la cuantía de acero de acero

$$\rho = q * \frac{\beta_1 * f'_c}{f_y} = 0.2 * \frac{0.85 * 240 \frac{kg}{cm^2}}{4200 \frac{kg}{cm^2}}$$

$$\rho = 0.01$$

Comprobación de la cuantía de acero

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.01 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

Cálculo de área de acero de refuerzo

$$A_s = \rho * B * H$$

$$A_s = 0.01 * 40cm * 40cm$$

$$A_s = 16cm^2$$

Armado de la columna

$$A_s = 8\emptyset 16mm \rightarrow 16.08cm^2$$

Cálculo de cuantía de acero real

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{B * H} = \frac{16.08cm^2}{40cm * 40cm}$$

$$\rho_{real} = 0.0101$$

Comprobación de la cuantía de acero real

$$\rho_{mín} \leq \rho \leq \rho_{máx}$$

$$0.01 \leq 0.0101 \leq 0.03 \rightarrow OK$$

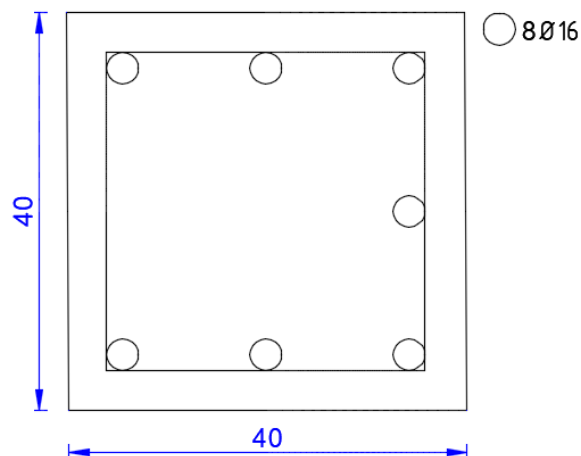


Figura 79. Columna rectangular considerando esbeltez diseñada

Fuente: Ebenezer Bassantes

FACTOR DEMANDA - CAPACIDAD

Como se indica en [9], $\frac{fa}{Fa} + \frac{fb}{Fb} \leq 1$

Cálculo de fa

$$fa = \frac{Pu}{Ag}$$

$$fa = \frac{80 * 10^3 kg}{40cm * 40cm}$$

$$fa = 50$$

Cálculo de Fa

$$Fa = \gamma * (0.225 * f'_c + f_y * \rho_{real})$$

$$Fa = 0.8 * \left(0.225 * 240 \frac{kg}{cm^2} + 4200 \frac{kg}{cm^2} * 0.0101 \right)$$

$$Fa = 96.42$$

Cálculo de fb

$$fb = \frac{Mu}{Ig}$$

$$fb = \frac{14.4 * 10^5 kg - cm}{40cm * \frac{(40cm)^3}{12}}$$

$$fb = 6.75$$

Cálculo de Fb

$$Fb = 0.45 * f'_c$$

$$Fb = 0.45 * 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fb = 108 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{50}{96.42} + \frac{6.75}{108} \leq 1$$

$$0.52 + 0.06 \leq 1$$

$$0.58 \leq 1 \rightarrow OK$$

4.1.5.2 Resolución con el Programa desarrollado

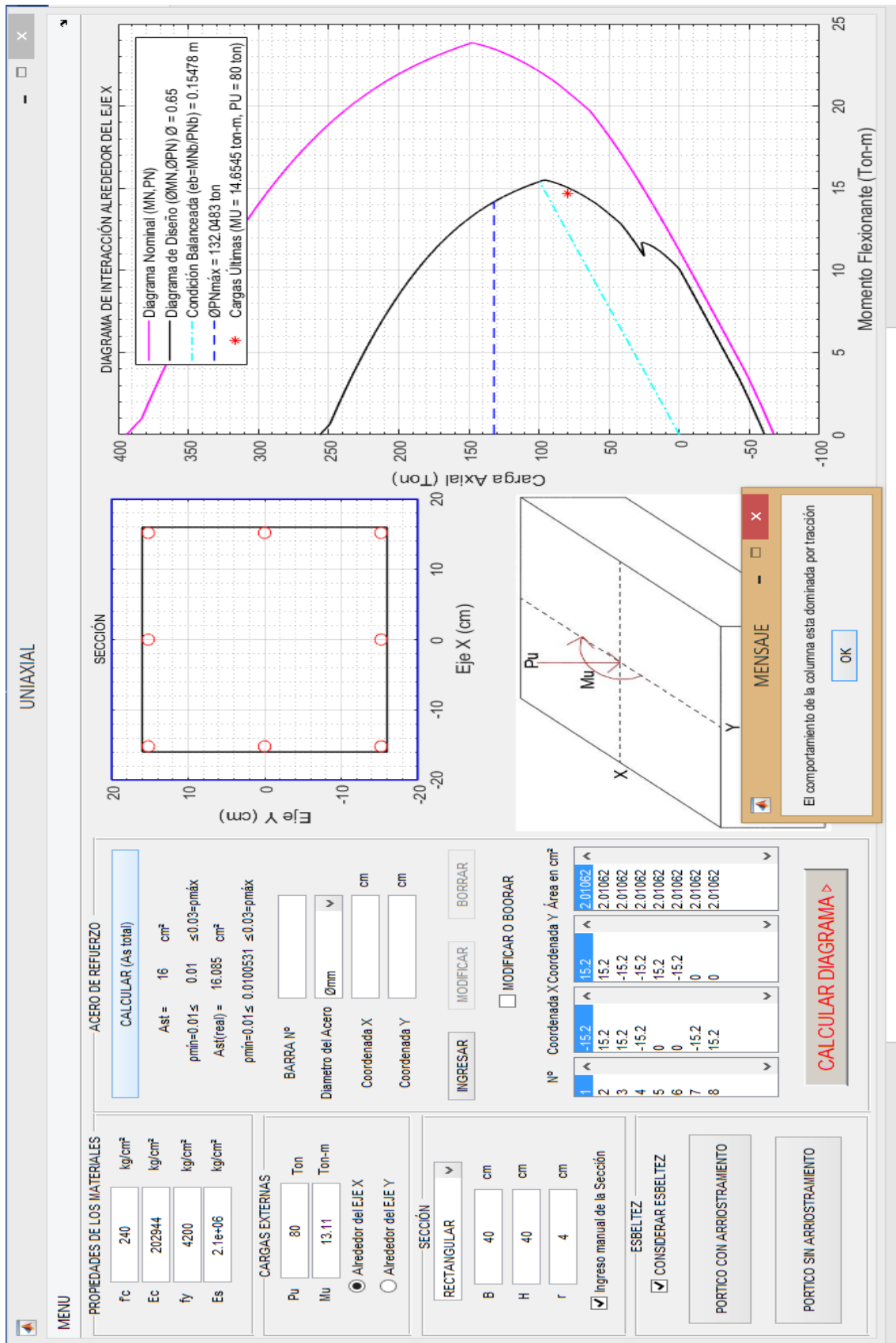


Figura 80. Captura del programa de la columna del pórtico arriostrado
Fuente: Ebenezer Bassantes

PORTICOS-CON-ARRIOSTRAMIENTO

Columna en Estudio

Long. Efectiva (le) m Momento Superior (m1) Ton-m
 Base cm Momento Inferior (m2) Ton-m
 Altura cm

Fac. Amplificación (δ)
 Mu (ton-m) =

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	6	35	30
2	7.3000	35	30

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3.5000	40	40

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	6	35	30
2	7.3000	35	30

Figura 81. Captura del programa cálculo de la esbeltez

Fuente: Ebenezer Bassantes

4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

	Manual	Programa	Unidad	Diferencia	Porcentaje
Área de acero calculada	46.63	47.89	cm^2	1.26	2.7%
Cuantía de acero calculada	0.0194	0.0199	$\frac{cm^2}{cm^2}$	0.0005	2.7%

Tabla 9. Comparación de resultados en el diseño de una columna rectangular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

	Manual	Programa	unidad	Diferencia	Porcentaje
Área de acero calculada	64.19	61.63	cm^2	2.56	3.99%
Cuantía de acero calculada	0.0227	0.0218	$\frac{cm^2}{cm^2}$	0.0009	3.99%

Tabla 10. Comparación de resultados en el diseño de una columna circular uniaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

	Manual	Programa	unidad	Diferencia	Porcentaje
Área de acero calculada	22.67	20.8	cm^2	1.74	8.25%
Cuantía de acero calculada	0.0142	0.013	$\frac{cm^2}{cm^2}$	0.0012	8.25%

Tabla 11. Comparación de resultados en el diseño de una columna rectangular biaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

	Manual	Programa	unidad	Diferencia	Porcentaje
Área de acero calculada	23.22	20.74	cm^2	2.48	10.68%
Cuantía de acero calculada	0.0146	0.0130	$\frac{cm^2}{cm^2}$	0.0016	10.68%

Tabla 12. Comparación de resultados en el diseño de una columna circular biaxial

Fuente: Ebenezer Bassantes

	Manual	Programa	unidad	Diferencia	Porcentaje
Área de acero calculada	16.08	16	cm^2	0.08	0.50%
Cuantía de acero calculada	0.01005	0.01	$\frac{cm^2}{cm^2}$	0.00005	0.50%

Tabla 13. Comparación de resultados en el diseño de una columna rectangular uniaxial considerando la esbeltez

Fuente: Ebenezer Bassantes

La diferencia de resultados es debido a que el uso de ábacos para el diseño de columnas a flexo compresión uniaxial y biaxial depende mucho de la percepción del diseñador y a la cantidad de decimales con los que se realizan los cálculos.

4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

De acuerdo a la hipótesis planteada en capítulos anteriores para esta investigación “El desarrollo de un programa en base al software Matlab permitirá realizar un óptimo y preciso análisis y diseño de columnas de hormigón armado”, se ha logrado verificar que el disponer de una herramienta computacional reduce significativamente el tiempo que toma realizar dichos cálculos, y a su vez una mayor exactitud en los resultados. Ya que también existe la posibilidad de cometer errores y el no utilizar todos los decimales puede afectar a los resultados de los diferentes cálculos.

La diferencia de resultados de columnas biaxiales entre el cálculo manual y del programa es debido a que los ábacos utilizados poseen curvas a un ángulo de 45° y no al ángulo real al que se encuentra sometido la columna, lo que causa que se genere un mayor porcentaje de acero de refuerzo.

El cálculo del diagrama de interacción de columnas sometidas a flexocompresión uniaxial tiene un tiempo menor de ejecución a diferencia de las columnas sometidas a flexocompresión biaxial debido a que existe un mayor número de iteraciones que se debe realizar, ya que cada punto calculado que se toma para el diagrama el ángulo formado por los momentos en X e Y tiene que ser aproximado o igual al ángulo formado por los momentos flectores actuantes en la columna. Por dicha razón existen métodos aproximados para el diseño de columnas biaxiales.

Los diagramas de interacción realizados manualmente y los generados por el programa presentan una gran diferencia, debido al número de puntos calculados en los mismos, ya que en el diagrama calculado de manera manual solo se realizó el cálculo de seis puntos y por aquella razón no se puede diferenciar la transición del factor de reducción de resistencia desde 0.65 hasta 0.9.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- Se determinó que los resultados obtenidos mediante el cálculo manual y los resultados obtenidos mediante el programa desarrollado son muy aproximados.
- Se concluyó que se reduce significativamente el tiempo en el cálculo y los resultados obtenidos son más exacto.
- La diferencia que se presentan entre los resultados los cálculos del programa y los cálculos manuales depende principalmente de la percepción del diseñador al utilizar los ábacos.
- La utilización del programa desarrollado minimiza el riesgo de cometer errores en los cálculos a diferencia del cálculo manual.
- Mediante la utilización del programa se puede obtener el diagrama de interacción exacto de una columna el cual permite realizar un análisis más preciso, ya que se puede determinar el comportamiento de la columna (si trabaja a compresión o tracción), si la columna no se encuentra sobredimensionada o subdimensionada, o si existe la posibilidad de minorar la resistencia del hormigón, minorar la cuantía de acero.
- Se logró determinar que es factible realizar el cálculo manual de los diagramas de interacción de columnas uniaxiales, en cambio el cálculo de los diagramas de interacción de columnas biaxiales se necesita una herramienta informática debido a la gran cantidad de iteraciones que se deben realizar.
- Se logró concluir que es recomendable utilizar este programa desarrollado, ya que el usuario no necesita un profundo conocimiento sobre el cálculo y diseño de columnas, a diferencia de softwares comerciales ya que para el entendimiento y

manejo de los mismos se necesita un vasto conocimiento sobre cálculo estructural, además que se tiene que pagar una licencia para su uso.

5.2 RECOMENDACIONES

- Es necesario leer y utilizar el manual de usuario para el correcto manejo del programa desarrollado.
- Se recomienda tener conocimientos básicos sobre diseño de columnas para el entendimiento de los resultados presentados por el programa desarrollado.
- Para entender la codificación de programa desarrollado es indispensable conocer el lenguaje de programación de MATLAB.
- El programa desarrollado debe ser instalado antes de su uso, si no se dispone del software MATLAB.

C.- MATERIALES DE REFERENCIA

1. Bibliografía.

- [1] J, McCORMAC. R, BROWN. Diseño De Concreto Reforzado. México, Editorial Alfaomega, 2011.
- [2] A, NILSON. Diseño De Estructuras De Concreto. Bogotá – Colombia, Editorial Mc Graw-Hill, 2001.
- [3] M, ROMO. “Temas de Hormigón Armado.” M.A, Escuela politécnica del Ejercito, Ecuador, 2008.
- [4] C, SUAREZ. “Métodos De Cálculo Y Su Incidencia En El Dimensionamiento De Columnas De Hormigón Armado”. ING. Tesis, Universidad técnica de Ambato, Ecuador, 2012.
- [5] A, AVELLANEDA. J CHACON. “Programa para el análisis de secciones rectangulares y circulares de columnas en concreto reforzado sometidas flexión uniaxial y biaxial”. ING. Tesis, Universidad Francisco de Paula Santander, Colombia, 2009.
- [6] C. LLOPIZ. “Columnas Esbeltas sometidas a Flexo-compresión”. M.A, Universidad nacional de Cuyo, Argentina, 2005.
- [7] Comité ACI 318. “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14) y Comentario”. Estados Unidos, Septiembre 2014.
- [8] Comité NEC-SE-HM. “Norma Ecuatoriana de la Construcción Estructuras de Hormigón Armado”. Ecuador, 2015.
- [9] O, GIRALDO. “Diseño De Elementos de Hormigón”. Universidad Nacional de Colombia. Colombia, 2003.
- [10] M, EHSANI. “Cad for Columns”. Universidad de Michigan. Michigan, 1986.
- [11] O, GONZALEZ. F, ROBLES. “Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado”. México. Editorial LIMUSA, 2005.
- [12] J, MEDINA. “Sistemas Estructurales”. Universidad de los Andes. Venezuela, 2013.

- [13] R, MELI. M, RODRIGUEZ. “Gráficas para Diseñar Columnas de Concreto Reforzado”. Universidad Nacional de Nicaragua. Nicaragua.
- [14] S. Carrasco. “Metodología de la Investigación Científica”. Perú: San Marcos, 2005.
- [15] A, HERREROS. E, BAEYENS. “Curso de Programación en MATLAB y SIMULINK”. Universidad de Valladolid. España, 2011.
- [16] D, HIGHAM. “MATLAB Guide”. SIAM. Philadelphia, 2000.

2. Anexos

2.1 Manual de Usuario

MANUAL DE USUARIO DEL PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS DE HORMIGON ARMADO

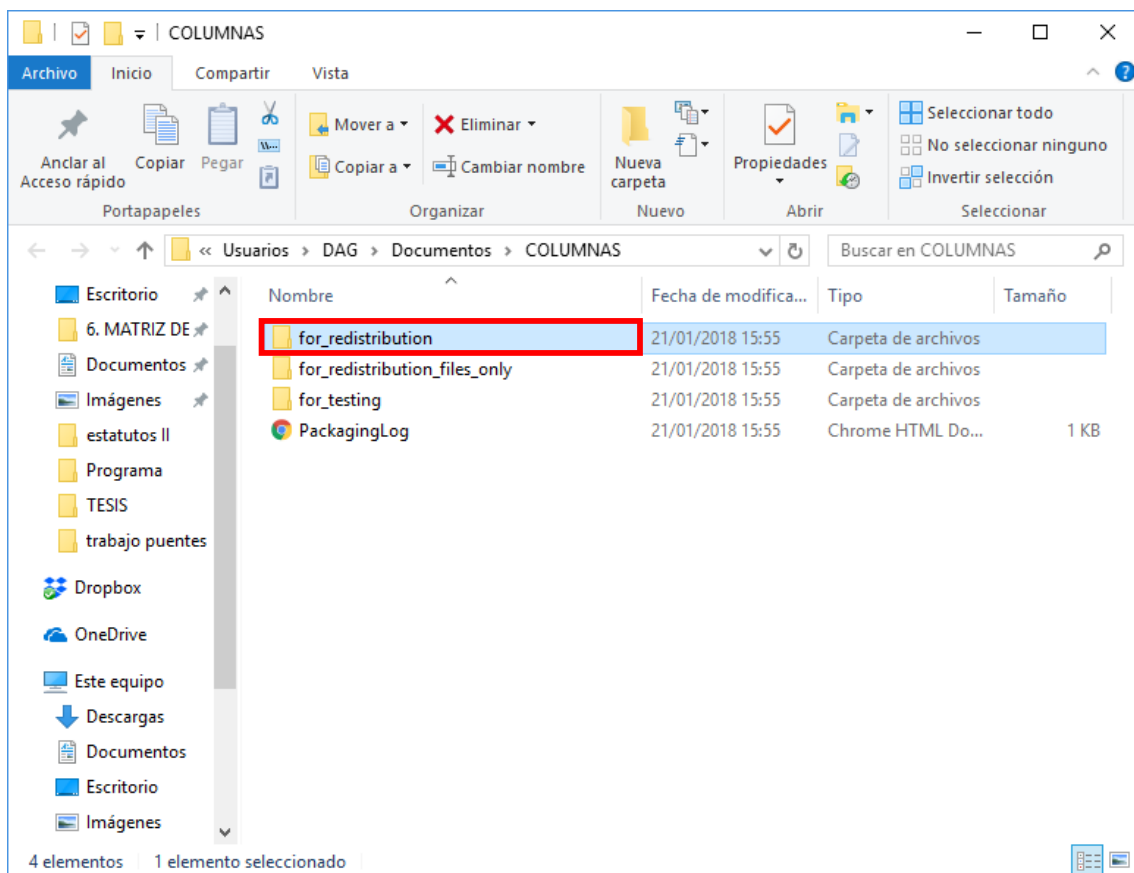
El Programa con carácter educativo permite realizar un análisis y diseño de columnas de hormigón armado, además permite visualizar el diagrama de interacción exacto de dichas columnas.

Limitaciones:

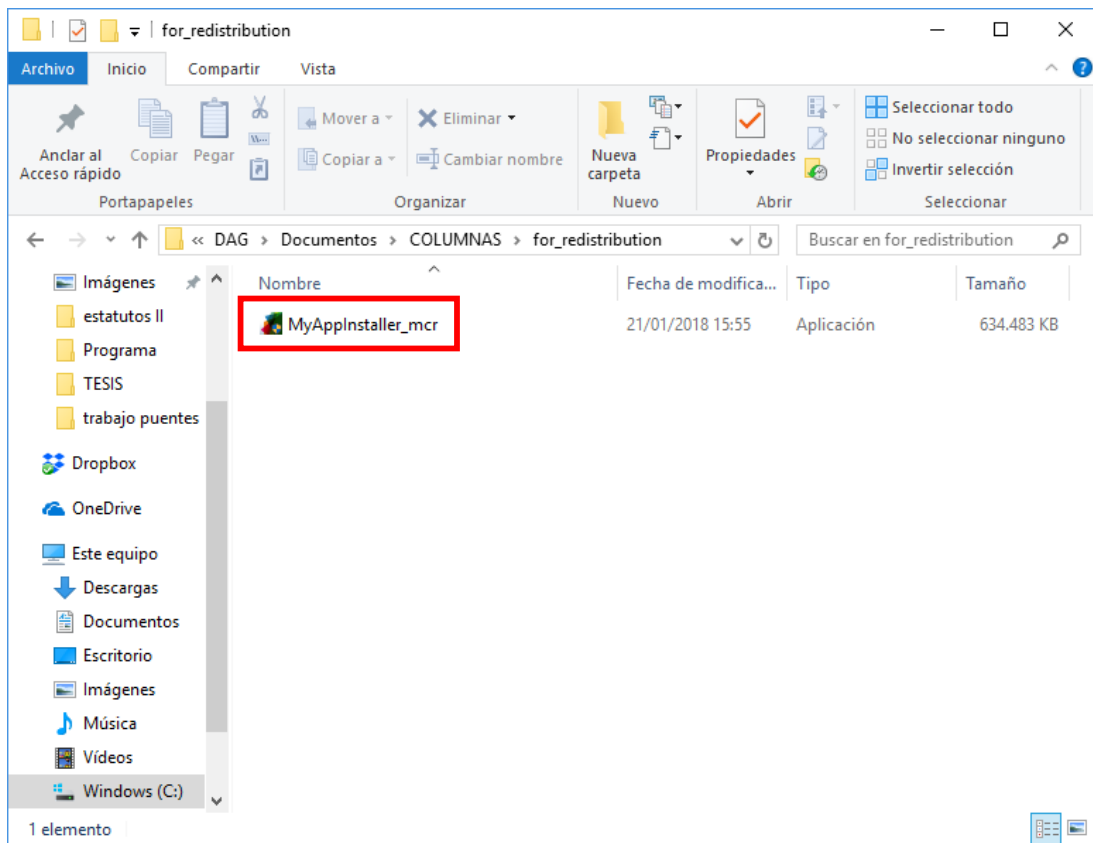
- Las secciones a seleccionar son: rectangulares, cuadradas o circulares.
- Las cargas ingresadas deben ser las cargas últimas.
- El programa diseña una columna a la vez.

2.1.1 Manual de Instalación del programa

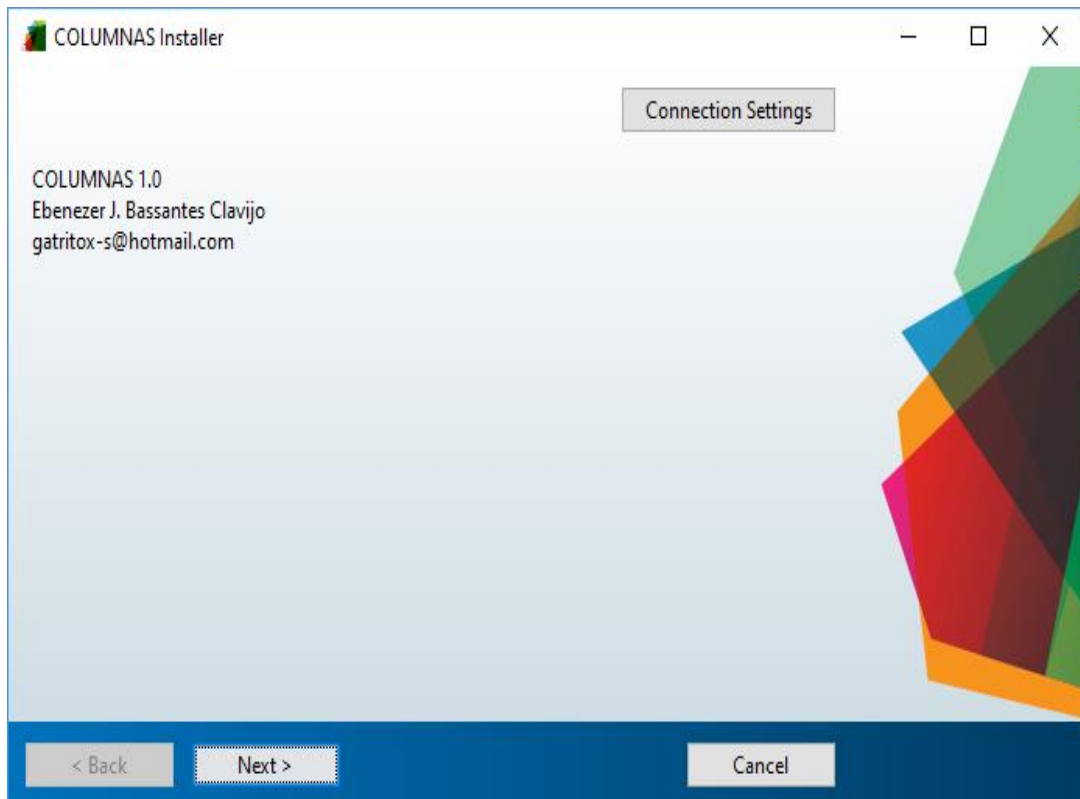
1. Abrir la carpeta COLUMNAS, for_redistribution, que contiene el instalador.



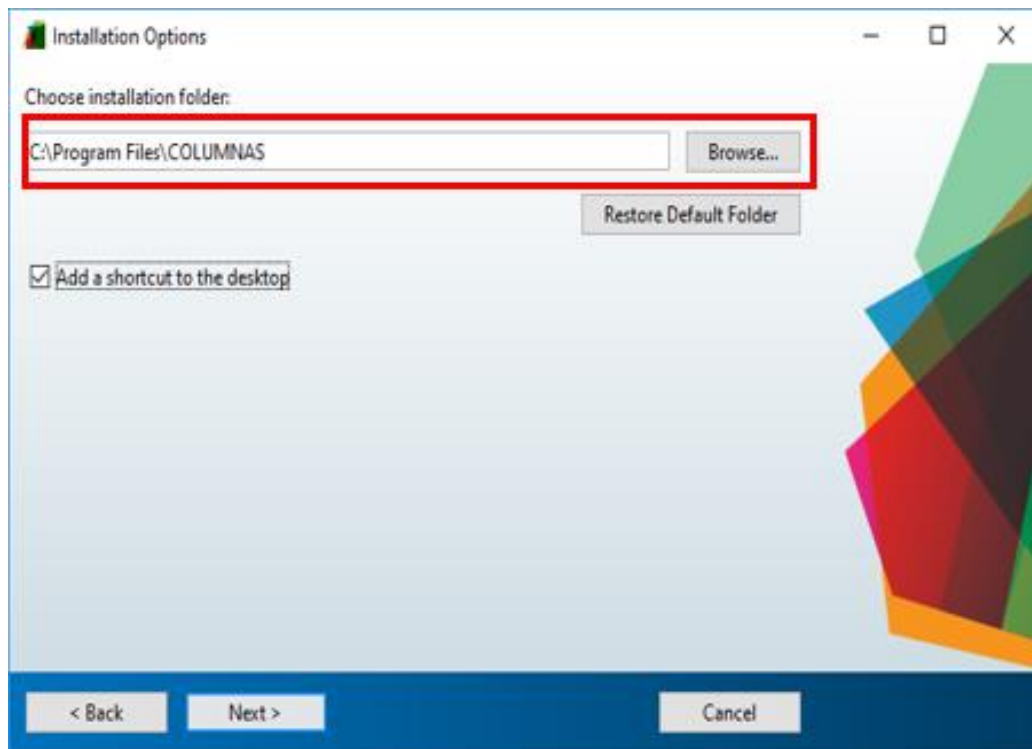
2. Ejecutar la aplicación MyAppInstaller_mcr como administrador.



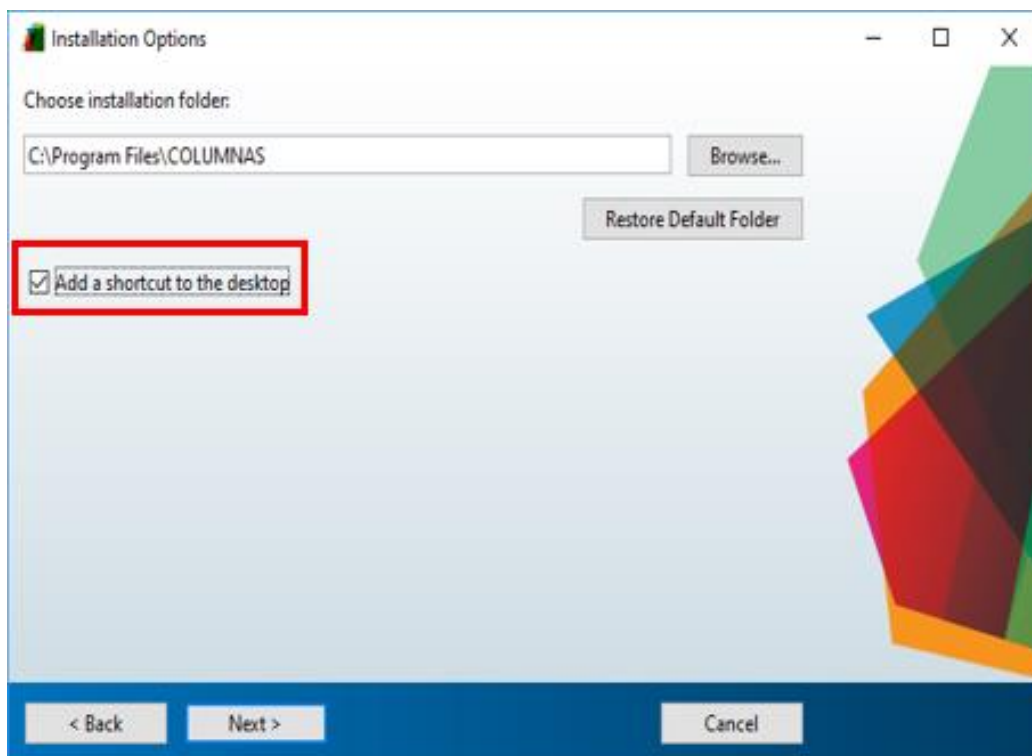
3. Dar clic en el botón NEXT en la ventana que se abre a continuación.



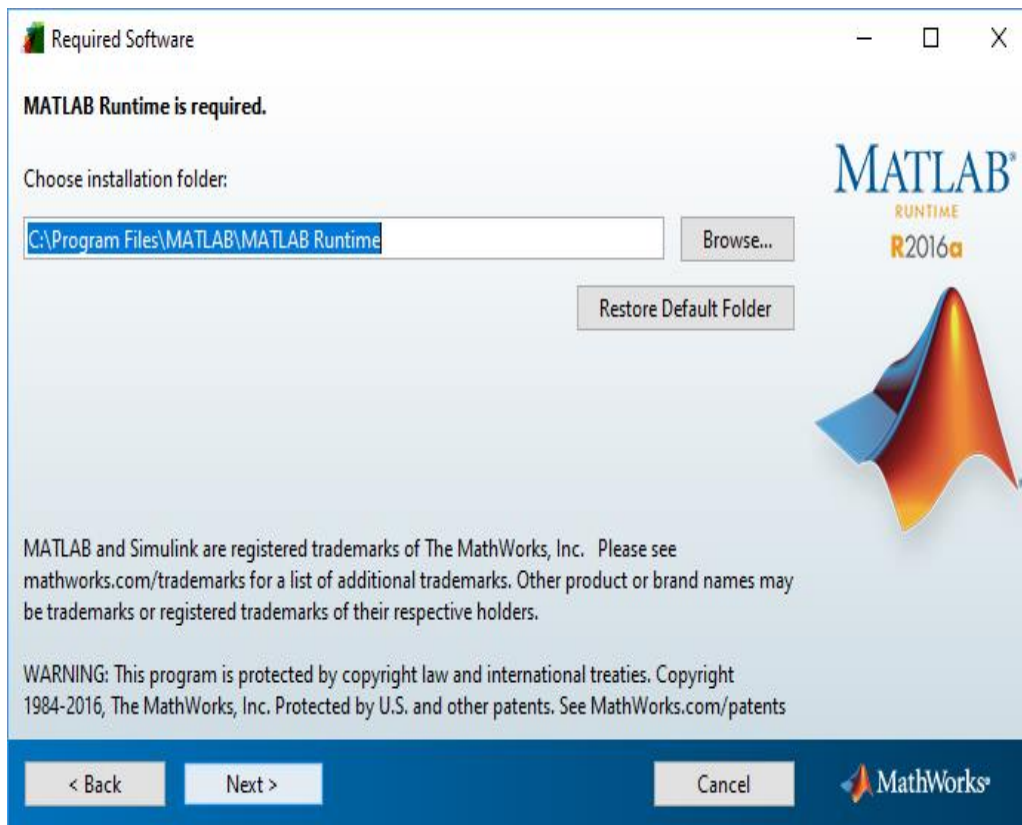
4. Escoger el destino de la instalación.



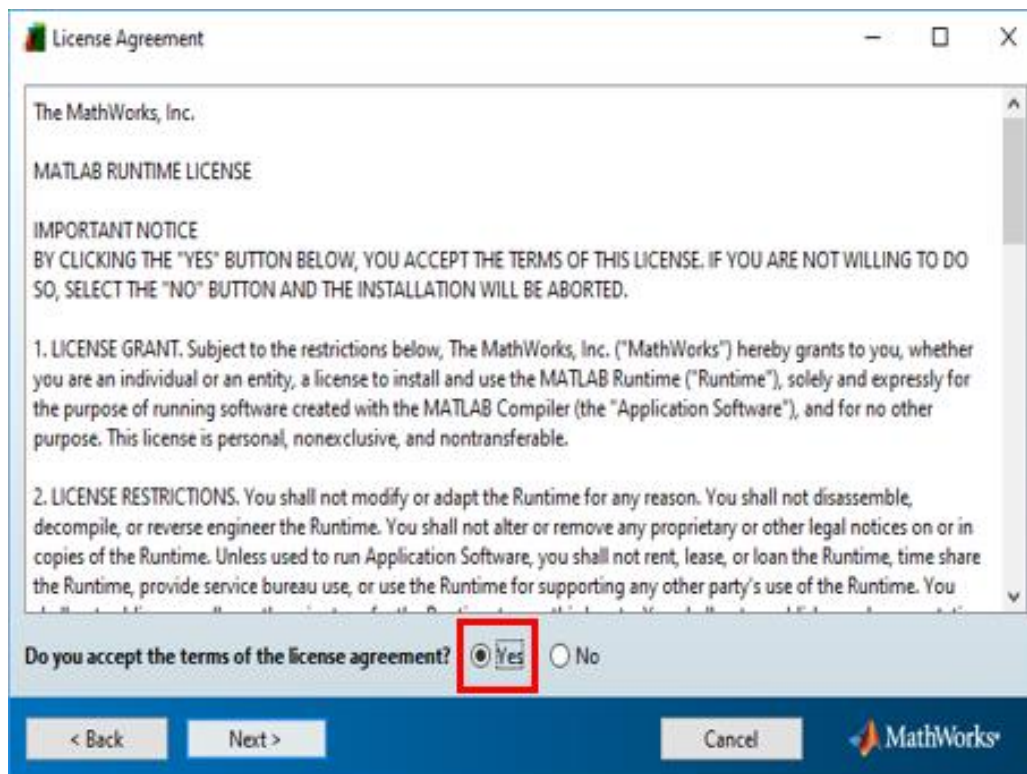
5. Activar el recuadro add a shortcut to the desktop para que al finalizar la instalación aparezca un acceso directo en el escritorio y dar clic en NEXT.



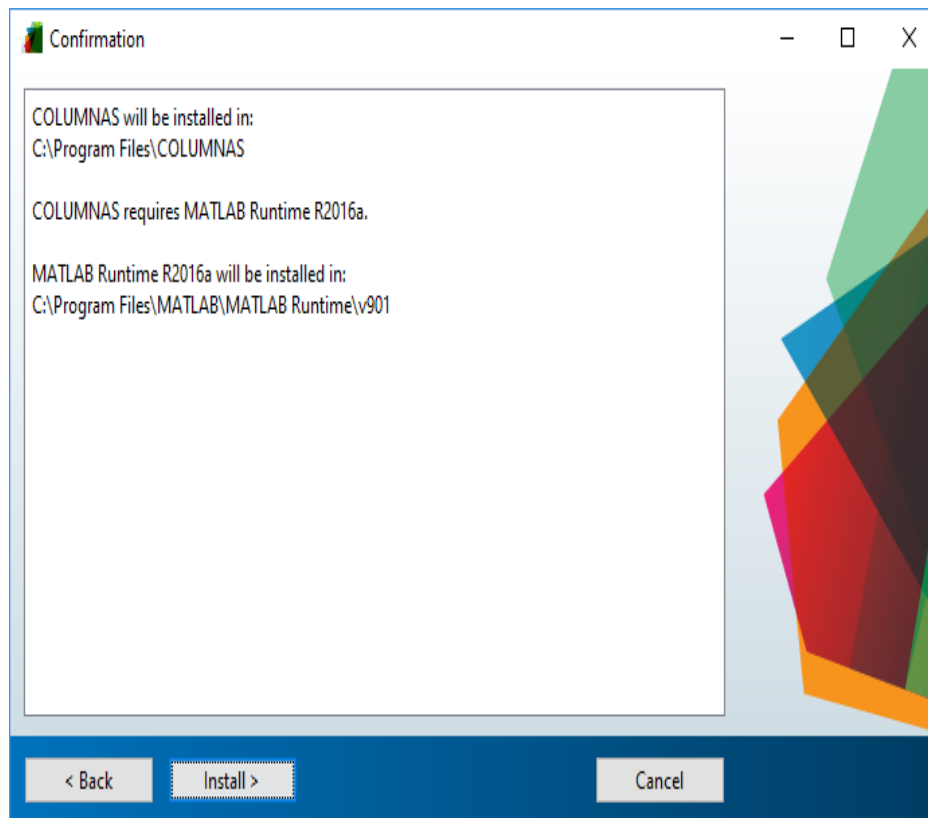
6. Dar clic en NEXT.



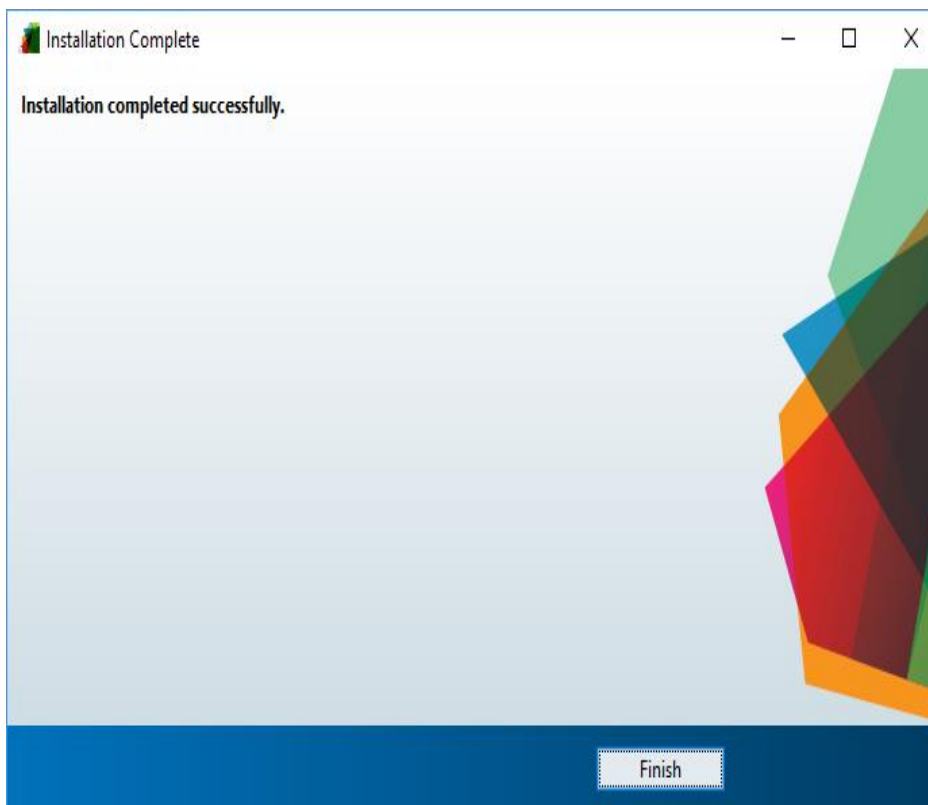
7. Seleccionar YES para aceptar los términos de licencia y dar clic en NEXT.



8. Dar clic en INSTAL para iniciar la instalación.



9. Dar clic en FINISH para finalizar la instalación.



10. Una vez finalizada la instalación aparecerá un acceso directo en el escritorio.



11. Abrir el programa y su ventana de inicio es la siguiente.



12. Dar clic en menú y el cual nos permitirá acceder a las ventanas de diseño de columnas.



Aquí podemos encontrar:

Compresión.- Permite diseñar columnas sometidas a carga axial.

Flexo-compresión uniaxial.- Permite diseñar columnas con carga axial y momento flector en eje X o el eje Y.

Flexo-compresión biaxial.- Permite diseñar columnas con carga axial y momento flector en ambos ejes X e Y.

Ayuda.- Abre un archivo en PDF donde se encuentra el manual de usuario.

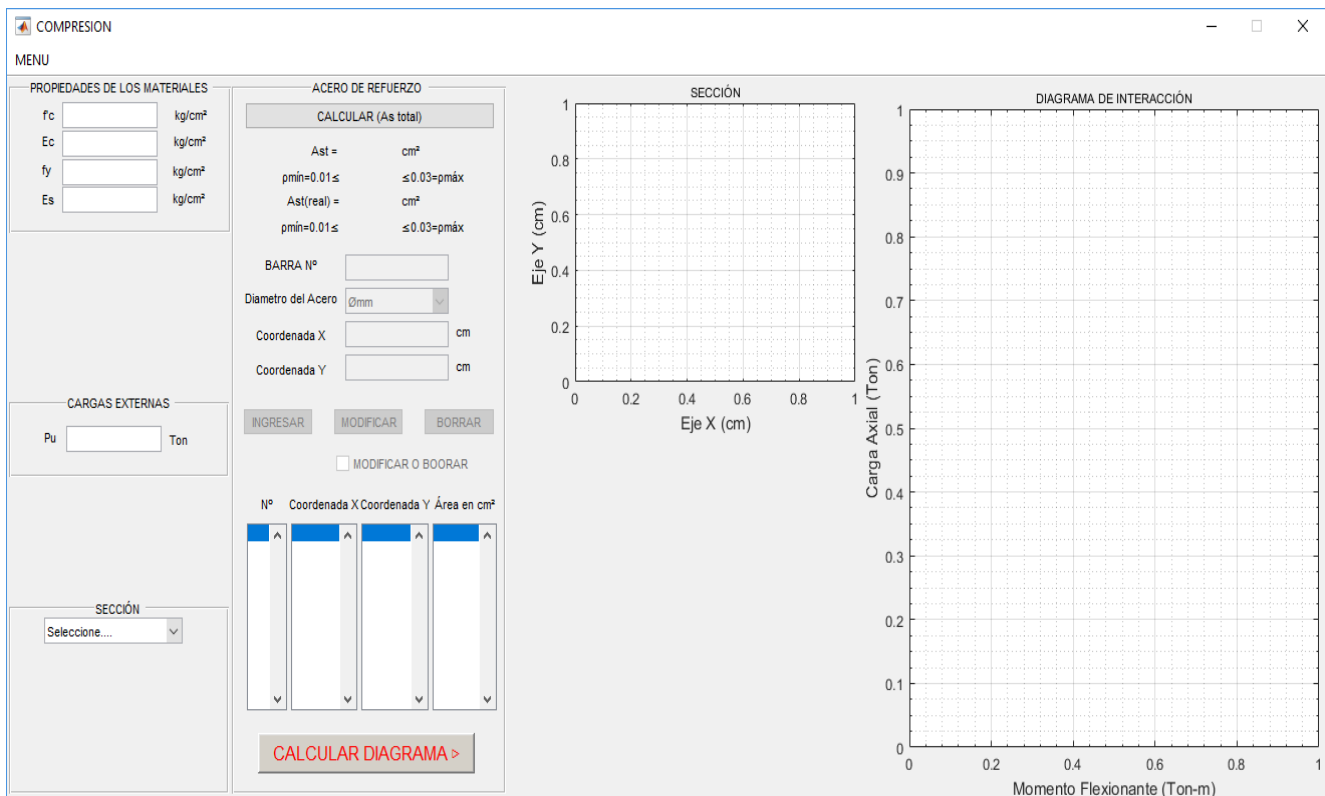
Salir.- El cual cierra el programa.

2.1.2 Manual del programa para el diseño de columnas a compresión pura

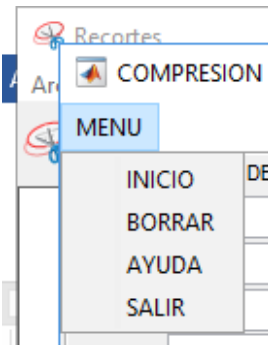
1. Dar clic en la opción COMPRESIÓN.



2. Se abrirá la siguiente ventana.



a) Menú



El menú contiene varias opciones las cuales son:

Inicio.- Permite regresar a la ventana principal.

Borrar.- Deja la ventana limpia sin datos y gráficos.

Ayuda.- Abre el archivo PDF que contiene el manual de usuario.

Salir.- Cierra el todo el programa.

b) Propiedades de los materiales

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES		
f _c	<input type="text" value="240"/>	kg/cm ²
E _c	<input type="text" value="202944"/>	kg/cm ²
f _y	<input type="text" value="4200"/>	kg/cm ²
E _s	<input type="text" value="2.1e+06"/>	kg/cm ²

Esta sección del programa permite al usuario ingresar la resistencia del hormigón, el modulo elástico del Hormigón, el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo, y el modulo elástico del acero de refuerzo.

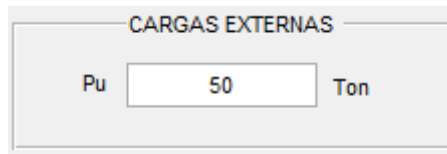
De antemano el módulo de elasticidad del hormigón es calculado automáticamente con la siguiente formula: $E_c = 13100\sqrt{f'_c}$.

Y el módulo de elasticidad del acero de refuerzo es calculado con la siguiente formula:

$$\text{Para esfuerzos menores o iguales a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.002}$$

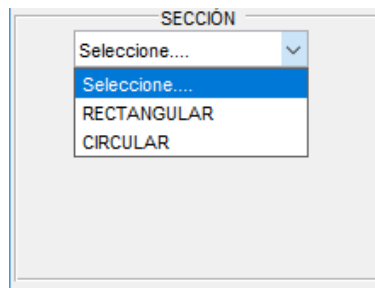
$$\text{Para esfuerzos mayores a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.003}$$

c) Carga axial

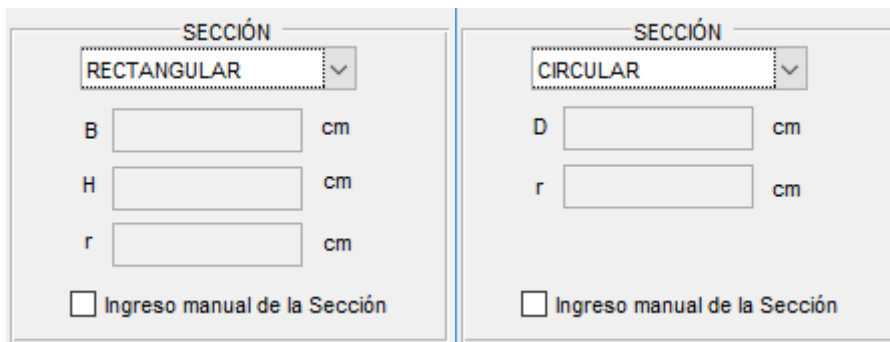


Aquí se ingresará la carga mayorada en toneladas.

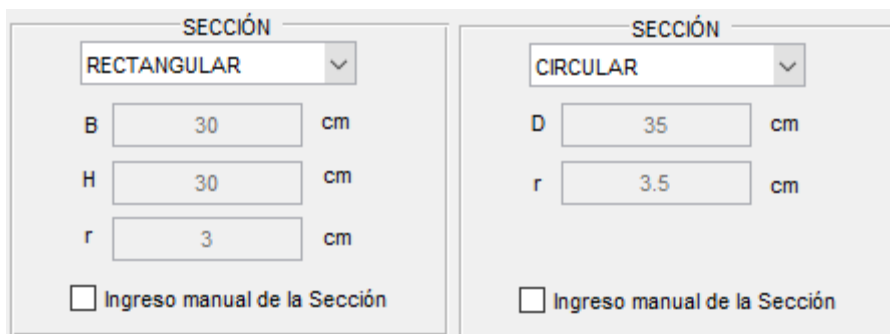
d) Sección



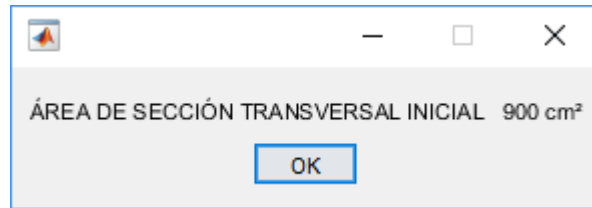
Podemos escoger 2 tipos de secciones rectangular y circular.



En la sección rectangular encontramos la base la altura y el recubrimiento de la columna. En la sección circular encontramos el diámetro y el recubrimiento. El programa calcula automáticamente.



Pero también nos da la opción de ingresar manualmente los datos, cuando tomamos esta opción el programa presenta un mensaje indicando un área de referencia para la sección.



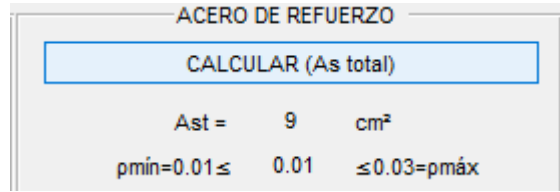
Two side-by-side form panels for section configuration. The left panel is titled "SECCIÓN" and has a dropdown menu set to "RECTANGULAR". It contains input fields for "B" (30 cm), "H" (30 cm), and "r" (3 cm). There is a checked checkbox for "Ingreso manual de la Sección". The right panel is also titled "SECCIÓN" and has a dropdown menu set to "CIRCULAR". It contains input fields for "D" (35 cm) and "r" (3.5 cm). There is also a checked checkbox for "Ingreso manual de la Sección".

e) Acero de refuerzo

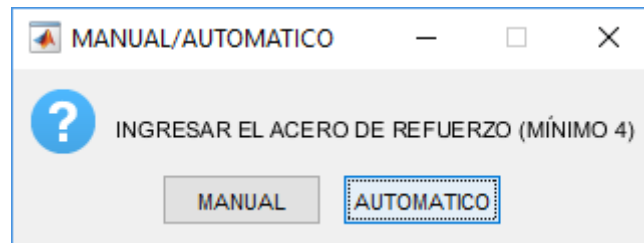
A form titled "ACERO DE REFUERZO" with a "CALCULAR (As total)" button. It contains calculation fields for A_{st} and $A_{st}(\text{real})$ in cm^2 , with constraints $p_{\text{mín}}=0.01 \leq \leq 0.03=p_{\text{máx}}$. Below are input fields for "BARRA N°", "Diametro del Acero" (with a dropdown menu), "Coordenada X" (cm), and "Coordenada Y" (cm). There are buttons for "INGRESAR", "MODIFICAR", and "BORRAR", and a checkbox for "MODIFICAR O BORRAR". At the bottom, there is a table with columns for "N°", "Coordenada X", "Coordenada Y", and "Área en cm^2 ", each with a vertical scrollbar. A "CALCULAR DIAGRAMA >" button is at the very bottom.

Al dar clic en el botón calcular (As total) el programa calcula una cantidad de acero entre el 1% al 3% recomendado por la NEC 2015.

1. Sección Rectangular

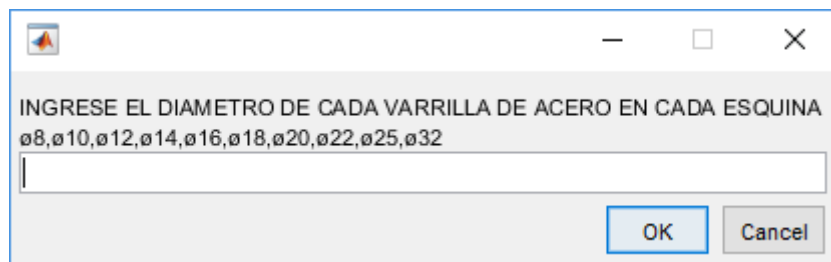


Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

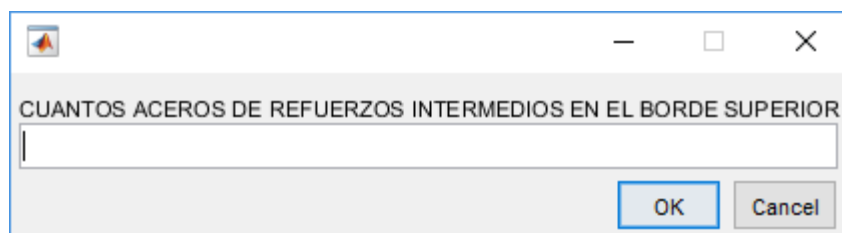


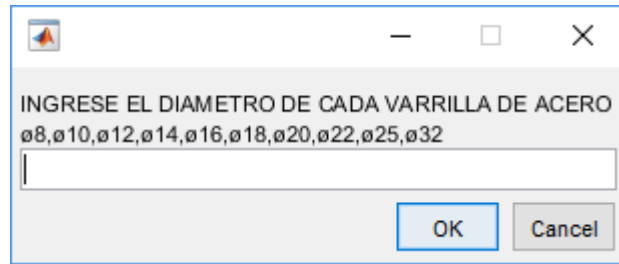
Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar en cada esquina de la columna comenzado por la esquina superior izquierda, luego superior derecha, inferior derecha, inferior izquierda.



Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada lado de la columna, comenzado con el lado superior, luego el lado inferior, el lado izquierdo y finalmente el lado derecho.





Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

A form with four input fields: "BARRA N°" with value "1", "Diametro del Acero" with value "14" and a dropdown arrow, "Coordenada X" with value "11.3" and unit "cm", and "Coordenada Y" with value "11.3" and unit "cm". Below the fields are three buttons: "INGRESAR", "MODIFICAR", and "BORRAR". At the bottom is a checkbox labeled "MODIFICAR O BOORAR".

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

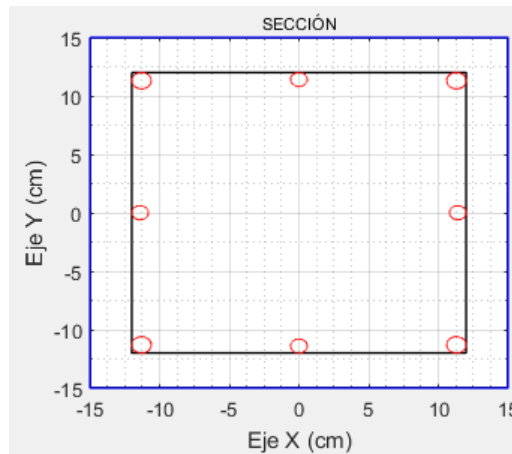
Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.

A window titled "ACERO DE REFUERZO" with a button "CALCULAR (As total)". Below the button, the following data is displayed:
Ast = 9 cm²
p_{min}=0.01 ≤ 0.01 ≤ 0.03=p_{máx}
Ast(real) = 10.6814 cm²
p_{min}=0.01 ≤ 0.0118682 ≤ 0.03=p_{máx}

También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y, y el área de acero de cada varilla ingresada.

Nº	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	11.3	11.3	1.53938
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.4	1.13097
6	0	-11.4	1.13097
7	-11.4	0	1.13097
8	11.4	0	1.13097

Se nos gráfica la sección con las varillas ingresadas tomando en cuenta que el eje X siempre es paralelo a la base y el EJE Y siempre es paralelo a la altura.



2. Sección Circular

ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = 9.62113 cm²

$\rho_{\text{mín}}=0.01 \leq 0.01 \leq 0.03=\rho_{\text{máx}}$

Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

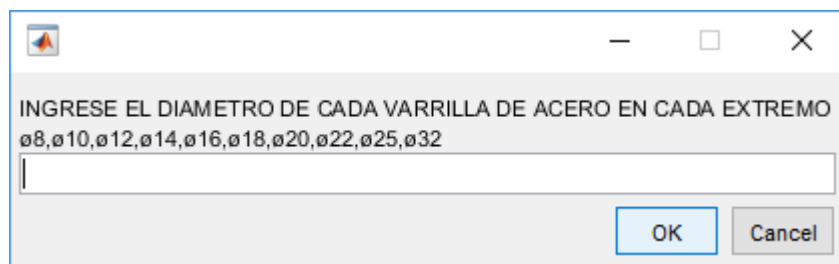
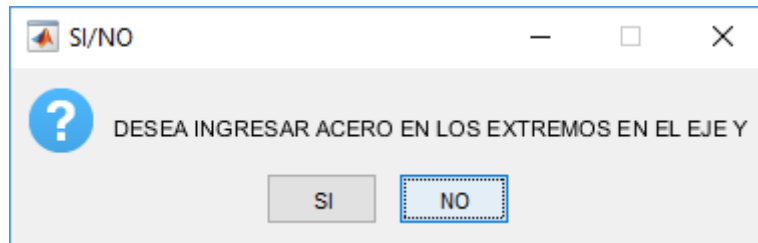
MANUAL/AUTOMATICO

INGRESAR EL ACERO DE REFUERZO (MÍNIMO 6)

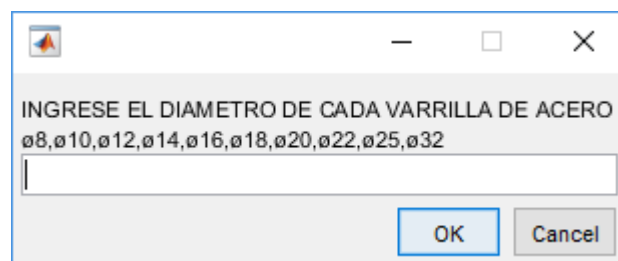
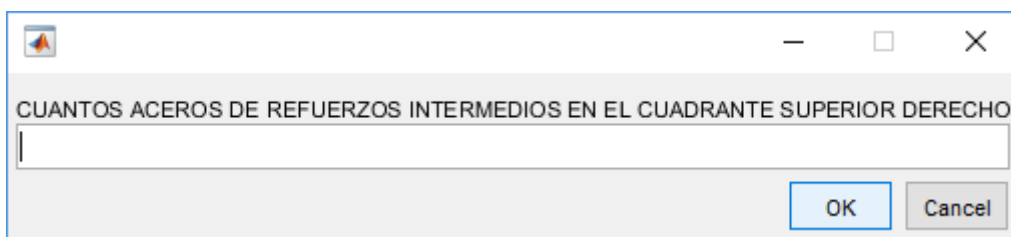
MANUAL AUTOMATICO

Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo si deseamos ingresar varillas de aceros en los extremos de la columna paralelos a los ejes X e Y, y otro cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar.



Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada cuadrante de la columna, comenzado con el cuadrante superior derecho, luego el superior izquierdo, inferior izquierdo y finalmente el inferior derecho. Las varillas se colocan en el orden anti horario.



Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

BARRA N°

Diametro del Acero ▼

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.

ACERO DE REFUERZO

Ast = 9.62113 cm²

p_{mín}=0.01 ≤ 0.01 ≤ 0.03=p_{máx}

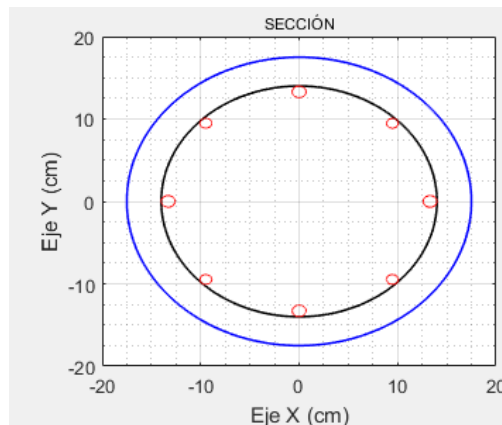
Ast(real) = 10.6814 cm²

p_{mín}=0.01 ≤ 0.011102 ≤ 0.03=p_{máx}

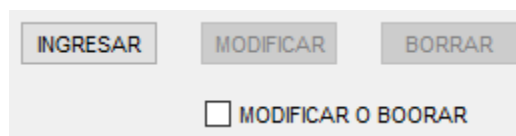
También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y, y el área de acero de cada varilla ingresada.

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

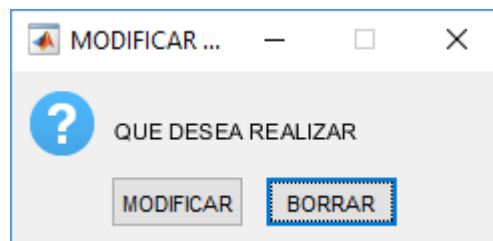
Se nos gráfica la sección y las varillas ingresadas tomando como centro el origen del plano XY.



Independientemente de la sección escogida tenemos una opción la cual nos permite MODIFICAR O BORRAR las varillas ingresadas ya sea manual o automáticamente.



Al activar MODIFICAR O BORRAR nos aparece un cuadro de dialogo indicando que desea el usuario si borrar o modificar.



Al seleccionar modificar debemos colocar el número de la varilla que deseamos modificar ya sea cambiar su diámetro o sus coordenadas.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

Observe la varilla número 2 como cambio sus coordenadas y área de acero al escoger otro diámetro.

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	0	2.01062
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

En cambio, al seleccionar borrar solo debemos escoger el número de varilla para quitarla.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

Observe como se eliminaron los datos la varilla número 7.

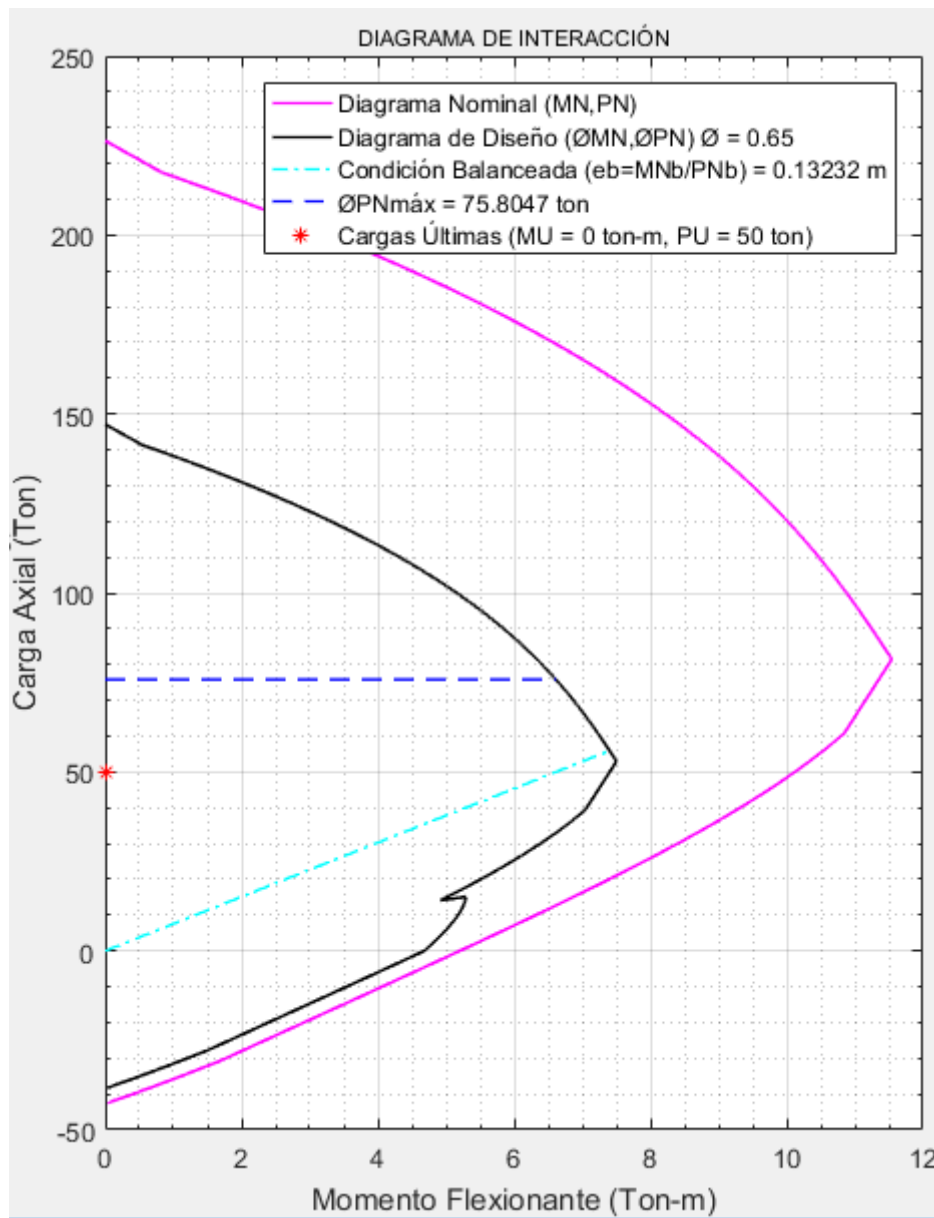
MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

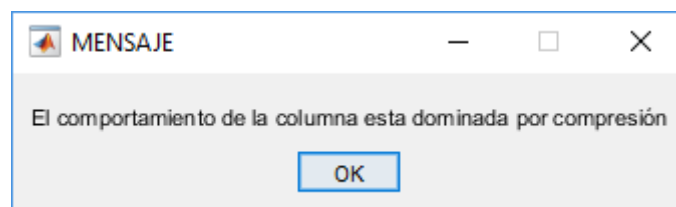
f) Diagrama de interacción

Ya realizado todo lo anterior procedemos a generar el diagrama de interacción de la columna diseñada, dando un clic en calcular diagrama.

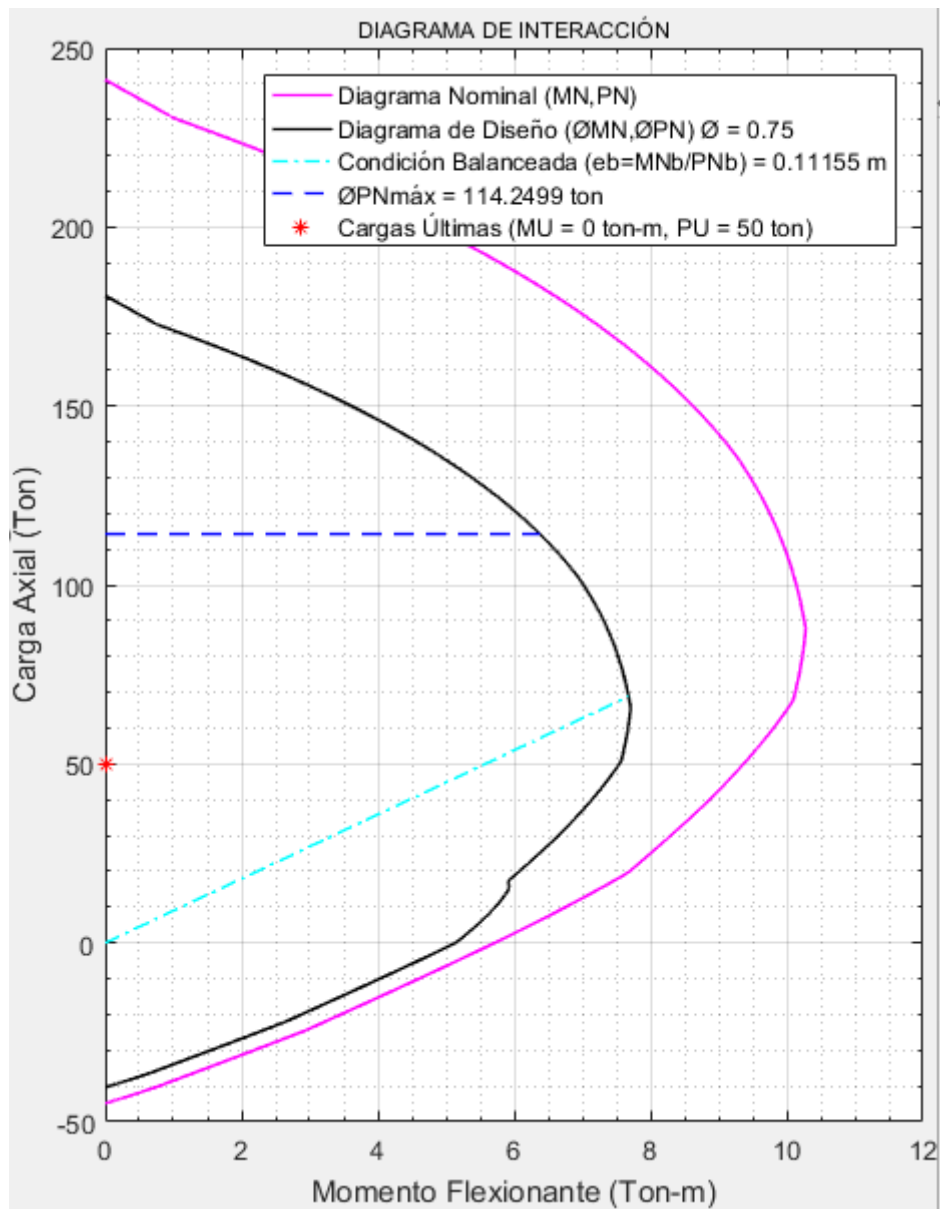
1. Sección Rectangular



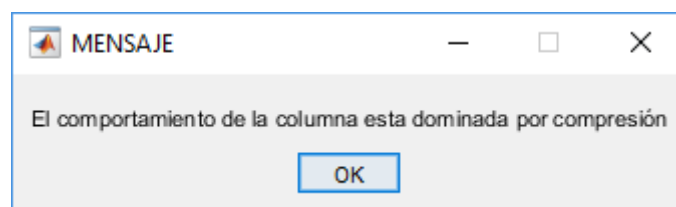
Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.



2. Sección Circular

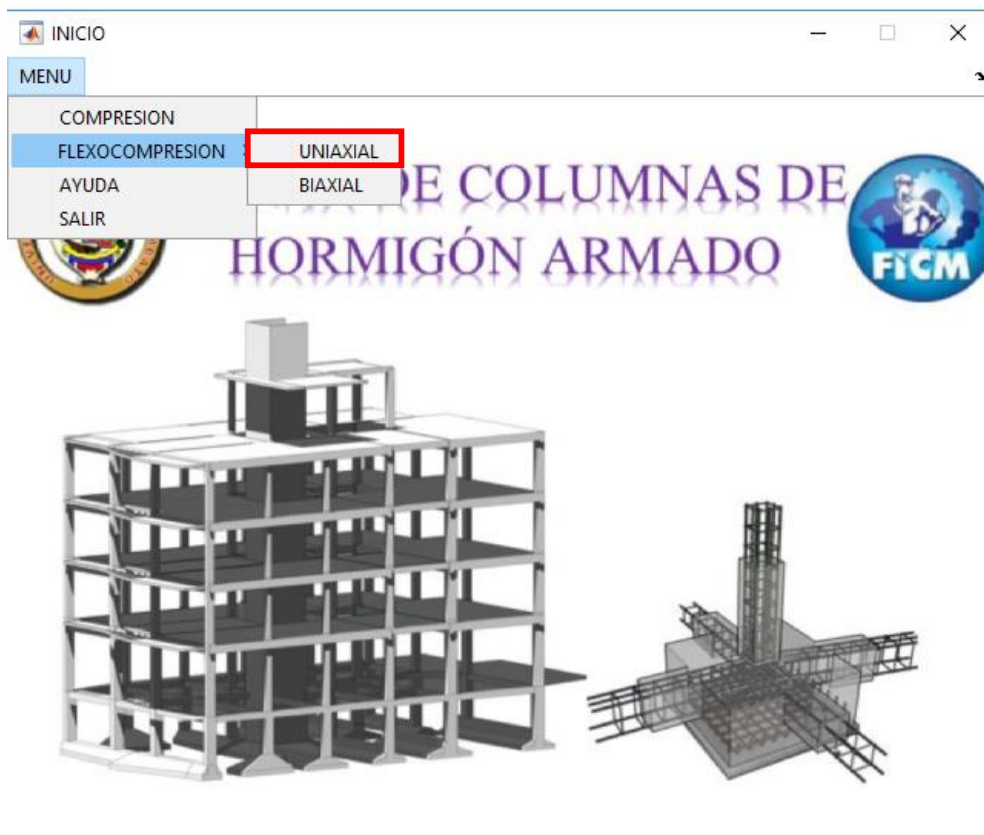


Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.

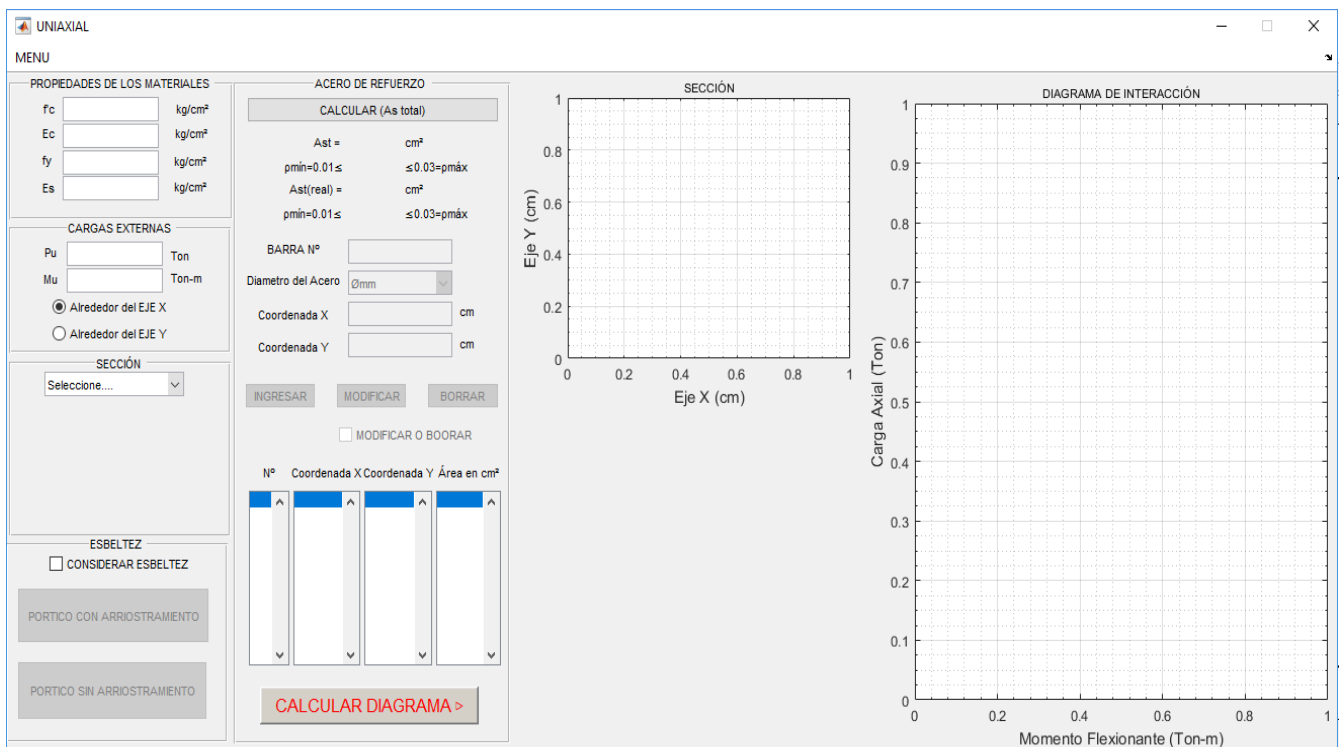


2.1.3 Manual del programa para el diseño de columnas a flexo-compresión uniaxial

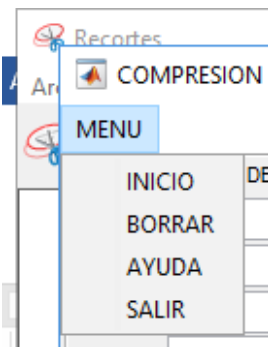
1. Dar clic en la opción FLEXOCOMPRESIÓN después dar un clic en UNIAXIAL.



2. Se abrirá la siguiente ventana.



a) Menú



El menú contiene varias opciones las cuales son:

Inicio.- Permite regresar a la ventana principal.

Borrar.- Deja la ventana limpia sin datos y gráficos.

Ayuda.- Abre el archivo PDF que contiene el manual de usuario.

Salir.- Cierra el todo el programa.

b) Propiedades de los materiales

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES		
f _c	<input type="text" value="240"/>	kg/cm ²
E _c	<input type="text" value="202944"/>	kg/cm ²
f _y	<input type="text" value="4200"/>	kg/cm ²
E _s	<input type="text" value="2.1e+06"/>	kg/cm ²

Esta sección del programa permite al usuario ingresar la resistencia del hormigón, el modulo elástico del Hormigón, el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo, y el modulo elástico del acero de refuerzo.

De antemano el módulo de elasticidad del hormigón es calculado automáticamente con la siguiente formula: $E_c = 13100\sqrt{f'_c}$.

Y el módulo de elasticidad del acero de refuerzo es calculado con la siguiente formula:

$$\text{Para esfuerzos menores o iguales a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.002}$$

$$\text{Para esfuerzos mayores a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.003}$$

c) Cargas axial y momento flector

CARGAS EXTERNAS

Pu 50 Ton

Mu 5 Ton-m

Alrededor del EJE X

Alrededor del EJE Y

Aquí se ingresarán las cargas mayoradas en toneladas, metro y se selecciona la dirección del momento.

d) Sección

SECCIÓN

Seleccione...
Seleccione...
RECTANGULAR
CIRCULAR

Podemos escoger 2 tipos de secciones rectangular y circular.

SECCIÓN

RECTANGULAR

B cm

H cm

r cm

Ingreso manual de la Sección

SECCIÓN

CIRCULAR

D cm

r cm

Ingreso manual de la Sección

En la sección rectangular encontramos la base la altura y el recubrimiento de la columna. En la sección circular encontramos el diámetro y el recubrimiento. El programa calcula automáticamente.

SECCIÓN

RECTANGULAR

B 30 cm

H 30 cm

r 3 cm

Ingreso manual de la Sección

SECCIÓN

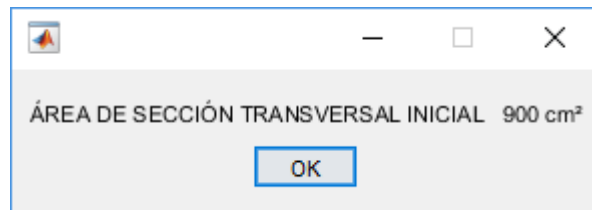
CIRCULAR

D 35 cm

r 3.5 cm

Ingreso manual de la Sección

Pero también nos da la opción de ingresar manualmente los datos, cuando tomamos esta opción el programa presenta un mensaje indicando un área de referencia para la sección.



SECCIÓN

RECTANGULAR ▼

B cm

H cm

r cm

Ingreso manual de la Sección

SECCIÓN

CIRCULAR ▼

D cm

r cm

Ingreso manual de la Sección

e) Acero de refuerzo

ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = cm²

$p_{\min}=0.01 \leq \leq 0.03=p_{\max}$

Ast(real) = cm²

$p_{\min}=0.01 \leq \leq 0.03=p_{\max}$

BARRA N°

Diametro del Acero ▼

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

INGRESAR
MODIFICAR
BORRAR

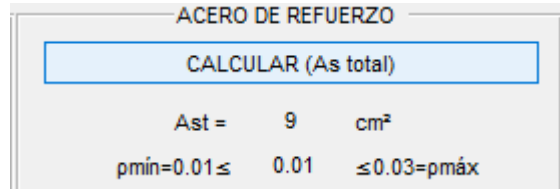
MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

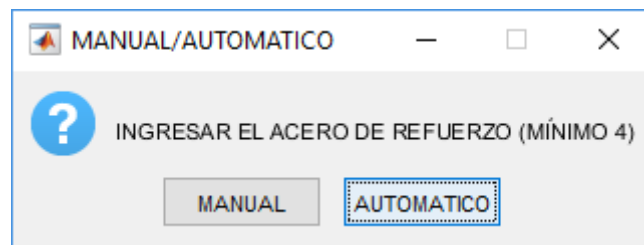
CALCULAR DIAGRAMA >

Al dar clic en el botón calcular (As total) el programa calcula una cantidad de acero entre el 1% al 3% recomendado por la NEC 2015.

1. Sección Rectangular

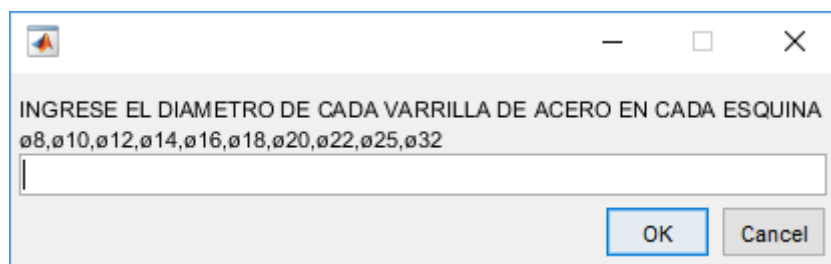


Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

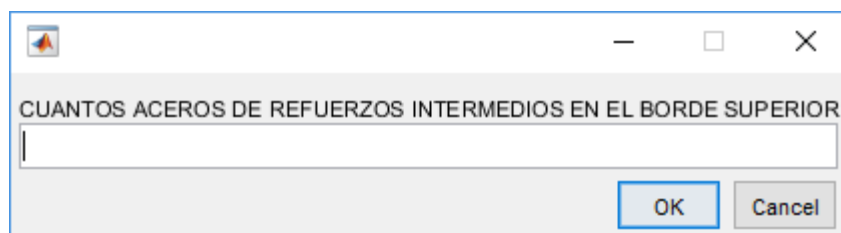


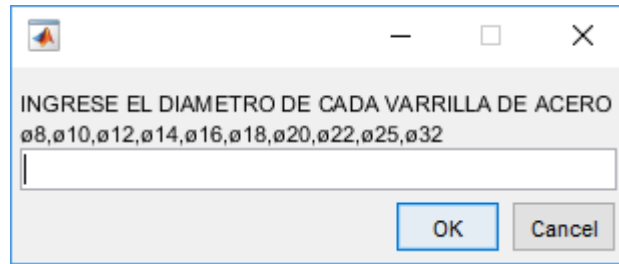
Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar en cada esquina de la columna comenzado por la esquina superior izquierda, luego superior derecha, inferior derecha, inferior izquierda.



Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada lado de la columna, comenzado con el lado superior, luego el lado inferior, el lado izquierdo y finalmente el lado derecho.





Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

A form with four input fields: "BARRA Nº" with value "1", "Diametro del Acero" with value "14" and a dropdown arrow, "Coordenada X" with value "11.3" and unit "cm", and "Coordenada Y" with value "11.3" and unit "cm". Below the fields are three buttons: "INGRESAR", "MODIFICAR", and "BORRAR". At the bottom is a checkbox labeled "MODIFICAR O BOORAR".

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

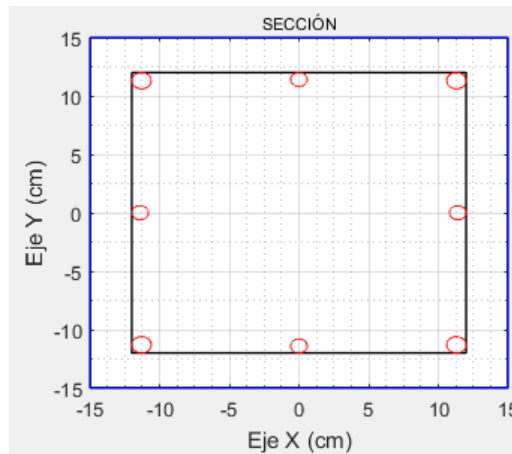
Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.

A window titled "ACERO DE REFUERZO" with a button "CALCULAR (As total)". Below the button, the following values are displayed:
Ast = 9 cm²
p_{min}=0.01 ≤ 0.01 ≤ 0.03=p_{máx}
Ast(real) = 10.6814 cm²
p_{min}=0.01 ≤ 0.0118682 ≤ 0.03=p_{máx}

También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y y el área de acero de cada varilla ingresada.

Nº	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	11.3	11.3	1.53938
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.4	1.13097
6	0	-11.4	1.13097
7	-11.4	0	1.13097
8	11.4	0	1.13097

Se nos gráfica la sección con las varillas ingresadas tomando en cuenta que el eje X siempre es paralelo a la base y el EJE Y siempre es paralelo a la altura.



2. Sección Circular

ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = 9.62113 cm²

$\rho_{\text{mín}}=0.01 \leq 0.01 \leq 0.03=\rho_{\text{máx}}$

Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

MANUAL/AUTOMATICO

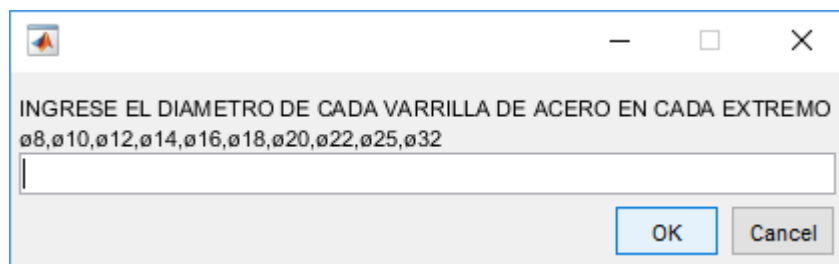
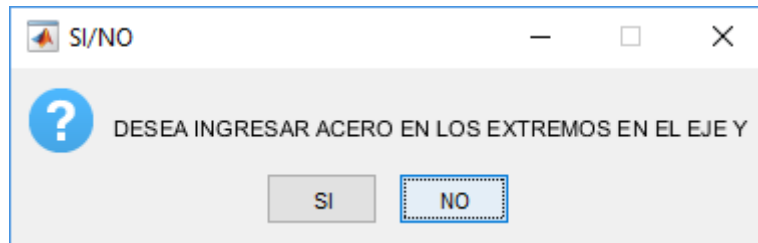
?

INGRESAR EL ACERO DE REFUERZO (MÍNIMO 6)

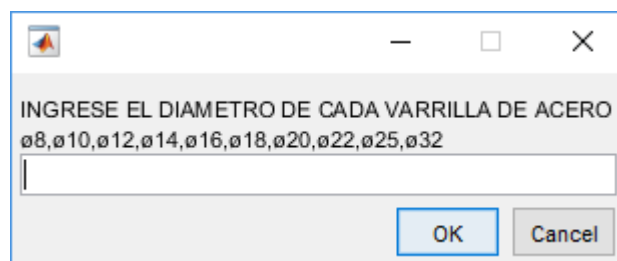
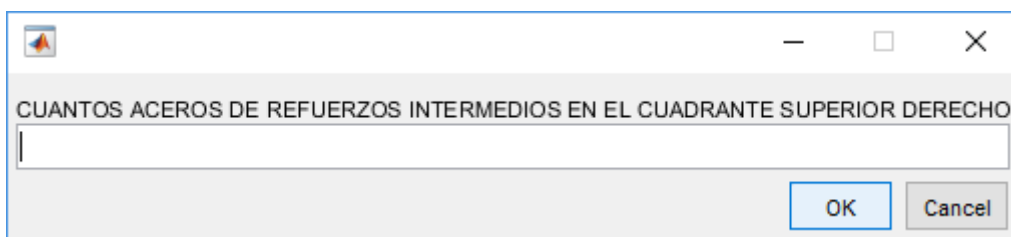
MANUAL AUTOMATICO

Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo si deseamos ingresar varillas de aceros en los extremos de la columna paralelos a los ejes X e Y, y otro cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar.



Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada cuadrante de la columna, comenzado con el cuadrante superior derecho, luego el superior izquierdo, inferior izquierdo y finalmente el inferior derecho. Las varillas se colocan en el orden anti horario.



Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

BARRA N°

Diametro del Acero ▼

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.

ACERO DE REFUERZO

Ast = 9.62113 cm²

p_{mín}=0.01 ≤ 0.01 ≤ 0.03=p_{máx}

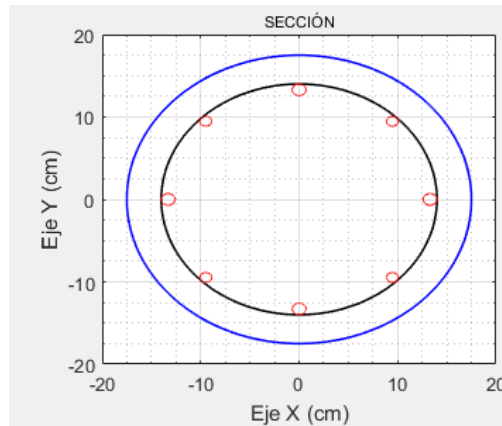
Ast(real) = 10.6814 cm²

p_{mín}=0.01 ≤ 0.011102 ≤ 0.03=p_{máx}

También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y, y el área de acero de cada varilla ingresada.

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

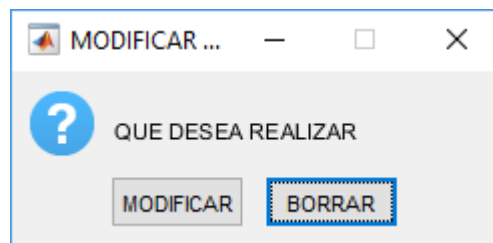
Se nos gráfica la sección y las varillas ingresadas tomando como centro el origen del plano XY.



Independiente mente de la sección escogida tenemos una opción la cual nos permite MODIFICAR O BORRAR las varillas ingresadas ya sea manual o automáticamente.



Al activar MODIFICAR O BORRAR nos aparece un cuadro de dialogo indicando que desea el usuario si borrar o modificar.



Al seleccionar modificar debemos colocar el número de la varilla que deseamos modificar ya sea cambiar su diámetro o sus coordenadas.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

Observe la varilla número 2 como cambio sus coordenadas y área de acero al escoger otro diámetro.

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.3	1.53938
2	0	0	2.01062
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

En cambio al seleccionar borrar solo debemos escoger el número de varilla para quitarla.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

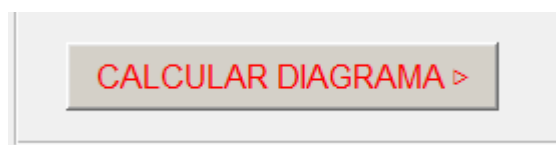
Observe como se eliminaron los datos la varilla número 7.

MODIFICAR O BOORAR

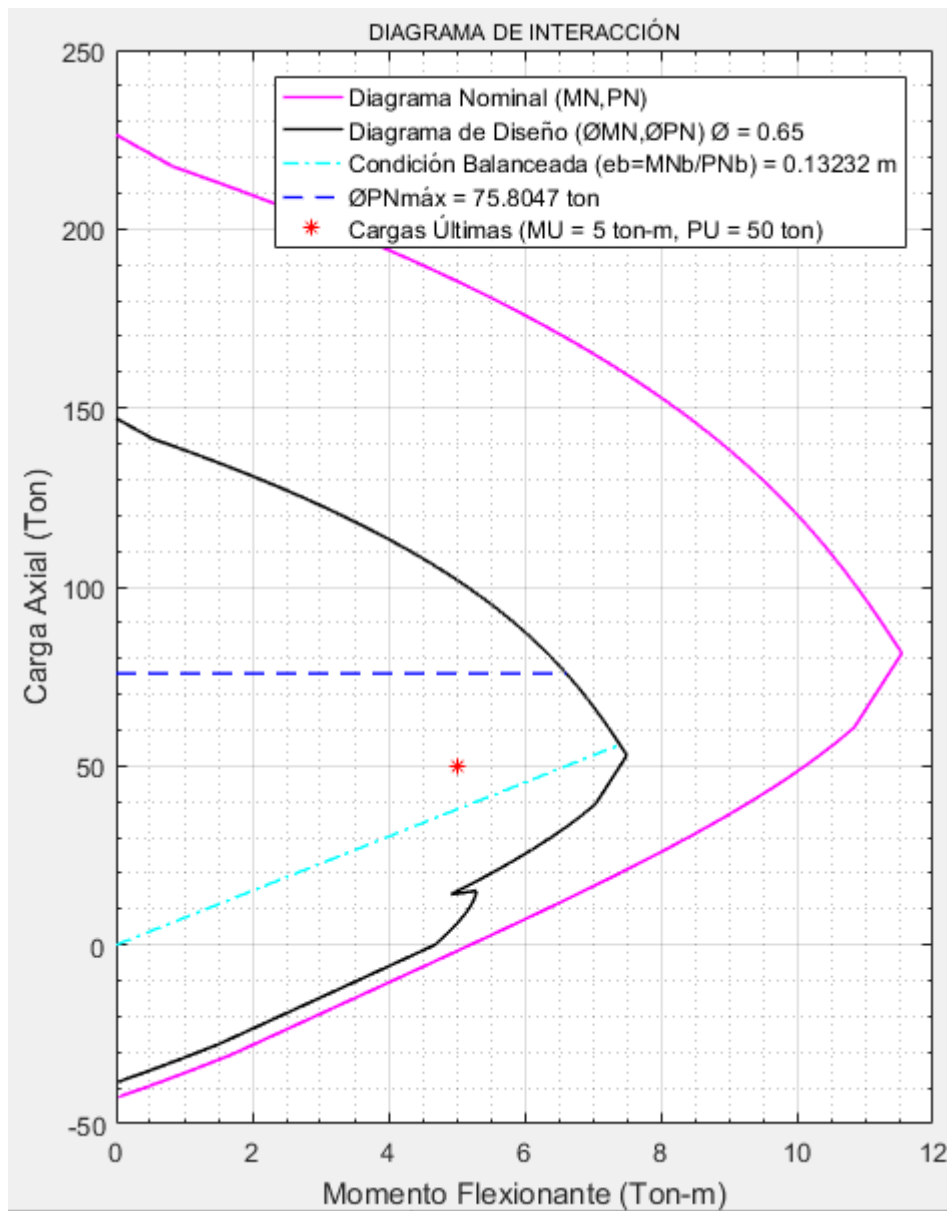
N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	0	13.3	1.53938
2	0	-13.3	1.53938
3	13.3	0	1.53938
4	-13.3	0	1.53938
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

f) Diagrama de interacción

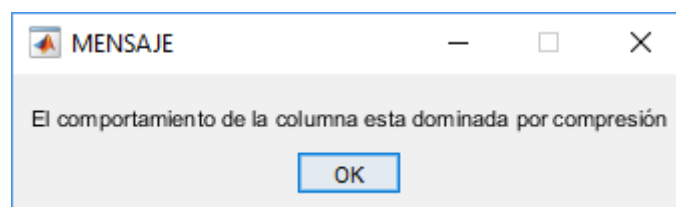
Ya realizado todo lo anterior procedemos a generar el diagrama de interacción de la columna diseñada, dando un clic en calcular diagrama.



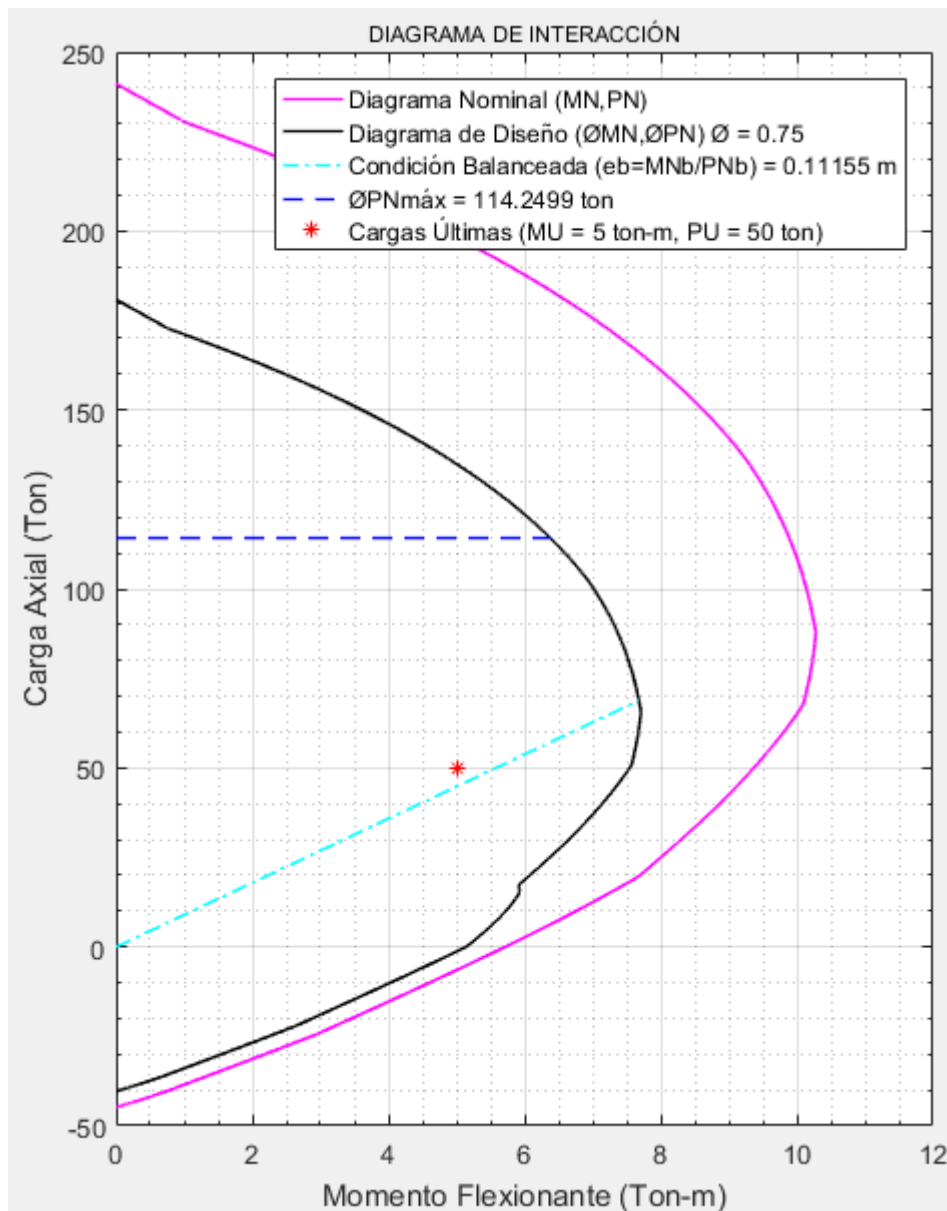
1. Sección Rectangular



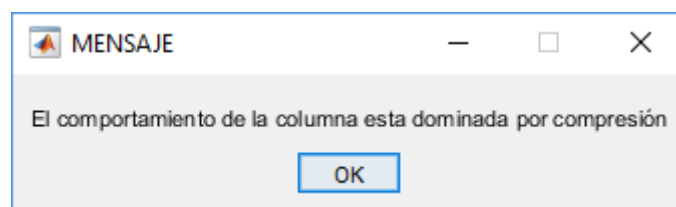
Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.



2. Sección Circular



Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.



g) Consideración de la esbeltez

ESBELTEZ

CONSIDERAR ESBELTEZ

PORTICO CON ARRIOSTRAMIENTO

PORTICO SIN ARRIOSTRAMIENTO

Para tomar en cuenta la esbeltez la sección de la columna debe ser ingresada manualmente, el programa permite considerar que la columna se encuentra dentro de un pórtico con arriostramiento o dentro de un pórtico sin arriostramiento.

1. Pórtico con arriostramiento

La ventana que se abrirá es la siguiente:

PORTICOS-CON-ARRIOSTRAMIENTO

Columna en Estudio

Long. Efectiva (le) m Momento Superior (m1) Ton-m

Base cm Momento Inferior (m2) Ton-m

Altura cm

Fac. Amplificación (δ)

Mu (ton-m) =

CALCULAR

CERRAR

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

Datos generales

En el siguiente recuadro podemos ingresar la longitud efectiva de la columna en estudio, observar la sección escogida con anterioridad, también debemos ingresar los momentos últimos en cada nudo de la columna superior e inferior, el signo de los momentos dependerá de que si la columna se encuentre en simple o doble curvatura (Simple curvatura signo positivo y negativo, o doble curvatura ambos signos positivos o negativos).

Columna en Estudio

Long. Efectiva (le)	<input type="text" value="3"/>	m	Momento Superior (m1)	<input type="text" value="5"/>	Ton-m
Base	<input type="text" value="30"/>	cm	Momento Inferior (m2)	<input type="text" value="-5"/>	Ton-m
Altura	<input type="text" value="30"/>	cm			
Fac. Amplificación (δ)					<input type="button" value="CALCULAR"/>
Mu (ton-m) =					<input type="button" value="CERRAR"/>

Factor k

Para determinar el factor k debemos ingresar el número de columnas (adicionales) que llega a cada nudo con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud para secciones rectangulares y diámetro, longitud para secciones circulares), de igual manera el número de vigas con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud)

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3	40	30

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3.5000	40	30
2	4	40	30

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
--	--------	--------	--------

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
--	--------	--------	--------

Factor de amplificación

Al dar clic en CALCULAR podemos observar el factor de amplificación y el momento a utilizar tomando en cuenta la esbeltez.

Fac. Amplificación (δ)	1.12419	<input type="button" value="CALCULAR"/>
Mu (ton-m) =	5.62094	<input type="button" value="CERRAR"/>

Al dar clic en cerrar no aparecerá un recuadro el cual nos indica si deseamos ingresar nuevamente los datos por alguna equivocación o sino simplemente cerrar.

SI/NO

DESEA MODIFICAR

2. Pórtico sin arriostramiento

La ventana que se abrirá es la siguiente:

PORTICOS-SIN-ARRIOSTRAMIENTO

Columna en Estudio

Long. Efectiva (l_e) m

Base cm

Altura cm

Momento Superior Mns1 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento Superior Ms1 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Momento inferior Mns2 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento inferior Ms2 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Fac. Amplificación
(δ)

Mu (ton-m) =

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

Vigas que llegan al nudo

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

Vigas que llegan al nudo

Datos Generales

En el siguiente recuadro podemos ingresar la longitud efectiva de la columna en estudio, observar la sección escogida con anterioridad.

Columna en Estudio		
Long. Efectiva (le)	<input type="text" value="3"/>	m
Base	<input type="text" value="30"/>	cm
Altura	<input type="text" value="30"/>	cm

También debemos ingresar los momentos últimos causados las cargas gravitatorias y los causados por fuerzas horizontales, en cada nudo de la columna superior e inferior, el signo de los momentos dependerá de que si la columna se encuentre en simple o doble curvatura (Simple curvatura signo positivo y negativo, o doble curvatura ambos signos positivos o negativos).

Momento Superior Mns1 (Por cargas verticales mayoradas)	<input type="text" value="2.56"/>	Ton-m
Momento Superior Ms1 (Por cargaca horizontal mayorada)	<input type="text" value="4.38"/>	Ton-m
Momento inferior Mns2 (Por cargas verticales mayoradas)	<input type="text" value="3.25"/>	Ton-m
Momento inferior Ms2 (Por cargaca horizontal mayorada)	<input type="text" value="2.11"/>	Ton-m

En esta sección de la ventana debemos ingresar las cargas axiales y las secciones de las columnas adicionales que se encuentren en el pórtico contenidos en un mismo plano (dirección x-x o dirección y-y).

	Pu (ton)	H (cm)	B (cm)
1	50	30	30
2	50	30	30

Numero de Columnas:

Factor k

Para determinar el factor k debemos ingresar el número de columnas (adicionales) que llega a cada nudo con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud para secciones

rectangulares y diámetro, longitud para secciones circulares), de igual manera el número de vigas con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud)

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3	40	30

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3.5000	40	30
2	4	40	30

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Vigas que llegan al nudo

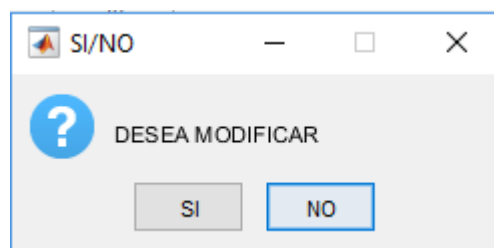
	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Factor de amplificación

Al dar clic en calcular podemos observar el factor de amplificación y el momento a utilizar tomando en cuenta la esbeltez.

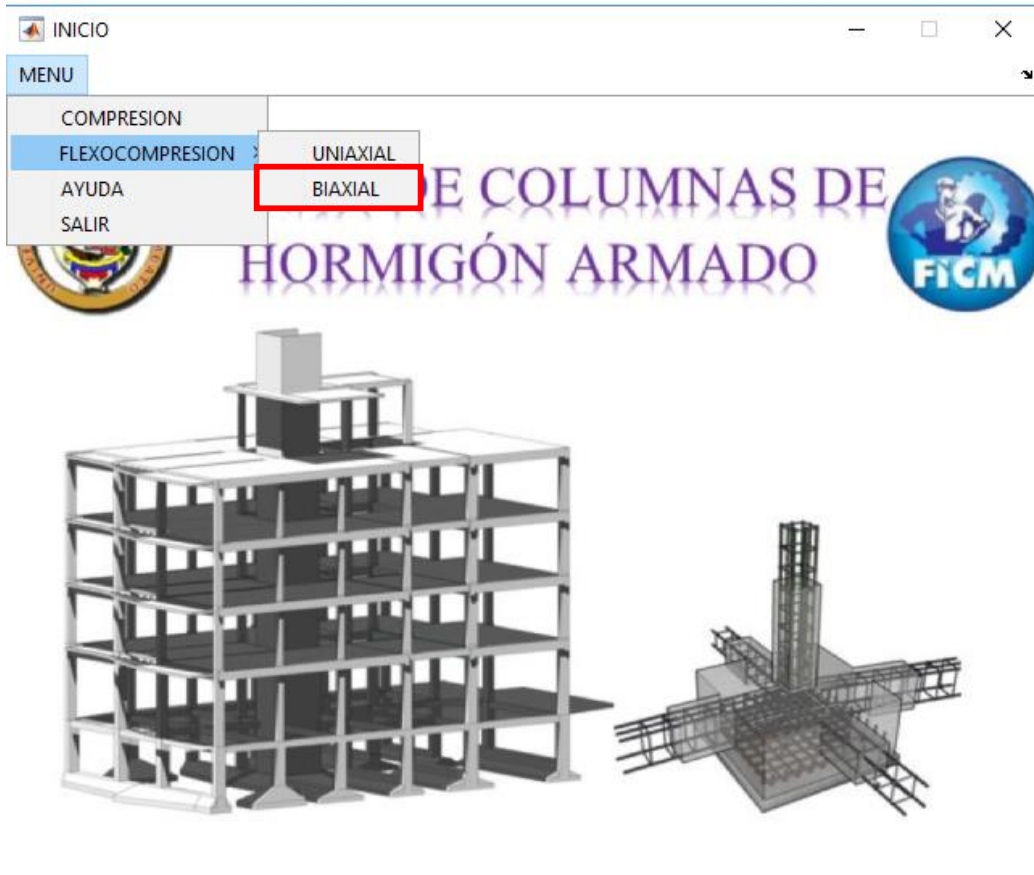
Fac. Amplificación (δ)	1.19138
Mu (ton-m) =	7.77823

Al dar clic en cerrar no aparecerá un recuadro el cual nos indica si deseamos ingresar nuevamente los datos por alguna equivocación o sino simplemente cerrar.

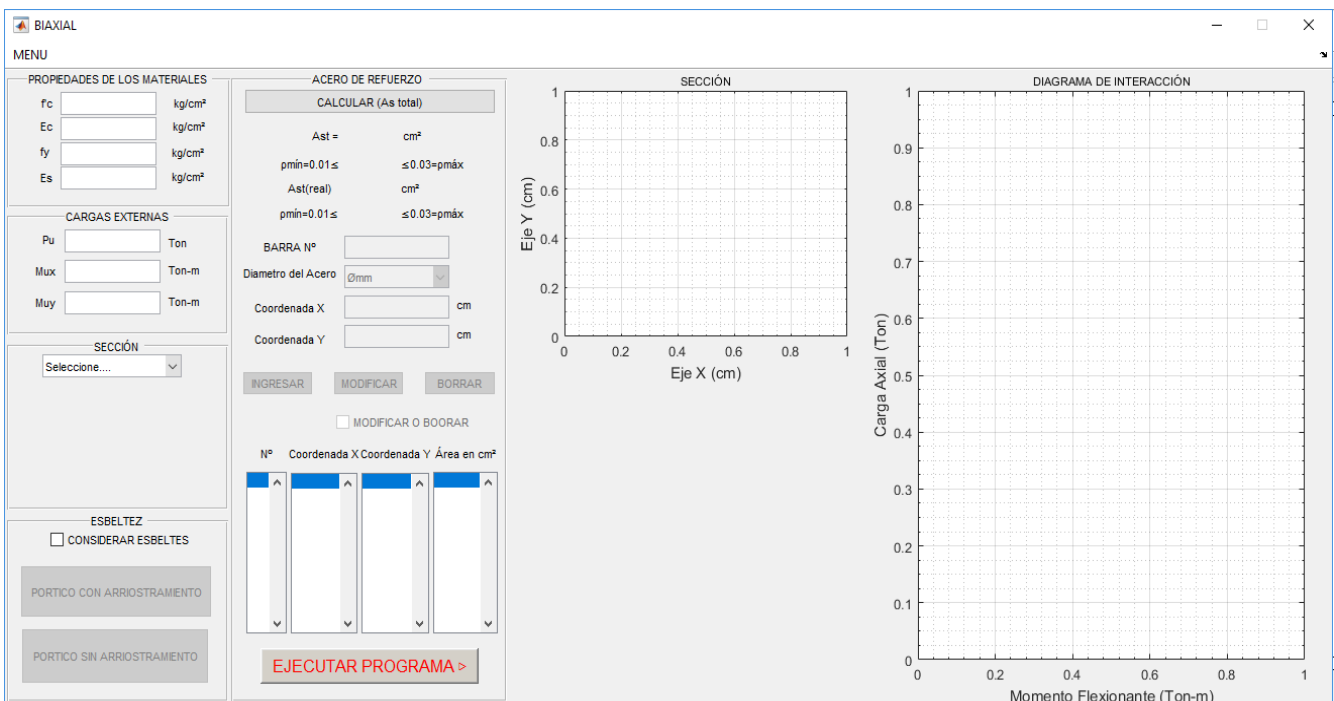


2.1.4 Manual del programa para el diseño de columnas a flexo-compresión biaxial

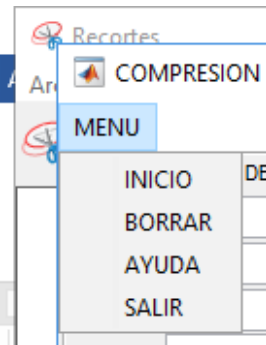
1. Dar clic en la opción FLEXOCOMPRESIÓN después dar un clic en BIAxIAL.



2. Se abrirá la siguiente ventana.



a) Menú



El menú contiene varias opciones las cuales son:

Inicio.- Permite regresar a la ventana principal.

Borrar.- Deja la ventana limpia sin datos y gráficos.

Ayuda.- Abre el archivo PDF que contiene el manual de usuario.

Salir.- Cierra el todo el programa.

b) Propiedades de los materiales

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES		
f_c	<input type="text" value="240"/>	kg/cm ²
E_c	<input type="text" value="202944"/>	kg/cm ²
f_y	<input type="text" value="4200"/>	kg/cm ²
E_s	<input type="text" value="2.1e+06"/>	kg/cm ²

Esta sección del programa permite al usuario ingresar la resistencia del hormigón, el modulo elástico del Hormigón, el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo, y el modulo elástico del acero de refuerzo.

De antemano el módulo de elasticidad del hormigón es calculado automáticamente con la siguiente formula: $E_c = 13100\sqrt{f'c}$.

Y el módulo de elasticidad del acero de refuerzo es calculado con la siguiente formula:

$$\text{Para esfuerzos menores o iguales a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.002}$$

$$\text{Para esfuerzos mayores a } 4200 \frac{kg}{cm^2} \rightarrow E_s = \frac{f_y}{0.003}$$

c) Carga axial y momentos flectores

CARGAS EXTERNAS		
Pu	<input type="text" value="50"/>	Ton
Mux	<input type="text" value="4"/>	Ton-m
Muy	<input type="text" value="3"/>	Ton-m

Aquí se ingresarán las cargas mayoradas en toneladas, metro.

d) Sección

SECCIÓN
Seleccione... <input type="button" value="v"/>
Seleccione...
RECTANGULAR
CIRCULAR

Podemos escoger 2 tipos de secciones rectangular y circular.

SECCIÓN
RECTANGULAR <input type="button" value="v"/>
B <input type="text"/> cm
H <input type="text"/> cm
r <input type="text"/> cm
<input type="checkbox"/> Ingreso manual de la Sección

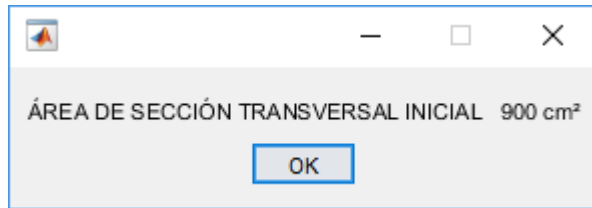
SECCIÓN
CIRCULAR <input type="button" value="v"/>
D <input type="text"/> cm
r <input type="text"/> cm
<input type="checkbox"/> Ingreso manual de la Sección

En la sección rectangular encontramos la base la altura y el recubrimiento de la columna. En la sección circular encontramos el diámetro y el recubrimiento. El programa calcula automáticamente.

SECCIÓN
RECTANGULAR <input type="button" value="v"/>
B <input type="text" value="30"/> cm
H <input type="text" value="30"/> cm
r <input type="text" value="3"/> cm
<input type="checkbox"/> Ingreso manual de la Sección

SECCIÓN
CIRCULAR <input type="button" value="v"/>
D <input type="text" value="35"/> cm
r <input type="text" value="3.5"/> cm
<input type="checkbox"/> Ingreso manual de la Sección

Pero también nos da la opción de ingresar manualmente los datos, cuando tomamos esta opción el programa presenta un mensaje indicando un área de referencia para la sección.



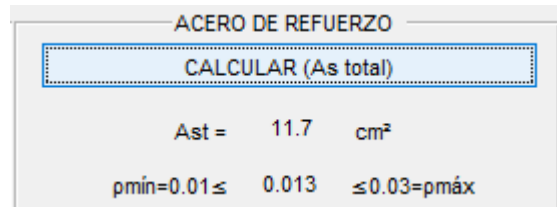
Two side-by-side form panels for section configuration. The left panel is titled "SECCIÓN" and has a dropdown menu set to "RECTANGULAR". It contains input fields for "B" (30 cm), "H" (30 cm), and "r" (3 cm). There is a checked checkbox for "Ingreso manual de la Sección". The right panel is also titled "SECCIÓN" and has a dropdown menu set to "CIRCULAR". It contains input fields for "D" (35 cm) and "r" (3.5 cm). There is also a checked checkbox for "Ingreso manual de la Sección".

e) Acero de refuerzo

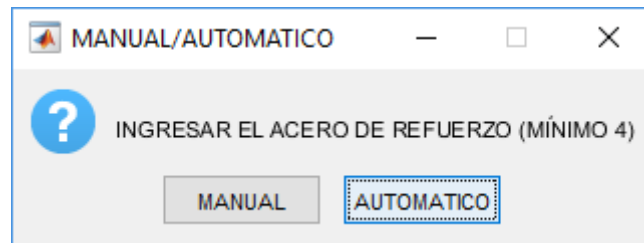
A form titled "ACERO DE REFUERZO". At the top is a button "CALCULAR (As total)". Below it are calculation fields: "Ast = cm²" with constraints "p_{mín}=0.01 ≤ ≤ 0.03 = p_{máx}" and "Ast(real) = cm²" with constraints "p_{mín}=0.01 ≤ ≤ 0.03 = p_{máx}". There are input fields for "BARRA N°", "Diametro del Acero" (with a dropdown menu showing "Ømm"), "Coordenada X" (cm), and "Coordenada Y" (cm). Below these are buttons "INGRESAR", "MODIFICAR", and "BORRAR". A checkbox "MODIFICAR O BORRAR" is also present. At the bottom is a table with columns "N°", "Coordenada X", "Coordenada Y", and "Área en cm²", each with a vertical scrollbar. At the very bottom is a button "CALCULAR DIAGRAMA >".

Al dar clic en el botón calcular (As total) el programa calcula una cantidad de acero entre el 1% al 3% recomendado por la NEC 2015.

1. Sección Rectangular

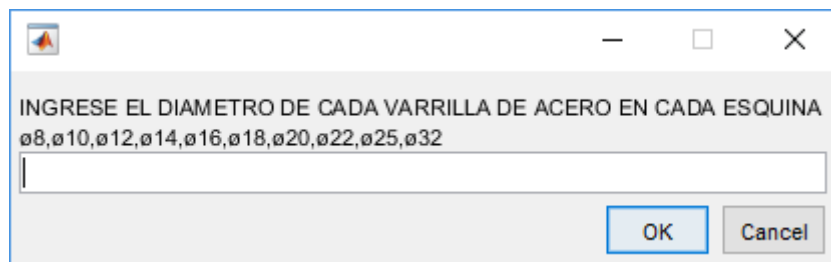


Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

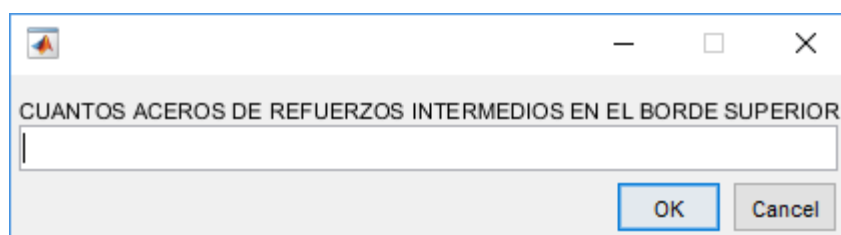


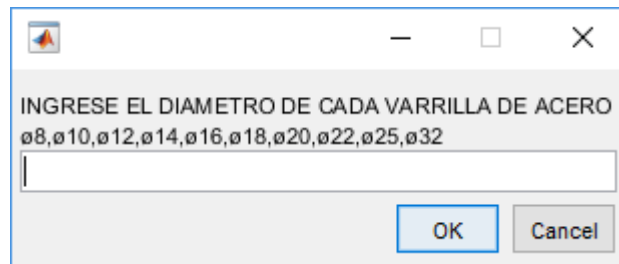
Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar en cada esquina de la columna comenzado por la esquina superior izquierda, luego superior derecha, inferior derecha, inferior izquierda.



Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada borde de la columna, comenzado con el lado superior, luego el lado inferior, el lado izquierdo y finalmente el lado derecho.





Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

INGRESAR MODIFICAR BORRAR

MODIFICAR O BOORAR

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.

ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = 11.7 cm²

p_{min}=0.01 ≤ 0.013 ≤ 0.03=p_{máx}

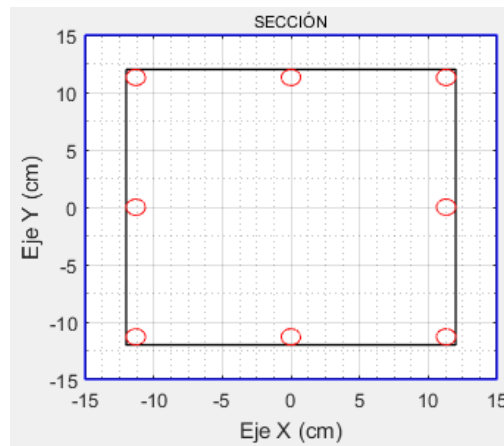
Ast(real) 12.315 cm²

p_{min}=0.01 ≤ 0.0136834 ≤ 0.03=p_{máx}

También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y, y el área de acero de cada varilla ingresada.

Nº	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	11.3	11.3	1.53938
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.3	1.53938
6	0	-11.3	1.53938
7	-11.3	0	1.53938
8	11.3	0	1.53938

Se nos gráfica la sección con las varillas ingresadas tomado en cuenta que el eje X siempre es paralelo a la base y el EJE Y siempre es paralelo a la altura.



2. Sección Circular

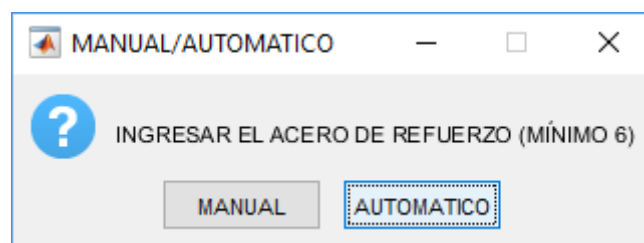
ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = 12.4663 cm²

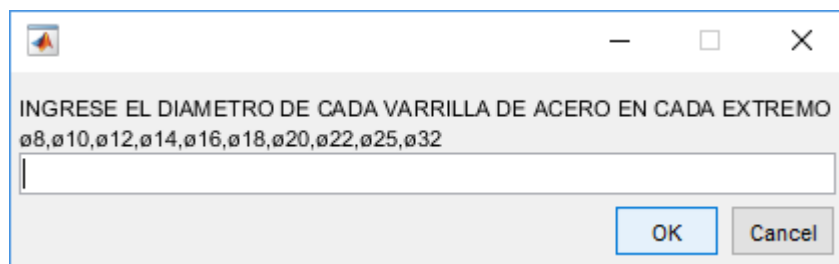
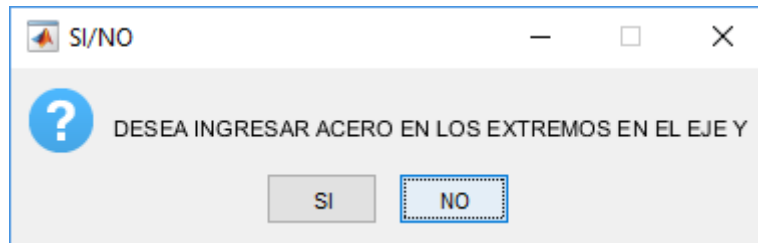
$\rho_{\min}=0.01 \leq 0.0129572 \leq 0.03=\rho_{\max}$

Una vez calculado el acero de refuerzo nos aparece una ventana de mensaje indicando si el usuario desea ingresar manualmente o automáticamente las varillas de acero.

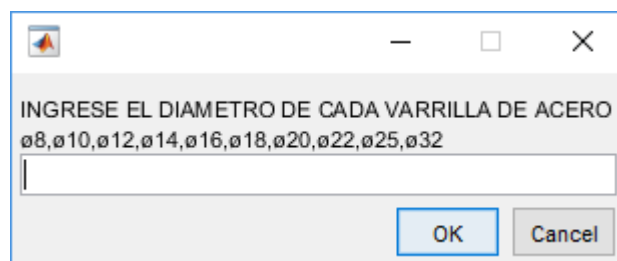
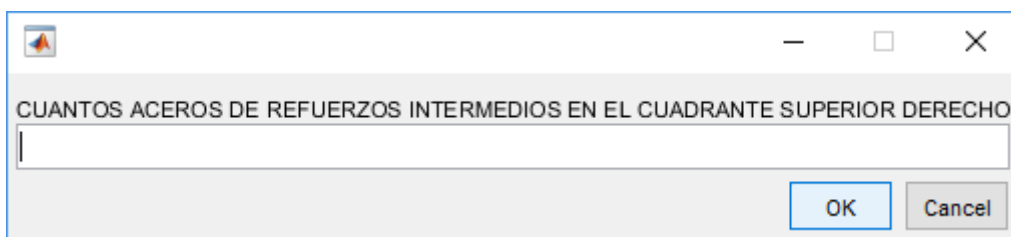


Ingreso automático

Al escoger automático aparece un cuadro de dialogo pidiendo si deseamos ingresar varillas de aceros en los extremos de la columna paralelos a los ejes X e Y, y otro cuadro de dialogo pidiendo el diámetro de la varilla que deseamos ingresar.

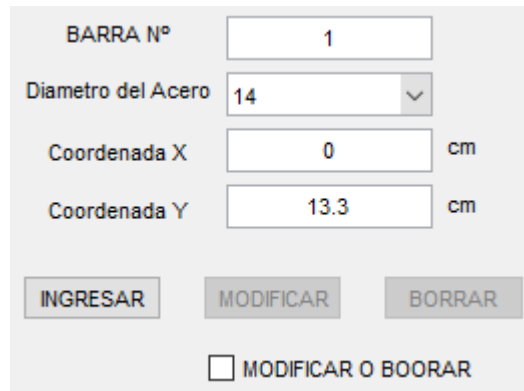


Después aparece otro cuadro de dialogo pidiendo las varillas intermedias en cada cuadrante de la columna, comenzado con el cuadrante superior derecho, luego el superior izquierdo, inferior izquierdo y finalmente el inferior derecho. Las varillas se colocan en el orden anti horario.



Ingreso manual

Al seleccionar manual se nos activan 4 cuadros en entrada

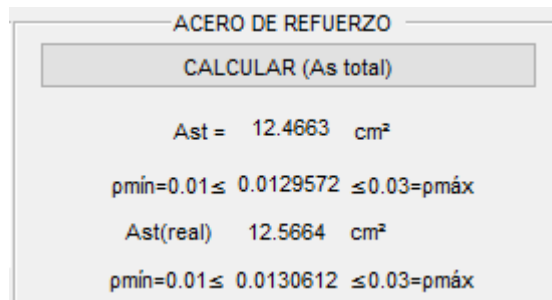


Formulario de ingreso manual de datos de una barra de acero. El formulario contiene los siguientes campos y botones:

- BARRA N°: 1
- Diametro del Acero: 14 (seleccionado en un menú desplegable)
- Coordenada X: 0 cm
- Coordenada Y: 13.3 cm
- Botones: INGRESAR, MODIFICAR, BORRAR
- Checkbox: MODIFICAR O BORRAR

En primer recuadro colocamos el número (denominación de la varilla), seleccionamos el diámetro de la varilla a ingresar, colocamos sus coordenadas en X e Y. Y para ingresar damos un clic en el botón INGRESAR.

Una vez ingresado todas las varillas necesarias el programa nos indica el acero real que tiene la columna y su porcentaje.



Resultado de cálculo de acero de refuerzo:

ACERO DE REFUERZO

CALCULAR (As total)

Ast = 12.4663 cm²

$\rho_{\min}=0.01 \leq 0.0129572 \leq 0.03=\rho_{\max}$

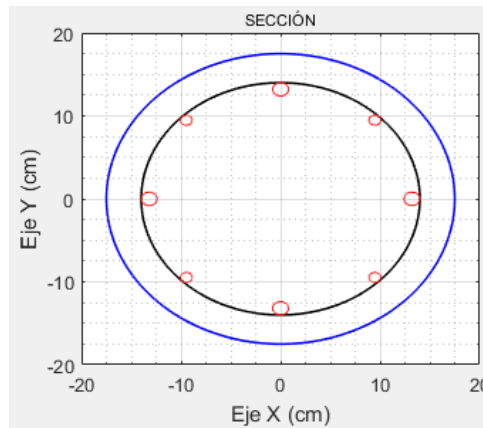
Ast(real) 12.5664 cm²

$\rho_{\min}=0.01 \leq 0.0130612 \leq 0.03=\rho_{\max}$

También nos indica el número de varillas que hay, la posición en X e Y, y el área de acero de cada varilla ingresada.

Nº	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	0	13.2	2.01062
2	0	-13.2	2.01062
3	13.2	0	2.01062
4	-13.2	0	2.01062
5	9.47523	9.47523	1.13097
6	-9.47523	9.47523	1.13097
7	-9.47523	-9.47523	1.13097
8	9.47523	-9.47523	1.13097

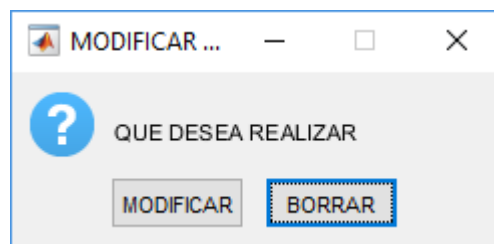
Se nos gráfica la sección y las varillas ingresadas tomando como centro el origen del plano XY.



Independiente mente de la sección escogida tenemos una opción la cual nos permite MODIFICAR O BORRAR las varillas ingresadas ya sea manual o automáticamente.

MODIFICAR O BORRAR

Al activar MODIFICAR O BORRAR nos aparece un cuadro de dialogo indicando que desea el usuario si borrar o modificar.



Al seleccionar modificar debemos colocar el número de la varilla que deseamos modificar ya sea cambiar su diámetro o sus coordenadas.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X cm

Coordenada Y cm

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	11.3	11.3	1.53938
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.3	1.53938
6	0	-11.3	1.53938
7	-11.3	0	1.53938
8	11.3	0	1.53938

Observe la varilla número 2 como cambio sus coordenadas y área de acero al escoger otro diámetro.

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	0	0	8.04248
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.3	1.53938
6	0	-11.3	1.53938
7	-11.3	0	1.53938
8	11.3	0	1.53938

En cambio, al seleccionar borrar solo debemos escoger el número de varilla para quitarla.

BARRA N°

Diametro del Acero

Coordenada X

Coordenada Y

MODIFICAR O BOORAR

N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	-11.3	11.3	1.53938
2	0	0	8.04248
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.3	1.53938
6	0	-11.3	1.53938
7	-11.3	0	1.53938
8	11.3	0	1.53938

Observe como se eliminaron los datos la varilla número 2.

MODIFICAR O BOORAR

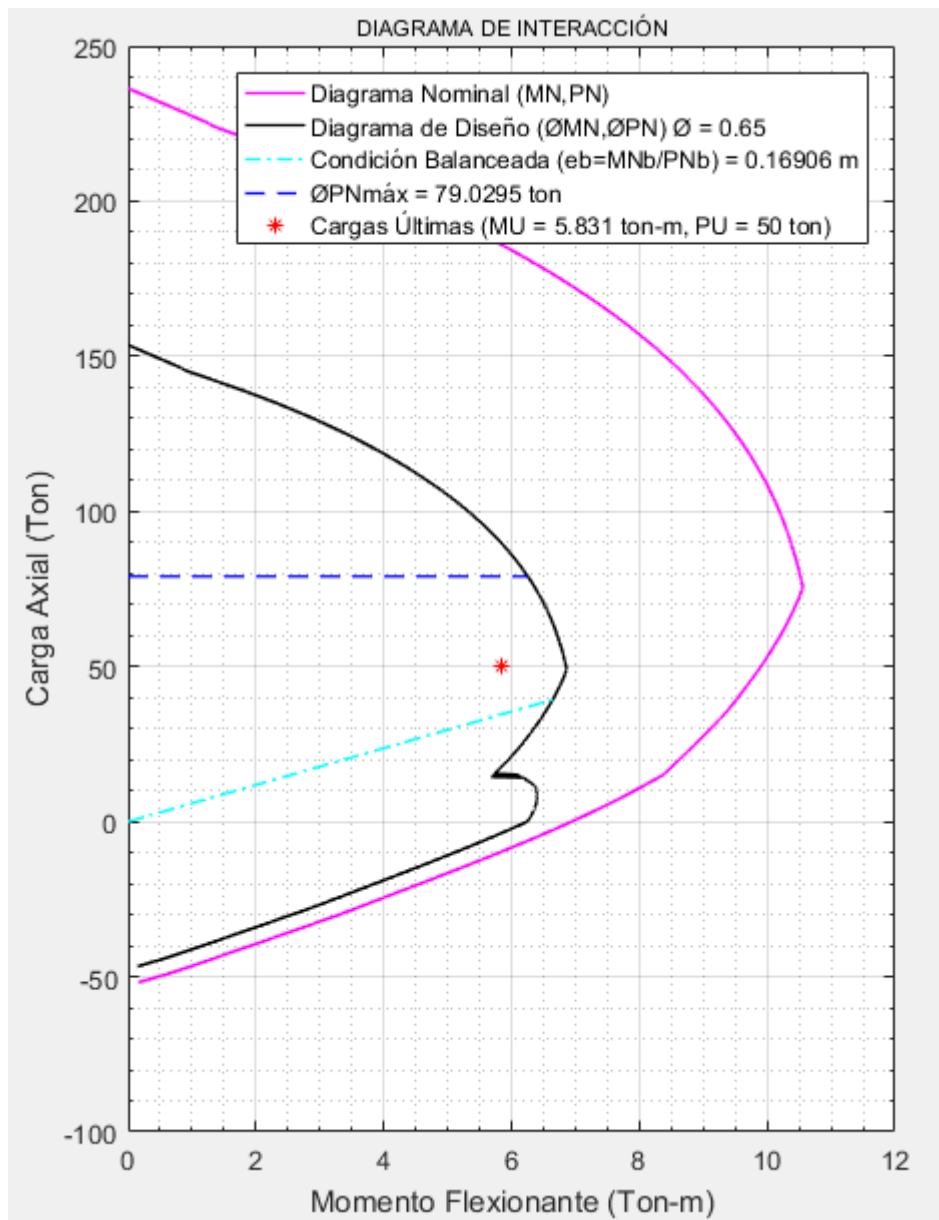
N°	Coordenada X	Coordenada Y	Área en cm ²
1	-11.3	11.3	1.53938
3	11.3	-11.3	1.53938
4	-11.3	-11.3	1.53938
5	0	11.3	1.53938
6	0	-11.3	1.53938
7	-11.3	0	1.53938
8	11.3	0	1.53938

f) Diagrama de interacción

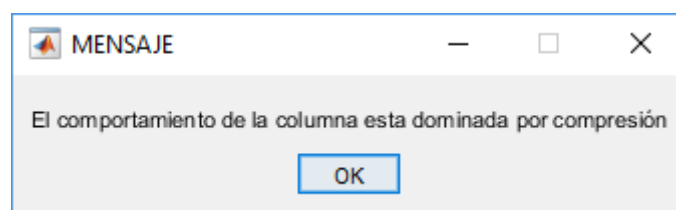
Ya realizado todo lo anterior procedemos a generar el diagrama de interacción de la columna diseñada, dando un clic en CALCULAR DIAGRAMA.



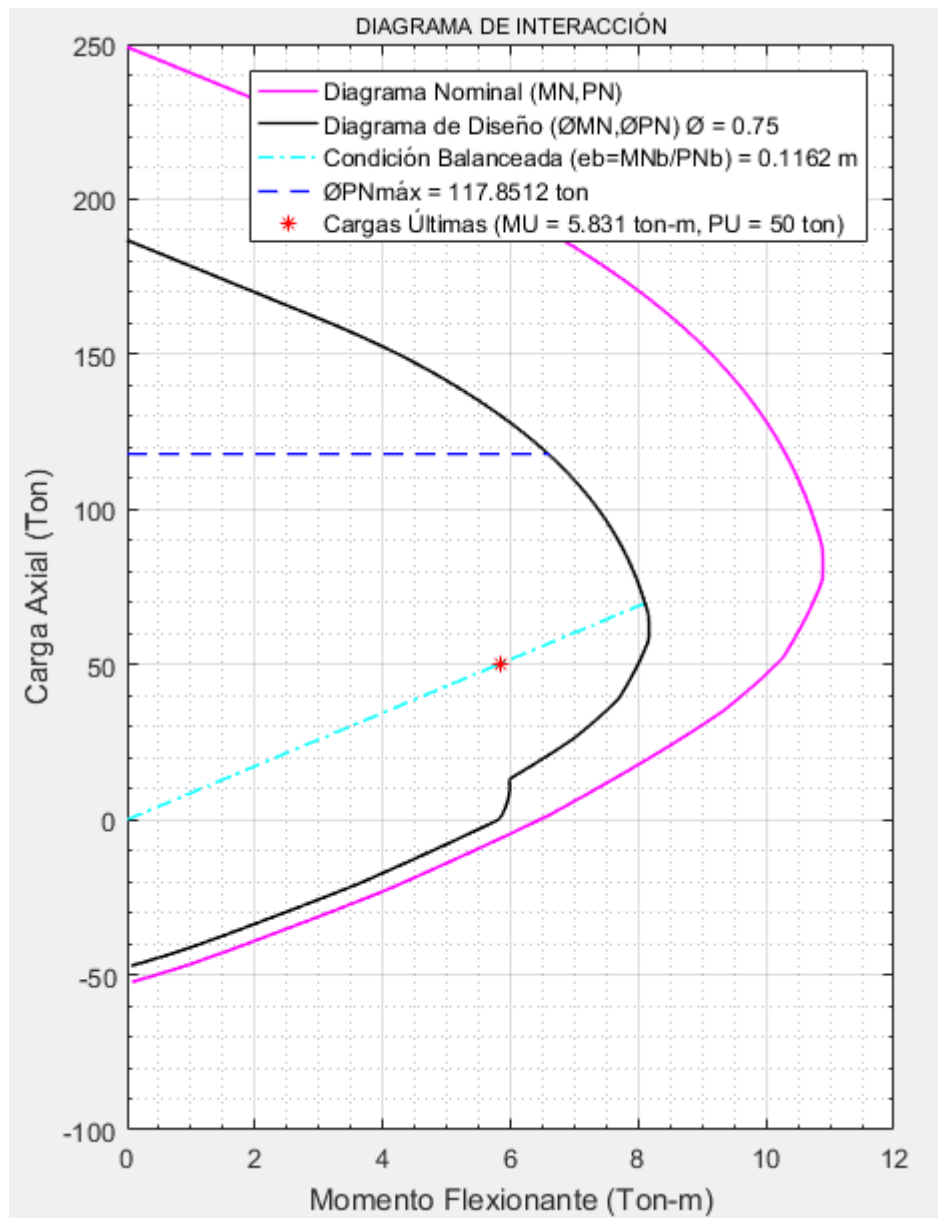
1. Sección Rectangular



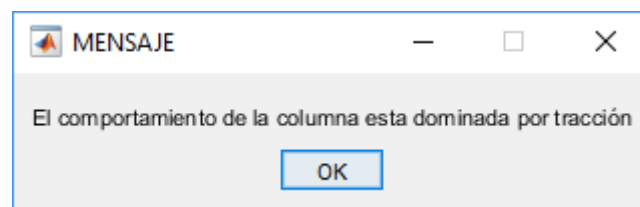
Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.



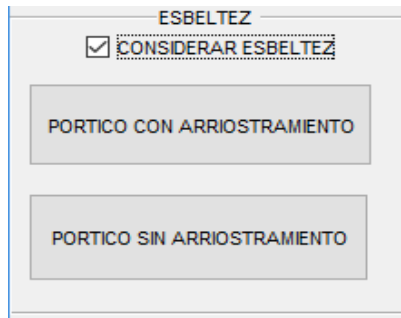
2. Sección Circular



Y finalmente nos aparece un cuadro de mensaje indicando el comportamiento de la columna.



g) Consideración de la esbeltez



ESBELTEZ

CONSIDERAR ESBELTEZ

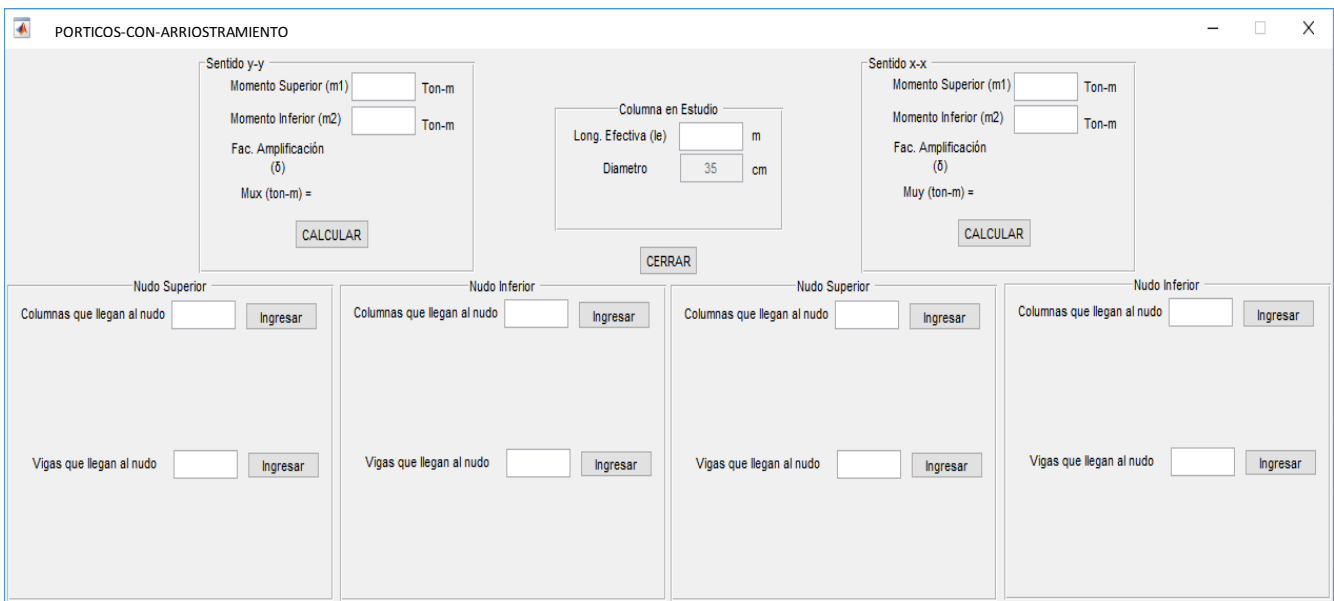
PORTICO CON ARRIOSTRAMIENTO

PORTICO SIN ARRIOSTRAMIENTO

Para tomar en cuenta la esbeltez la sección de la columna debe ser ingresada manualmente, el programa permite considerar que la columna se encuentra dentro de un pórtico con arriostramiento o dentro de un pórtico sin arriostramiento.

1. Pórtico con arriostramiento

La ventana que se abrirá es la siguiente:



PORTICOS-CON-ARRIOSTRAMIENTO

Sentido y-y

Momento Superior (m1) Ton-m

Momento Inferior (m2) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Mux (ton-m) =

CALCULAR

Columna en Estudio

Long. Efectiva (le) m

Diametro cm

CERRAR

Sentido x-x

Momento Superior (m1) Ton-m

Momento Inferior (m2) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Muy (ton-m) =

CALCULAR

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

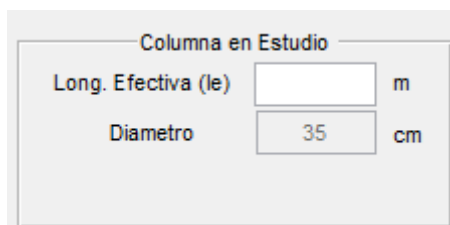
Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo Ingresar

Vigas que llegan al nudo Ingresar

Datos generales

En el siguiente recuadro podemos ingresar la longitud efectiva de la columna en estudio, observar la sección escogida con anterioridad.



Columna en Estudio

Long. Efectiva (le) m

Diametro cm

Debemos ingresar los momentos últimos en cada nudo de la columna superior e inferior en cada dirección, y-y (M_{ux}), x-x (M_{uy}), el signo de los momentos dependerá de que si la columna se encuentre en simple o doble curvatura (Simple curvatura signo positivo y negativo, o doble curvatura ambos signos positivos o negativos).

Sentido y-y

Momento Superior (m1) Ton-m

Momento Inferior (m2) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Mux (ton-m) =

Sentido x-x

Momento Superior (m1) Ton-m

Momento Inferior (m2) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Muy (ton-m) =

Factor k

Para determinar el factor k debemos ingresar el número de columnas (adicionales) que llega a cada nudo con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud para secciones rectangulares y diámetro, longitud para secciones circulares), de igual manera el número de vigas con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud), en ambas direcciones y-y o x-x.

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3	40	30

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3.5000	40	30
2	4	40	30

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)


Factor de amplificación

Al dar clic en CALCULAR podemos observar el factor de amplificación y el momento a utilizar tomando en cuenta la esbeltez en ambas direcciones.

Fac. Amplificación (δ)	1.13318
Mux (ton-m) =	3.39953
<input type="button" value="CALCULAR"/>	

Al dar clic en CERRAR no aparecerá un recuadro el cual nos indica si deseamos ingresar nuevamente los datos por alguna equivocación o sino simplemente cerrar.

SI/NO

 DESEA MODIFICAR

2. Pórtico sin arriostramiento

La ventana que se abrirá es la siguiente:

PORTICOS-SIN-ARRIOSTRAMIENTO CERRAR

Long. Efectiva (le) m Diametro cm

Sentido y-y

Momento Superior Mns1 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento Superior Ms1 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Momento inferior Mns2 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento inferior Ms2 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Mux(ton-m) =

Nudo Superior		Nudo Inferior	
Columnas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>	Columnas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>
Vigas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>	Vigas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>

Sentido x-x

Momento Superior Mns1 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento Superior Ms1 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Momento inferior Mns2 (Por cargas verticales mayoradas) Ton-m

Momento inferior Ms2 (Por cargaca horizontal mayorada) Ton-m

Fac. Amplificación (δ)

Muy(ton-m) =

Nudo Superior		Nudo Inferior	
Columnas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>	Columnas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>
Vigas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>	Vigas que llegan al nudo	<input type="text"/> <input type="button" value="Ingresar"/>

Datos generales

En la parte superior izquierda de la ventana podemos ingresar la longitud efectiva de la columna en estudio, observar la sección escogida con anterioridad.

Long. Efectiva (le)	<input type="text" value="4"/>	m	Diametro	<input type="text" value="35"/>	cm
---------------------	--------------------------------	---	----------	---------------------------------	----

También debemos ingresar los momentos últimos causados las cargas gravitatorias y los causados por fuerzas horizontales, en cada nudo de la columna superior e inferior en cada dirección, y-y (Mux), x-x (Muy), el signo de los momentos dependerá de que si la columna se encuentre en simple o doble curvatura (Simple curvatura signo positivo y negativo, o doble curvatura ambos signos positivos o negativos).

Momento Superior Mns1 (Por cargas verticales mayoradas)	<input type="text" value="2.56"/>	Ton-m
Momento Superior Ms1 (Por cargaca horizontal mayorada)	<input type="text" value="4.38"/>	Ton-m
Momento inferior Mns2 (Por cargas verticales mayoradas)	<input type="text" value="3.25"/>	Ton-m
Momento inferior Ms2 (Por cargaca horizontal mayorada)	<input type="text" value="2.11"/>	Ton-m

En esta sección de la ventana debemos ingresar las cargas axiales y las secciones de las columnas adicionales que se encuentren en el pórtico contenidos en un mismo plano (dirección x-x y dirección y-y).

<input type="text" value="3"/>	Numero de Columnas	
	Pu (ton)	D (cm)
1	50	35
2	50	35
3	50	35

Factor K

Para determinar el factor k debemos ingresar el número de columnas (adicionales) que llega a cada nudo con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud para secciones rectangulares y diámetro, longitud para secciones circulares), de igual manera el número de vigas con sus respectivas dimensiones (base, altura, longitud), en ambas direcciones x-x e y-y.

Nudo Superior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3	40	30

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)
1	3.5000	40	30
2	4	40	30

Nudo Inferior

Columnas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Vigas que llegan al nudo

	Le (m)	H (cm)	B (cm)

Factor de amplificación

Al dar clic en CALCULAR podemos observar el factor de amplificación y el momento a utilizar tomando en cuenta la esbeltez en cada dirección x-x e y-y.

Fac. Amplificación (δ)	1.47143
Mux(ton-m) =	8.88571

Al dar clic en CERRAR no aparecerá un recuadro el cual nos indica si deseamos ingresar nuevamente los datos por alguna equivocación o sino simplemente cerrar.

