

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO



FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA

Tema: “Diseño de un modelo matemático para optimizar las rutas de recorrido del proceso de recolección de desechos sólidos para el cantón Valencia”.

Trabajo de titulación previo a la obtención del grado académico de
Magíster en Matemática Aplicada

Modalidad de titulación Proyecto de Desarrollo

Autor: Ing. Flavio Fernando Escudero Andino

Director: Ing. Ernesto Antonio Ponsot Balaguer, PhD

Ambato – Ecuador

2021

APROBACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

A la Unidad Académica de Titulación de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.

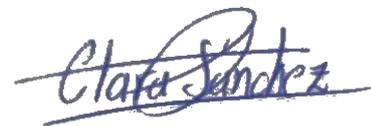
El Tribunal receptor del Trabajo de Investigación presidido por la Ingeniera Elsa Pilar Urrutia Urrutia Magíster, e integrado por los señores Profesor Saba Rafael Infante Quirpa Doctor, Ingeniera Clara Augusta Sánchez Benítez Magister, designados por la Unidad Académica de Titulación de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato, para receptor el Trabajo de Investigación con el tema: “Diseño de un modelo matemático para optimizar las rutas de recorrido del proceso de recolección de desechos sólidos para el cantón Valencia”, elaborado y presentado por el señor Ingeniero Ing. Flavio Fernando Escudero Andino, para optar por el Grado Académico de Magíster en Matemática Aplicada; una vez escuchada la defensa oral del Trabajo de Investigación el Tribunal aprueba y remite el trabajo para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.



Ing. Elsa Pilar Urrutia Urrutia, Mg.
Presidente del Tribunal



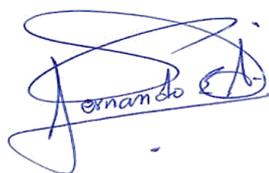
Prof. Saba Rafael Infante Quirpa PhD.
Miembro del Tribunal



Ing. Clara Augusta Sánchez Benítez Mg.
Miembro del Tribunal

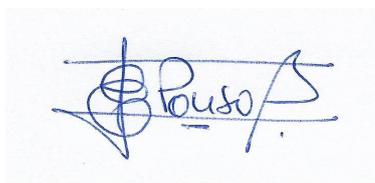
AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el Trabajo de Titulación presentado con el tema: “Diseño de un modelo matemático para optimizar las rutas de recorrido del proceso de recolección de desechos sólidos para el cantón Valencia”, le corresponde exclusivamente a: Ingeniero Flavio Fernando Escudero Andino, Autor bajo la Dirección del Ingeniero Ernesto Antonio Ponsot Balaguer, PhD, Director del Trabajo de Investigación; y el patrimonio intelectual a la Universidad Técnica de Ambato.



Ing. Flavio Fernando Escudero Andino

AUTOR



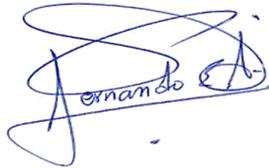
Ing. Ernesto Antonio Ponsot Balaguer, PhD

DIRECTOR

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que el Trabajo de Titulación, sirva como un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la Institución.

Cedo los Derechos de mi Trabajo de Titulación, con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de este, dentro de las regulaciones de la Universidad Técnica de Ambato.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Fernando', with a stylized flourish to the right.

Ing. Flavio Fernando Escudero Andino

cc. 0503371551

AUTOR

Índice general

Índice de tablas	vii
Índice de figuras	viii
Resumen	xii
Executive Summary	xiv
1. El problema de investigación	1
1.1. Introducción	1
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivos	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos	4
2. Antecedentes investigativos	5
2.1. Estado del arte	5
2.2. Marco teórico	13
2.2.1. Algoritmo k -Means	13
2.2.2. El modelo de programación lineal	15
2.2.3. El modelo de programación lineal entera (binaria)	16
2.2.4. Sistemas de información geográfica	18
3. Marco metodológico	20
3.1. Ubicación	20
3.2. Equipos y materiales	21
3.3. Tipo de investigación	22
3.4. Pruebas de Hipótesis	22
3.4.1. Preguntas que motivan la investigación	22
3.5. Población y muestra	23
3.5.1. Recolección de información	23
3.6. Procesamiento de la información	25
4. Resultados y discusión	28
4.1. Análisis Descriptivo de los datos	30
4.1.1. Distancias globales del sector	30
4.1.2. Distancias por grupos	31
4.2. La ruta óptima	38
4.2.1. Ruta óptima para el grupo 0	38

4.2.2.	Ruta óptima para el grupo 1	38
4.2.3.	Ruta óptima para el grupo 2	39
4.2.4.	Ruta óptima para el grupo 3	40
4.2.5.	Ruta óptima para el grupo 4	40
4.3.	La estrategia propuesta	41
4.3.1.	Calendario propuesto	42
4.3.2.	Costos asociados	44
5.	Conclusiones y recomendaciones	45
5.1.	Conclusiones	45
5.2.	Recomendaciones	46
	Bibliografía	48
	Anexos	51
	Anexo 1: Ruta óptima para el Grupo 0	51
	Anexo 2: Ruta óptima para el Grupo 1	54
	Anexo 3: Ruta óptima para el Grupo 2	57
	Anexo 4: Ruta óptima para el Grupo 3	60
	Anexo 5: Ruta óptima para el Grupo 4	63
	Anexo 6: Código Python programado	66

Índice de tablas

3.1. Rutas de recolección actuales del cantón Valencia (por semana)	24
3.2. Costos de operación del servicio de recolección	25
4.1. Composición de los grupos formados	29
4.2. Valores de la distancia óptima por grupos (m)	38
4.3. Desechos diarios estimados en cada grupo	42
4.4. Itinerario propuesto	43
A.0. Ruta óptima para el grupo 0	51
A.0. Ruta óptima para el grupo 0	52
A.0. Ruta óptima para el grupo 0	53
A.1. Ruta óptima para el grupo 1	54
A.1. Ruta óptima para el grupo 1	55
A.1. Ruta óptima para el grupo 1	56
A.2. Ruta óptima para el grupo 2	57
A.2. Ruta óptima para el grupo 2	58
A.2. Ruta óptima para el grupo 2	59
A.3. Ruta óptima para el grupo 3	60
A.3. Ruta óptima para el grupo 3	61
A.3. Ruta óptima para el grupo 3	62
A.4. Ruta óptima para el grupo 4	63
A.4. Ruta óptima para el grupo 4	64
A.4. Ruta óptima para el grupo 4	65

Índice de figuras

2.1. Interfaz del usuario QGis.	19
3.1. Imagen satelital del cantón Valencia, Ecuador.	20
3.2. Plano esquemático del sector.	24
4.1. Grupos formados para el sector de estudio	29
4.2. Histograma de distancias para todo el sector.	31
4.3. Grupo 0 de puntos.	32
4.4. Grupo 0 de puntos.	32
4.5. Grupo 1 de puntos.	33
4.6. Histograma del grupo 1 de puntos.	34
4.7. Grupo 2 de puntos.	34
4.8. Histograma del grupo 2 de puntos.	35
4.9. Grupo 3 de puntos.	36
4.10. Histograma del grupo 3 de puntos.	36
4.11. Grupo 4 de puntos.	37
4.12. Histograma del grupo 4 de puntos.	37
4.13. Ruta óptima para el grupo 0.	39
4.14. Ruta óptima para el grupo 1.	39
4.15. Ruta óptima para el grupo 2.	40
4.16. Ruta óptima para el grupo 3.	41
4.17. Ruta óptima para el grupo 4.	41

Agradecimiento

Al culminar una etapa más en mi vida, quiero extender un profundo agradecimiento para mi familia por el constante apoyo recibido de su parte. A la Universidad Técnica de Ambato y a todos los docentes que impartieron sus conocimientos, con el fin de tener un profesional competente en el campo laboral y que sea el orgullo de sus enseñanzas.

Finalmente, pero no por eso menos importante, agradecer a Dios por todas las bendiciones que he recibido de parte de Él.

Fernando Escudero

Dedicatoria

Borges dice que “la dedicatoria constituye un acto mágico”, por esta razón, es para mí un momento de innegable emoción, dedicar este trabajo muy especial a mi adorada esposa, así como a mi tierna hija Emily.

Fernando Escudero

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

**FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA
E INDUSTRIAL**

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA

TEMA:

“Diseño de un modelo matemático para optimizar las rutas de recorrido del proceso de recolección de desechos sólidos para el cantón Valencia”.

AUTOR: Ing. Flavio Fernando Escudero Andino

DIRECTOR: Ing. Ernesto Antonio Ponsot Balaguer, PhD

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

- Energía, desarrollo sostenible y gestión de recursos naturales.

FECHA: 4 de enero de 2021

Resumen

Se presenta la ruta óptima de recolección de desechos urbanos para el cantón Valencia en la provincia de Los Ríos, Ecuador. Se selecciona una versión del modelo de programación lineal entera, conocido como el “problema del vendedor viajero”, en el que los puntos de inicio y retorno no necesariamente coinciden. Se realiza un análisis previo tanto cuantitativo como gráfico, de los datos disponibles, mediante el programa para sistemas de información geográfica QGIS y la librería Pandas para el manejo de datos en Python. Se discute una estrategia en la que se divide el sector en estudio en cinco grupos de recolección, conformados según el algoritmo conocido como “*k*-Means”. La solución propuesta muestra estar ajustada a la realidad y, aunque no implica una disminución sustantiva de los recorridos intraurbanos, ya que la escala del problema es muy pequeña, si produce una disminución en los costos de operación del orden del 18.15 %, al comparársele con la situación actual.

Palabras clave: Costos de operación, Desechos urbanos, Disminución de la varianza, *k*-Means, Ortools en Python, Problema del vendedor viajero, Programación lineal entera binaria, QGIS, Rutas de recolección, Sistemas de información geográfica.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

**FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA
E INDUSTRIAL**

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA

THEME:

“Design of a mathematical model to optimize the routes of the solid waste collection process for the canton of Valencia”.

AUTHOR: Ing. Flavio Fernando Escudero Andino

DIRECTED BY: Ing. Ernesto Antonio Ponsot Balaguer, PhD

LINE OF RESEARCH:

- Energy, sustainable development and natural resource management.

DATE: January 4, 2021

Executive Summary

The optimal urban waste collection route for the canton of Valencia in the province of Los Ríos, Ecuador is presented. A version of the integer linear programming model is selected, known as the “traveling salesman problem”, in which the start and return points do not necessarily coincide. A prior quantitative and graphic analysis of the available data is carried out using the program for geographic information systems QGis and the Pandas library for data management in Python. A strategy is discussed in which the sector under study is divided into five collection groups, made up according to the algorithm known as “ k -Means”. The proposed solution shows to be adjusted to reality and, although it does not imply a substantive decrease in intra-urban routes, since the scale of the problem is very small, it does produce a decrease in operating costs of the order of 18.15 %, compared with the current situation.

Keywords: Operating costs, Urban waste, Variance decrease, k -Means, Ortools in Python, Traveling salesman problem, Binary integer linear programming, QGis, Collection routes, Geographic information systems.

Capítulo 1

El problema de investigación

1.1. Introducción

Vivimos en una sociedad de consumo en la que los residuos que generamos se han convertido en un grave problema para el medio ambiente, debido a que estamos inmersos en la cultura de usar y tirar.

Los residuos sólidos son todos aquellos materiales en estado sólido o semisólido que han sido desechados tras su vida útil, procedentes de la fabricación, transformación o utilización como bienes de consumo. La desmesurada producción de estos materiales es una problemática tangible, que se ha convertido en un grave problema de salud pública y campo propicio para la proliferación de enfermedades patógenas, creando un desequilibrio ambiental.

El servicio de recolección y transporte de los desechos sólidos es un objeto de estudio multidisciplinario, implica diversas problemáticas y se le puede ubicar en la dimensión ambiental, en la ecológica, en la urbana y por supuesto en el ámbito de la administración pública.

El cantón Valencia, ubicado en la zona norte de la provincia de Los Ríos, Ecuador, es la zona geo-política objeto del presente estudio. Allí, como en la totalidad de los cantones del país, la municipalidad es la responsable de proporcionar el servicio de aseo domiciliario. El Cantón Valencia es considerado la sexta urbe más grande y poblada de la Provincia de Los Ríos, su actividad económica, social y comercial, hacen evidente la necesidad de mejorar los servicios básicos, por lo que es pertinente optimizar la recolección de los desechos generados por la población.

El proceso de recolección de desechos sólidos se lleva a cabo aplicando únicamente

el “método de la acera”, que consiste en tomar directamente los desechos que los habitantes depositan en las aceras frente a sus hogares. El personal de recolección trabaja desde el día lunes hasta el día sábado en jornada diurna. Los recolectores pasan por sectores en días distintos y recolectan en promedio 22 toneladas diarias de residuos.

La flota de vehículos recolectores de la municipalidad es de tres camiones normalmente, dos de ellos especializados en la recolección de residuos domiciliarios y uno de propósito general adaptado a tales fines. No obstante, en la actualidad, sólo está en servicio un camión recolector y un camión genérico que transportan los desechos hasta la celda emergente ubicada a 16 kilómetros del cantón. Las rutas de recolección se han establecido a criterio personal del jefe del Departamento de Limpieza, seguramente según su propia experiencia en el tema, lo que hace abre espacio para el estudio de un método que optimice todo el proceso de forma científica.

El problema consiste entonces en desarrollar un modelo matemático para el estudio de las rutas de recolección de desechos, de forma que sea posible optimizar el proceso en general. Por optimización, en este caso, se entiende la minimización del costo de operación del servicio, sin menoscabar la calidad que perciben sus usuarios en la actualidad.

1.2. Justificación

El Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización del Ecuador (Asamblea Nacional del Ecuador, 2010) en su artículo 55, establece que los Gobiernos Autónomos Descentralizados (GAD) municipales son los responsables directos del manejo de sus desechos sólidos. Afirma el Programa Nacional para la Gestión Integral de Desechos Sólidos (Ministerio del Ambiente y Agua del Ecuador, 2020) que “... no se puede negar su baja capacidad de gestión en este tema, pues, la mayor parte de municipios crearon unidades para proveer el servicio bajo la dependencia jerárquica de las direcciones de higiene y en otros a través de las comisarías municipales que tienen una débil imagen institucional y no cuentan con autonomía administrativa ni financiera.”

Es claro que la gestión de desechos sólidos urbanos es una preocupación ambiental importante para el Ecuador. Es claro también, que se reconocen capacidades disminuidas para su gestión, por parte de las autoridades municipales, entre otras razones, por carencia de recursos financieros. En consecuencia, contribuir a opti-

mizar la gestión del sistema es un aporte relevante al desarrollo nacional.

Según Sulemana, Donkor, Forkuo, y Oduro (2018, p.1), el manejo de desechos sólidos comprende los procesos de generación, recolección, transporte, tratamiento, recuperación de valor y disposición posterior. De estos procesos, la recolección y el transporte representan entre un 60% y un 80% del costo total del manejo de desechos sólidos de una ciudad. En consecuencia, el servicio de recolección y transporte de desechos sólidos en cada una de nuestras ciudades, ha cobrado gran importancia y juega un papel fundamental en la calidad de vida de sus habitantes. Estos servicios se constituyen en el objeto del presente trabajo.

En los recorridos de recolección de residuos sólidos domiciliarios, es indispensable tener en cuenta ciertos parámetros, como la distribución de las rutas a recorrer, la periodicidad del recorrido o frecuencia de la recolección, el tamaño y la capacidad de carga de los camiones recolectores, los costos de transporte, las distancias recorridas, la distancia al sitio de disposición final, la organización y el costo de las cuadrillas de trabajadores y los métodos de recolección, entre otros.

Por una parte, los servicios de recolección y transporte de desechos tienen un alto costo de operación, que debe ser cubierto bien por las tarifas que los usuarios cancelan por el servicio, bien por asignaciones del presupuesto municipal o bien en combinación de ambas formas. En todo caso su costo es uno de los más importantes para la gestión de la ciudad. Por otra parte, un servicio de aseo domiciliario deficiente afecta en gran medida la calidad de vida de los habitantes de una ciudad y la imagen de las autoridades municipales encargadas de su prestación.

El problema de los residuos sólidos, se viene agravando como consecuencia del acelerado crecimiento de la población, su concentración en áreas urbanas, el desarrollo industrial y los cambios en los hábitos de consumo. Estos factores han hecho incrementar tanto el tipo como el volumen de los desechos sólidos producidos por la población y afectan su nivel de vida, en cuanto a que pueden ocasionar la contaminación del medio ambiente circundante y el deterioro de los recursos naturales con que cuenta (lotes de vegetación, ríos, etc.) Por supuesto, un mal manejo de los desechos domiciliarios, también ocasiona vistas desagradables a la percepción de las personas que transitan las calles de la ciudad, malos olores y la proliferación de plagas de insectos y roedores que pueden ocasionar problemas de salud pública.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático que contribuya a optimizar las rutas en el recorrido de recolección de desechos sólidos para el cantón Valencia, Ecuador.

1.3.2. Objetivos específicos

- Analizar la información actual del sistema de recolección de residuos sólidos del cantón Valencia.
- Desarrollar un plan permanente de acopio de información que alimente la planificación de la actividad.
- Modelar e implementar la solución del problema de recolección de desechos sólidos urbanos en el cantón Valencia, como un problema de flujo de costo mínimo.

Capítulo 2

Antecedentes investigativos

2.1. Estado del arte

Sulemana y cols. (2018) hacen una revisión de la literatura publicada hasta ese momento, sobre la aplicación de métodos de optimización en el proceso de recolección de residuos sólidos, con especial interés en enfoques de programación matemática y sistemas de información geográfica, en países en desarrollo. Afirman que el enfoque basado en la programación matemática, que maximiza o minimiza una función objetivo, asegura la eficiencia operacional y sirve como herramienta para la toma de decisiones, sin embargo, proporciona soluciones parciales, ya que no es capaz de tomar en consideración todas las restricciones de la red de carreteras del área a servir. Por otra parte, sugieren que un enfoque basado en sistemas de información geográfica puede ser complementario ya que permite procesar consideraciones adicionales, como por ejemplo el modelado de redes de calles. Sugieren que los estudios de rutas óptimas para la recolección de desechos deben considerar todos los aspectos de la red de carreteras, consideraciones medio-ambientales y el impacto que los cambios de rutas podrían tener sobre los usos del suelo.

Los mismos autores, en otro trabajo de interés (Sulemana, Donkor, Forkuo, y Oduro, 2019), evalúan el efecto de una ruta óptima en la distancia de viaje, el tiempo de viaje y el consumo de combustible de los camiones de recolección de residuos. El estudio modela las rutas de recolección existentes de tres autoridades locales en Ghana y propone rutas óptimas utilizando *ArcGIS Network Analyst Extension*. El sistema genera distancias y tiempos óptimos, que se validan sometiendo los camiones recolectores a las rutas encontradas. Los autores utilizaron la prueba t de muestras pareadas para analizar las diferencias en las medias entre los

resultados actuales y los óptimos. Los datos recopilados también se sometieron a análisis de correlación e incertidumbre.

Los resultados del estudio indicaron que la distancia de viaje semanal se redujo en 81,27 km, lo que se tradujo en un ahorro del 4,79 % cuando los camiones utilizaron las rutas óptimas. El tiempo de viaje y el consumo de combustible se redujeron en 853,59 min y 145,86 L, lo que supuso un ahorro de 14,21 % y 10,81 %, respectivamente. Se produjeron diferencias significativas entre las medias de las rutas existentes y las óptimas para el tiempo de viaje y el consumo de combustible, en cada una de las tres autoridades locales. De esta manera, los autores proporcionan evidencia estadística sólida en favor de la operación del sistema en el óptimo.

Magbiti, Mpofu, y Afolabi (2019) reportan el análisis estadístico de los factores determinantes en el diseño óptimo y sostenible de sistemas de gestión de residuos sólidos urbanos, en el contexto de la industria 4.0 (altos niveles de automatización, empleando el Internet de las cosas [IoC] y grandes volúmenes de datos [*Big Data*]). Afirman los autores que en la industria de manejo de desechos hay varios factores que deben ser considerados para la recolección, tratamiento y disposición de los residuos. Además, estos factores varían de una ciudad a otra. Con herramientas del IoC, *Big Data*, inteligencia artificial y otras, el proceso de optimización puede especializarse más que antes.

En su trabajo, los autores analizan estadísticamente los factores demográficos, geográficos, económicos y técnicos, y proponen un marco conceptual para el diseño de un sistema de recolección de residuos urbanos óptimo, en ciudades en vías de desarrollo.

Guamán, Miño, y Cayán (2017) reportan el diseño de un modelo de redes para minimizar costos dentro de la operación de recolección de desechos sólidos del cantón Ambato, Ecuador. A tales efectos, asocian las distancias recorridas, toneladas producidas, número de camiones disponibles, capacidad de carga y costos de operación. El principal programa lineal que modelan y resuelven los autores,

es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\min_{\{x_i\}} z &= \sum_{i=1}^n c_i x_i \\
\text{s. a.:} \\
\sum_{i=1}^n w_i x_i N_i \eta_i &\geq 2S \\
\sum_{i=1}^n k_i x_i &\leq W \\
x_i - y_i &= a_i \\
p_i y_i &\leq l \\
x_i &\geq 0, y_i \geq 0
\end{aligned}$$

donde x_i es la variable de decisión que representa el número de camiones del i -ésimo tipo requeridos, de entre n posibles tipos diferentes ($i = 1, 2, \dots, n$); c_i es el costo por hora de cada camión del tipo i ; k_i es el costo diario por mano de obra de operación de cada tipo de camión empleado; W es el costo máximo diario de operación que el municipio presupuesta; S es la generación diaria de residuos de la ciudad; w_i es la capacidad en Kg. del camión tipo i ; N_i es el número de viajes por día del camión tipo i ; η_i es la eficiencia de llenado del camión tipo i ; a_i es el número actual de camiones de tipo i ; p_i es el precio de adquisición de un vehículo nuevo de tipo i ; y_i es el número de vehículos de recolección nuevos del tipo i y, por último, l es el presupuesto que el municipio puede erogar para adquirir nuevos equipos.

Este modelo sirve de inspiración para este trabajo, considerando la cercanía geográfica entre el cantón Ambato y el cantón Valencia, además de la idiosincracia compartida, por ser ambas regiones del Ecuador.

Bányai, Tamás, Illés, Stankeviciute, y Bányai (2019) estudian el impacto de las tecnologías de la Industria 4.0 en la conciencia ambiental y la sostenibilidad, en la optimización de la ruta de recolección de residuos municipales. Los autores afirman que el aumento de la población de las ciudades tiene un impacto significativo en el volumen producido de residuos domésticos, que deben recogerse y reciclarse. La recolección de desechos domésticos tiene una amplia gama de desafíos; el sistema de recolección debe ser confiable, flexible, rentable y ecológico. Los autores describen las posibilidades de aplicación de las tecnologías de la Industria 4.0, en las soluciones de recolección de residuos y el potencial de optimización en sus procesos.

El trabajo presenta el proceso de recolección de desechos de los centros urbanos como un sistema ciberfísico. Se describe un modelo matemático de este proceso de recolección de residuos, que incorpora problemas de enrutamiento, asignación y programación. Los objetivos del modelo son los siguientes: (1) asignación óptima de las fuentes de residuos a los camiones de basura; (2) programación de la recolección de residuos a través del enrutamiento de cada camión de basura para minimizar el costo total de operación y aumentando la confiabilidad. Señalan que se deben tomar en consideración indicadores ambientales integrales, que tienen un gran impacto en la salud pública. El análisis de escenarios valida el modelo y luego evalúa su desempeño para aumentar la rentabilidad y garantizar la conciencia ambiental del proceso de recolección de residuos.

Bueno-Delgado, Romero-Gázquez, Jiménez, y Pavón-Mariño (2019) estudian la planificación de rutas óptimas para la recolección selectiva de residuos en ciudades inteligentes. Mencionan que la recolección de residuos es uno de los objetivos de las ciudades inteligentes. Es una tarea diaria en las zonas urbanas y conlleva la planificación de las rutas de los camiones de basura, teniendo en cuenta factores ambientales, económicos y sociales. Desarrollan un algoritmo de planificación de trayectorias óptimas, junto con una plataforma de software para ciudades inteligentes y sostenibles, que permite calcular las rutas óptimas de recolección de residuos, minimizando el impacto, tanto ambiental (emisiones de CO₂ y daño acústico) como socioeconómico (número de camiones a utilizar y consumo de combustible).

El algoritmo se ejecuta en Net2Plan, una herramienta de planificación de código abierto, que normalmente se utiliza para modelar y planificar redes de comunicación y que facilita la introducción de la información de entrada del diseño de la ciudad al algoritmo, importándola automáticamente desde las bases de datos del sistema de información geográfica (GIS). Este trabajo contribuye a los planes de movilidad urbana de las ciudades inteligentes y podría extenderse a otros escenarios de ciudades inteligentes con solicitudes de planificación de rutas óptimas.

Minga y Zhiminaycela (2019) estudian la optimización de las rutas de recolección de los residuos sólidos urbanos del centro cantonal Sígsig, Ecuador. Utilizan el programa ArcGIS 10.1 y sus librerías *Network DataShape* y *Network Analyst* para el diseño de las rutas. Estas herramientas permiten modelar redes de transporte mediante un sistema vial, en un espacio determinado con sus bloques y restricciones de circulación. Los autores analizan los indicadores básicos del problema, a saber: producción *per-cápita*, caracterización y densidad, aplicando una meto-

dología basada en la Guía para la caracterización de los residuos sólidos urbanos, enmarcada en el ya mencionado Programa Nacional para la Gestión Integral de Desechos Sólidos (Ministerio del Ambiente y Agua del Ecuador, 2020), lo establecido por el Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente, y la Organización Panamericana de la Salud.

Gurmessa, Fufa, y Mosisa (2020) también estudian la optimización de rutas de transporte de residuos sólidos urbanos, utilizando la herramienta *Network Analyst* de ArcGIS, en su caso, para la ciudad de Jimma al suroeste de Etiopía. Afirman los autores que el transporte de residuos sólidos municipales a los sitios de eliminación, supone un gran porcentaje de sus costos generales de gestión. Los datos de entrada del estudio fueron coordenadas de la ubicación de los contenedores de recolección de residuos sólidos municipales individuales y la ubicación del sitio de disposición, el plan maestro y la forma de la carretera. El resultado obtenido incluye el número propuesto, la ubicación del contenedor de RSU y la mejor ruta posible para la evacuación de los desechos sólidos urbanos, desde la ubicación del contenedor individual hasta el sitio de disposición. Recomiendan políticas a la autoridad para realizar la planificación de rutas para los vehículos de recolección de residuos sólidos municipales, dentro del área urbana.

Sahitya y Salsabila (2019) proponen la optimización de enrutamiento para la gestión de residuos, utilizando información espacial en un sistema de información geográfica (GIS), para el desarrollo de ciudades inteligentes. Estudian el caso en Kecamatan Depok, Indonesia. También se enfocan los autores en la eficiencia del proceso, definida como la optimización en el volumen, ruta y horario de recolección. Proponen integrar los procesos de optimización con los conceptos de ciudad inteligente, que agrega la información espacial de los residentes y de las instituciones relacionadas, así como el gobierno local. Afirman que se necesita una gestión de residuos basada en tecnología, para crear una ruta que pueda cubrir todas las áreas. Su propósito fue construir un prototipo de un sistema integral de gestión de rutas para la recolección de residuos, utilizando el análisis de redes en el GIS. El sistema utiliza una aplicación móvil para proporcionar ubicaciones completas de recolección de residuos, según las solicitudes de los residentes. La ruta simulada mostrará qué dirección toma menos tiempo.

Resulta interesante que el sistema propuesto favorece la comunicación entre los residentes y la mano de obra sanitaria para formar una ruta óptima, a pedido. Afirman los autores que se proporciona un servicio mucho más eficiente en tiempo, costos y distancia, en comparación con pasar exhaustivamente por las residencias de todos los clientes, como es la estrategia actual.

Moss (2020) propone usar procesos de decisión de Markov (MDP) para la recolección de basura de forma automatizada. Argumenta el autor que los sistemas de recolección de desechos sólidos municipales, normalmente recolectan en un horario prescrito y tienen el potencial de recolectar innecesariamente de manera exhaustiva. El problema de reducir la frecuencia de las visitas de recolección de camiones de basura, puede modelarse como un MDP y resolverse de manera eficiente.

Se divide el problema en dos fases: asignación de recursos de los camiones de basura y planificación optimizada de la ruta, según las ubicaciones de la basura. La fase de asignación de recursos se resuelve utilizando un algoritmo de búsqueda de ruta, para determinar si los agentes alternativos están más cerca de las ubicaciones de basura. La fase de planificación de ruta se formula como un MDP y se resuelve en un entorno dinámico, utilizando enfoques con y sin modelos.

Este trabajo luce diferente a los acostumbrados, al abandonar la restricción de visitas de período fijo en favor de visitas de período variable, según la necesidad determinada por el proceso estocástico.

Ahmad, Imran, Jamil, Iqbal, y Kim (2020) reportan una recomendación de ruta óptima para la recolección eficiente de residuos mediante vehículos de transporte. Proponen los autores que se trata de un paso adelante hacia ciudades sostenibles y argumentan que el crecimiento exponencial de la población, la urbanización y el desarrollo económico han llevado al aumento de la generación de desechos sólidos municipales. La gestión de residuos sólidos es un obstáculo importante para las sociedades urbanas, ya que consume una gran parte de los fondos públicos y, cuando se maneja mal, puede generar riesgos ambientales y sociales.

Sostienen los autores que algunos de los requisitos previos para una gestión eficaz de los residuos, son el seguimiento de los contenedores, la recolección oportuna y la priorización de aquellas áreas que producen más desechos sólidos. Recomiendan elaborar las rutas óptimas de manera que los vehículos de transporte de residuos, los recolecten efectivamente en función del perfil de un área en particular. Proponen un enfoque de optimización multiobjetivo para generar una ruta, minimizando la distancia de la ruta y maximizando la cantidad de desperdicio recolectada. El experimento llevado a cabo utilizó los datos de desechos sólidos de la isla de Jeju, Corea del Sur.

Sun, Shen, Jiang, Zhang, y Li (2020) estudian la trayectoria de separación y recuperación de residuos de transporte, juzgada según el algoritmo de Dijkstra (algoritmo de caminos mínimos). En este caso, el centro del trabajo de los au-

tores es la clasificación y el reciclaje de residuos urbanos. Afirman que dicha actividad se asocia con la eficiencia y la calidad, ya que la optimización de la ruta de transporte de residuos separados, implica un costo menor. En el proceso de clasificación y reciclaje, proponen optimizar y fusionar las rutas de transporte de basura, y verifican la efectividad y operatividad del método, mediante pequeños experimentos y experimentos de simulación. En comparación con el clásico algoritmo de suma, afirman que el método no sólo tiene una alta precisión, sino que también tiene una alta eficiencia de ejecución.

Lo interesante de este trabajo es que estudia las rutas de recolección de desechos sólidos en una dimensión primordial: una vez separados o clasificados. En Ecuador, aún no existe una cultura de separación de desechos domiciliarios, sin embargo, un porcentaje muy apreciable de los residuos producidos son de orígenes separables y recuperables (orgánicos, derivados de la pulpa de papel, vidrios, plásticos, etc.). De hecho, en esa misma proporción, los residuos tienen valor económico, en lugar de ser sólo desperdicio. Desde el punto de vista del ruteo de desechos urbanos, separar y recuperar tiene el potencial de disminuir enormemente el costo del sistema, e incluso, manejados inteligentemente, de hecho pueden producir beneficios económicos que contribuyan a financiar la operación.

Khoa y cols. (2020) reportan un sistema de gestión de residuos mediante aprendizaje automático basado en el IoC. Afirman que la gestión de residuos es una tarea diaria en las áreas urbanas, que requiere una gran cantidad de recursos laborales y afecta los aspectos naturales, presupuestarios, de eficiencia y sociales. Comentan que se han propuesto muchos enfoques para optimizar la gestión de residuos, como el uso de la búsqueda de vecinos más cercanos, la optimización de colonias, algoritmos genéticos y métodos de optimización de enjambres de partículas. Sin embargo, para los autores, los resultados siguen siendo demasiado vagos y no se pueden aplicar en sistemas reales, como el campus universitario o ciudades.

Recientemente ha habido una tendencia a combinar estrategias óptimas de gestión de residuos con arquitecturas de IoC de bajo costo. Proponen en consecuencia los autores, un método novedoso que logra predecir la probabilidad del nivel de residuos en los contenedores de basura. Al utilizar el aprendizaje automático y la teoría de grafos, el sistema puede optimizar la recolección de residuos con el camino más corto. El trabajo presenta un caso de investigación implementado en el campus de la Universidad Ton Duc Thang (Vietnam) para evaluar el desempeño y la viabilidad del sistema.

Saucedo, Mendoza, y Alvarado (2019) se ocupan de la recolección de residuos

sólidos en áreas municipales, desde el punto de vista de la logística urbana. Afirman que un proceso sostenible satisface las necesidades actuales, sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades. Esto es, debe tener un triple impacto de sostenibilidad social, económica y ambiental. La logística urbana engloba todos los procesos y operaciones que dan un servicio a la comunidad, como agua, seguridad, salud, recolección de residuos, etc. Se trata de brindar servicios con el menor costo posible (económico, social y ambiental) que contribuyan a la sostenibilidad de la ciudad.

Los autores reportan que si bien el gobierno ha realizado un esfuerzo destacado para brindar un servicio adecuado, aún existen vacíos en la aplicación de herramientas correctas que garanticen la eficiencia en las operaciones y la continuidad en los servicios. El trabajo presenta una propuesta para mejorar la planificación del diseño de territorios para la limpieza, deshierbe y recolección de residuos sólidos en áreas municipales, utilizando dos modelos de Programación Lineal Entera Mixta (MILP). El principal aporte de la adaptación de este modelo es la aplicación al servicio municipal de desyerbe y recogida de residuos del Área Metropolitana de Monterrey, México, que considera variables como la cantidad de residuos, la frecuencia y la cobertura del servicio.

Shi, Lv, Hu, y Han (2020) desarrollan un método de solución heurística para problemas de recolección de residuos, basados en rutas de vehículos multi-depósitos. Los autores abordan problemas de recolección en los que los residuos sólidos y domésticos urbanos se trasladan desde los puntos de origen hasta las plantas de eliminación. Modelan como un problema de ruta de vehículos de varios depósitos (MDVRP), con el objetivo de minimizar la distancia total de transporte y proponen un método de solución heurística para abordar el problema. El método consiste, en primer lugar, en asignar puntos de recolección de residuos a las plantas de eliminación, de acuerdo con la distancia más cercana, luego, cada planta resuelve el problema de enrutamiento de un solo vehículo (VRP), asignando clientes a los vehículos y planificando el orden en que los vehículos les visitan. En el último paso, el algoritmo produce la optimización de combinación de sectores (SCO) para generar múltiples soluciones iniciales que luego se mejoran utilizando la estrategia *merge - head* y *drop - tail* (MHDT).

Después de un cierto número de iteraciones, se informa sobre la solución óptima en la última generación. Los experimentos computacionales en instancias de referencia, demostraron que las soluciones iniciales obtenidas por el algoritmo de optimización de combinación de sectores, eran más abundantes y mejores que otros algoritmos iterativos, usando sólo una solución para la inicialización. Las

soluciones con brecha de distancia se obtuvieron usando la combinación de cabeza y cola de caída. Comparan su solución en términos del tiempo de CPU requerido, menor en su propuesta, al del algoritmo de búsqueda Tabú (optimización de búsqueda local).

Díaz, Pilataxi, Jara, y Puente (2018) evalúan la calidad de servicio de contene-rización de carga lateral de residuos sólidos urbanos en la ciudad de Riobamba, Ecuador. Buscan medir la eficiencia del servicio suministrado por el GAD Mu-nicipal de Riobamba. Afirman los autores que la correcta gestión de los residuos sólidos urbanos ha sido una preocupación constante para la mayoría de los munici-pios, debido a la gran cantidad de residuos generados, al crecimiento poblacional, a la migración, al avance de la tecnología y al consumismo.

El trabajo expone varias estrategias, como la georreferenciación de ubicación de los contenedores. De un total de 1030 contenedores, seleccionaron una muestra de 280 y realizaron una entrevista semiestructurada a los usuarios. La reducción de variables dió como resultado las principales componentes del problema: caracterís-tica de efectividad, frecuencia, característica de posición y cultura - presupuesto municipal. Concluyen los autores que el servicio de recolección es eficiente, sin embargo, la variable cultura de los usuarios, que forma parte de los componentes principales, fue ineficiente, por lo que recomiendan realizar campañas de educa-ción ambiental y comunicación social.

El trabajo es de interés pues desarrolla el problema desde el punto de vista del usuario, es decir, del habitante del municipio. También resulta interesante conocer que en la actualidad, el servicio de recolección de residuos sólidos en la ciudad de Riobamba, se realiza con contenedores y camiones de carga lateral, en términos prácticos, de forma mucho más avanzada que en Valencia.

2.2. Marco teórico

2.2.1. Algoritmo k -Means

Este algoritmo persigue formar grupos, atendiendo al criterio de minimizar su varianza interna (Kassambara, 2017; Hastie, Tibshirani, y Friedman, 2009). En este trabajo se supone que los puntos se encuentran en el espacio euclídeo, es decir, en el plano, y se pueden definir distancias euclidianas entre ellos. Sin embargo, este algoritmo tiene múltiples variantes y puede ser aplicado con distintas definiciones

de distancia.

Así, sean p_1, p_2, \dots, p_n , n puntos que se desea agrupar en un número k preestablecido de grupos. Sean (x_i, y_i) las coordenadas euclidianas del i -ésimo punto. Sin pérdida de generalidad, pues los puntos pueden ser ordenados a voluntad, sea $G_j = \{p_1, p_2, \dots, p_{n_j}\}$ el j -ésimo grupo, formado por n_j puntos, entonces el centroide del grupo j es el punto μ_j de coordenadas:

$$\left(\mu_j^x = \sum_{p_i \in G_j} \frac{x_i}{n_j}, \mu_j^y = \sum_{p_i \in G_j} \frac{y_i}{n_j} \right) \quad (2.1)$$

Es decir que en (2.1), las coordenadas del centroide se forman con el promedio simple de las coordenadas en x e y de sus puntos.

Por otra parte, sea $d_{ij} = \sqrt{(x_i - \mu_j^x)^2 + (y_i - \mu_j^y)^2}$ la distancia euclidianas del i -ésimo punto al centroide del j -ésimo grupo. Luego, es posible definir la varianza intra-grupo (V_j), como la suma de los cuadrados de las distancias de cada punto al centroide del grupo al que pertenece, de la siguiente forma:

$$V_j = \sum_{p_i \in G_j} d_{ij}^2, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (2.2)$$

También es posible definir la varianza total intra-grupos como $VT = \sum_{j=1}^k V_j$. Entonces se busca la conformación de los k grupos de manera que VT sea mínima. En consecuencia, se procede de la siguiente forma:

1. Se seleccionan al azar k puntos que serán considerados los centroides iniciales de los grupos.
2. Se calculan las distancias d_{ij} para todo i y todo j .
3. Se asigna cada punto al grupo representado por el centroide más cercano.
4. Dados G_1, G_2, \dots, G_k , se calculan los nuevos centroides de cada grupo, ahora considerando los puntos que lo forman.
5. Se calculan nuevamente las distancias d_{ij} para todo i y todo j , ahora considerando los centroides actualizados.
6. Si un punto que pertenecía al grupo j ahora tiene una distancia menor al centroide del grupo j' , se extrae del j -ésimo grupo y se asigna a su nuevo grupo j' .

7. El proceso se repite hasta que ya no se encuentran cambios de grupo en los puntos.

Este algoritmo, que puede ser llevado a cabo de formas distintas, algunas más eficientes que otras, garantiza la mínima suma de las varianzas intra-grupos. Culmina con k grupos conformados con los puntos más cercanos a sus respectivos centroides.

En QGis, el geo-proceso que realiza este agrupamiento se denomina **K-means clustering** y requiere como parámetros la capa (o plano) que contiene los puntos y el número de grupos (k) que se desea formar. Produce una etiqueta numérica ($0, 1, \dots, k - 1$) para identificar cada grupo y asigna un nuevo atributo con el grupo al que pertenece cada punto.

En este trabajo se han creado 5 grupos de puntos (0,1,2,3,4) utilizando este algoritmo. La definición de distancia utilizada, aunque sigue siendo relativa a la distancia euclidiana, es en realidad una composición, pues se utiliza la distancia que se desprende del recorrido de las vías, esto es, no se trata de la menor distancia lineal entre dos puntos, sino de la menor distancia entre dos puntos, siguiendo las vías disponibles. Cada grupo es tratado de forma independiente del resto para efectos de establecer la ruta óptima que le corresponda.

2.2.2. El modelo de programación lineal

Sea $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]'$ el vector de variables de decisión, sea $\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]'$ el vector de costos asociados con cada variable de decisión. Sea

$$\mathbf{A}_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

la matriz de coeficientes de las restricciones. Sea $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]'$ el vector de restricciones, entonces el modelo de programación lineal postula:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} Z(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}'\mathbf{x}, \text{ sujeto a (s.a.):} \\ \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ x_i &\geq 0 \ \forall i \end{aligned} \tag{2.3}$$

El modelo de programación lineal busca el mínimo de la suma de los valores de las variables de decisión, ponderadas por sus costos asociados, sujeto a restricciones de recursos. En (2.3), se asume que ninguna de las variables de decisión puede ser negativa, de ahí su nombre: restricciones de no-negatividad. También se puede formular un programa equivalente en términos de maximización, en lugar de minimización, en cuyo caso los costos se interpretan como beneficios o ganancias. Por su parte, las restricciones pueden ser inecuaciones con operadores de menor, mayor, mayor o igual e incluso ecuaciones. Estos casos se tratan incorporando variables artificiales de distintos tipos. En general, este modelo supone $x_i \in \mathbb{R}^+$ para todo i .

Su principal característica es que tanto la función objetivo Z , como las restricciones, deben ser funciones lineales de \mathbf{x} (Hillier y Lieberman, 2015, 34). Tiene múltiples aplicaciones en problemas de asignación de recursos, de transporte, de planificación de la producción, etc. En este trabajo, representa el principal antecedente del problema de encontrar la ruta óptima para la recolección de desechos.

Su solución se puede lograr por distintos métodos, siendo los dos más comunes en la actualidad, el clásico método Simplex (desarrollado por George Dantzig en 1947) y el método heurístico del punto interior. En todo caso, de estar correctamente definido, las restricciones forman hiperplanos que se intersectan. Se puede probar que el óptimo se alcanza en algunos de los vértices del conjunto de las intersecciones y por lo tanto la búsqueda del óptimo es la búsqueda de aquel vértice que hace mínima la función objetivo.

En este trabajo se emplea una variación del modelo de programación lineal, en la que se restringen aún más las variables de decisión. Específicamente se emplea la programación lineal entera (binaria).

2.2.3. El modelo de programación lineal entera (binaria)

En general, el modelo de programación lineal entera tiene la misma formulación que en (2.3), excepto que se añade una restricción adicional: x_i entera para todo $i = 1, 2, \dots, n$. Esto fuerza variantes del método de solución, pues puede demostrarse que encontrar la solución del programa lineal y aproximarla a ser entera, no siempre garantiza alcanzar el óptimo (Wolsey, 2021, p.4). Hoy en día la mayoría de los programas de computadoras que solucionan problemas de programación lineal, son capaces de solventar también problemas de programación entera, por lo general, apelando a métodos heurísticos (siempre inspirados en el

método Simplex).

En este trabajo se emplea una variante especial del modelo de programación lineal entera. Se exige que las variables de decisión, además de ser enteras, sean binarias, es decir, $x_i = 0, 1$ para todo i . En concreto el modelo que se resuelve en este trabajo es el siguiente:

Sea n el número de nodos de la red cuyas rutas óptimas se desea encontrar. Sea x_{ij} una variable indicadora tal que para $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si ocurre el tránsito de } i \text{ a } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.4)$$

entonces, $x_{ij} \in \{0, 1\} \subset \mathbb{N}$, es la variable de decisión del problema. Por otra parte, sea $d_{ij} = d_{ji}$ la distancia conocida, medida en metros, del nodo i al nodo j . Luego la función objetivo del programa lineal entero que se propone es la siguiente:

$$\min_{x_{ij}} f(x_{ij}) = \min_{x_{ij}} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_{ij} x_{ij} \right) \quad (2.5)$$

sujeta a las restricciones siguientes:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1, i \neq j}^n x_{ij} &= 1, & i, j &= 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} &= 1, & i, j &= 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} &\leq |S| - 1 & S &\subset \mathbb{N}, 2 \leq |S| \leq n - 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

El primer conjunto de restricciones en (2.6) establece que se llegue a cada nodo desde exactamente otro único nodo. El segundo conjunto de restricciones establece que de cada nodo haya una salida a exactamente otro nodo. El último conjunto de restricciones impone que solo haya un recorrido que cubre todas los nodos y no dos o más recorridos distintos formando una partición. En ocasiones, a esta última restricción se le denomina de “eliminación de subrutas”.

Este problema es una variante del problema del vendedor ambulante (Wolsey, 2021, p.7). En la situación de un vendedor ambulante (o viajero), se le asigna la tarea de visitar todos los clientes de una zona, para entregarles productos que han comprado, partiendo de un punto que generalmente es la casa matriz y volviendo al mismo punto. El problema consiste entonces en indicarle al vendedor

la secuencia de clientes que debe visitar de forma que su recorrido sea mínimo, según algún criterio de costos definido (distancia en Km, tiempo en minutos, u otro).

En este trabajo el problema es análogo, excepto que en lugar de visitar clientes para entregar o vender productos, se debe visitar clientes para recolectar desechos urbanos. Como en aquel, en este problema todos los clientes deben ser visitados en el recorrido. Una variante del problema es que, en este caso, se parte de un punto y se llega a otro punto distinto, ya que al terminar un recorrido o alcanzada la capacidad de carga, los vehículos deben dirigirse al vertedero municipal a descargar los desechos. Encontrar la ruta óptima significa dar valor a las x_{ij} de manera que la distancia recorrida sea mínima. Si debe irse del nodo i al j entonces $x_{ij} = 1$, en caso contrario $x_{ij} = 0$.

El problema se resuelve utilizando la librería `OR-Tools` (Perron y Furnon, 2019) para Python, de la iniciativa Google AI.

2.2.4. Sistemas de información geográfica

En este trabajo una de las principales herramientas computacionales que se ha utilizado es el QGIS. Se trata de una implementación de *software* libre de una herramienta para el desarrollo de sistemas de información geográfica. Un sistema de información geográfica (GIS, por las siglas en inglés de *Geographic Information System*) es:

“... un marco para recopilar, administrar y analizar datos. Enraizado en la ciencia de la geografía, GIS integra muchos tipos de datos. Analiza la ubicación espacial y organiza capas de información en visualizaciones utilizando mapas y escenas 3D. Con esta capacidad única, GIS revela conocimientos más profundos de los datos, como patrones, relaciones y situaciones, lo que ayuda a los usuarios a tomar decisiones más inteligentes.” (ESRI, 2020)

La figura 2.1 muestra un ejemplo de la interfaz del usuario QGIS. Ella contiene un espacio central para visualizar el sistema y paneles de acceso a las herramientas disponibles. En este ejemplo en particular, a la izquierda de la figura está el panel que activa o desactiva las capas y el panel que permite seleccionar las fuentes de información. A la derecha se encuentra el panel de herramientas de geo-procesos, con todas las funciones que se pueden invocar para realizar acciones sobre las capas del sistema. En la parte superior, están las llamadas barras de herramientas

con botones que dirigen directamente a ciertas acciones, ahorrándole tiempo al usuario, y la llamada barra de menús, en la que el usuario puede navegar hasta encontrar la acción que desea ordenar.

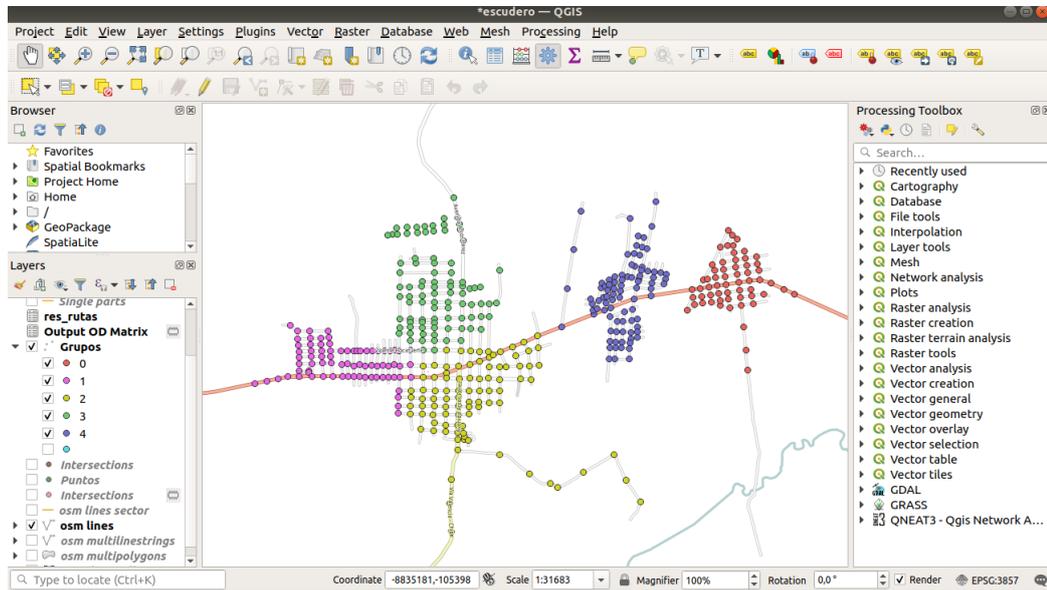


Figura 2.1: Interfaz del usuario QGIS.
Fuente: Elaboración propia.

El sistema que muestra la figura 2.1 consta de muchas capas gráficas, que además contienen datos relacionados con la geometría de dichas capas, en forma tabular. En el ejemplo, sólo se están mostrando dos capas: la capa de vías y la capa de puntos. La primera fue tomada de una fuente satelital (*Open Street Maps*) y la segunda es el resultado de varios procesos previos necesarios para definir y dar simbología a los grupos formados, objeto del presente trabajo.

Capítulo 3

Marco metodológico

3.1. Ubicación

El cantón Valencia de la provincia de Los Ríos en la República del Ecuador, es una urbe pequeña con una población total estimada para el año 2020 de 54637 habitantes, proyectando el último censo (Instituto Nacional de Estadística y Censos del Ecuador, 2010), contando población urbana y rural. Se trata de una zona que comprende las ciudades Valencia, Unión y La Nueva Unión (3.1).



Figura 3.1: Imagen satelital del cantón Valencia, Ecuador.
Fuente: *Google Satellite* (16-12-2020).

La figura 3.1 muestra los tres conjuntos urbanos que componen el cantón, claramente diferenciados en el orden mencionado, es decir, Valencia, La Unión y La Nueva Unión. El mayor de los conjuntos es la ciudad capital del cantón, Valencia.

El relleno sanitario, lugar de disposición final de los desechos, se ubica aproximadamente a 16 Km del cantón Valencia, tomando la Av. 13 de diciembre, vía Quevedo, hacia el oeste en la figura.

3.2. Equipos y materiales

Este trabajo se ha realizado utilizando una computadora portátil Sony, con procesador Intel i5, 4Gb de memoria principal y 300Gb en disco duro. El sistema operativo es Linux Ubuntu, con una conexión satelital a la Internet de 10mb/s. Los modelos se han programado y puesto en ejecución en el entorno virtual proporcionado por Google Colaboratory. Los productos de *software* empleados son los siguientes:

- La herramienta de manejo de sistemas de información geográfica QGIS (QGIS Development Team, 2020).
- El geo-paquete QGIS Network Analysis Toolbox 3 (Raffler, Clemens, 2020) para el análisis de redes. En particular, de este paquete se utiliza el geo-proceso *k*-Means.
- El servicio de mapas de acceso abierto *Open Street Maps* del que se obtienen las vías del sector en estudio.
- El servicio de imágenes satelitales de Google del que se obtienen las vistas aéreas del sector.
- El geo-proceso *Point-to-path* de QGis con el que se trazan las rutas óptimas a partir de la identificación del orden de visita en cada grupo.
- El lenguaje de propósito general Python, con sus librerías Pandas (The Pandas development team, 2020), para el manejo de datos en forma tabular, Numpy (Harris y cols., 2020) para el manejo de arreglos, Matplotlib y Seaborn para la graficación.
- La librería *ortools* para Python (Perron y Furnon, 2019), con la que se encuentra el óptimo del programa de programación lineal entera binaria.

3.3. Tipo de investigación

En esta investigación se utiliza el método cuantitativo, debido a que se obtiene información por medio del análisis deductivo e interpretativo, a fin de alcanzar valores que permitan la solución de la problemática real.

3.4. Pruebas de Hipótesis

En este trabajo no se prueban hipótesis en el sentido estadístico del término, pues se trata de la aplicación de un modelo de optimización de tipo determinístico, sin embargo, a continuación se describen una serie de preguntas que motivan la investigación.

3.4.1. Preguntas que motivan la investigación

En el caso del cantón Valencia, aunque la recolección y el transporte de residuos sólidos se ha convertido en una de las principales actividades del servicio municipal, no se ha logrado establecer un sistema eficiente para la actividad. Esto se debe fundamentalmente a que su organización no obedece a un estudio previo, ni a una planificación detallada de todos los elementos que intervienen en el sistema.

Uno de los problemas que influye en la ineficiencia de este servicio, es el desconocimiento de los métodos de desarrollo de rutas para la recolección y las formas de disposición de los desechos sólidos que genera la ciudad. Tradicionalmente, el diseño de rutas de recolección se ha creado en base al juicio y experiencia del Jefe del Departamento de Limpieza o de los chóferes de los vehículos recolectores. Esta estrategia empírica, basada en la experiencia, aunque sin duda de mucha utilidad, deja algunas preguntas sin respuestas apropiadas, como por ejemplo:

- ¿Se distribuye correctamente al personal con que se cuenta?
- ¿Se cubren exhaustivamente todos los sectores necesarios?
- ¿Se opera y mantiene apropiadamente la maquinaria, transportes y equipos?
- ¿Se utiliza eficientemente el presupuesto disponible para la actividad?

Estas interrogantes, entre otras, motivan el estudio, aunque no se pretende dar

respuesta a todas ellas. Sólo se propone estudiar el problema hasta estar en capacidad de formular y resolver, científicamente, una estrategia de rutas de recolección que, empleando el marco que brinda la solución mediante programación lineal entera (Hillier y Lieberman, 2015, p.395), garantice la operación con una cobertura aceptable a un costo razonable.

3.5. Población y muestra

La población objetivo de la propuesta presentada en este trabajo la constituyen todos los habitantes de la zona urbana del cantón Valencia, estimados en 22537 habitantes (GADM, 2016, p. 152). Al no tratarse de un estudio estadístico, no fue necesario coleccionar muestras de la población. Las principales variables de interés son las siguientes:

- **Demanda del servicio:** producción de desechos por habitante, por sector, área de cobertura a considerar, tiempo de los recorridos requeridos, kilometrajes, capacidad de carga de los camiones compactadores, sectorización, entre otras.
- **Estrategias de servicio:** factibilidad del agrupamiento de desechos mediante contenedores, número de contenedores, distancias, capacidad. Factibilidad de aplicar criterios de selección de desechos (orgánicos, plásticos, papel, inorgánicos, etc.)
- **Utilización de recursos:** personal, transportes de distintas capacidades, política de mantenimiento.

3.5.1. Recolección de información

La figura 3.2 muestra un plano esquemático del cantón Valencia, incluyendo la situación actual de vías y rutas de recolección de desechos.

El plano de la figura 3.2 es bastante detallado y muestra claramente que las rutas de recolección de desechos han sido diseñadas de acuerdo con criterios diferentes al de la agrupación de puntos cercanos. Por otra parte, el proceso de recolección que realiza en municipio en la actualidad, recoge los desechos casa por casa, en las aceras. Este método es sumamente ineficiente, ya que la velocidad de avance de los

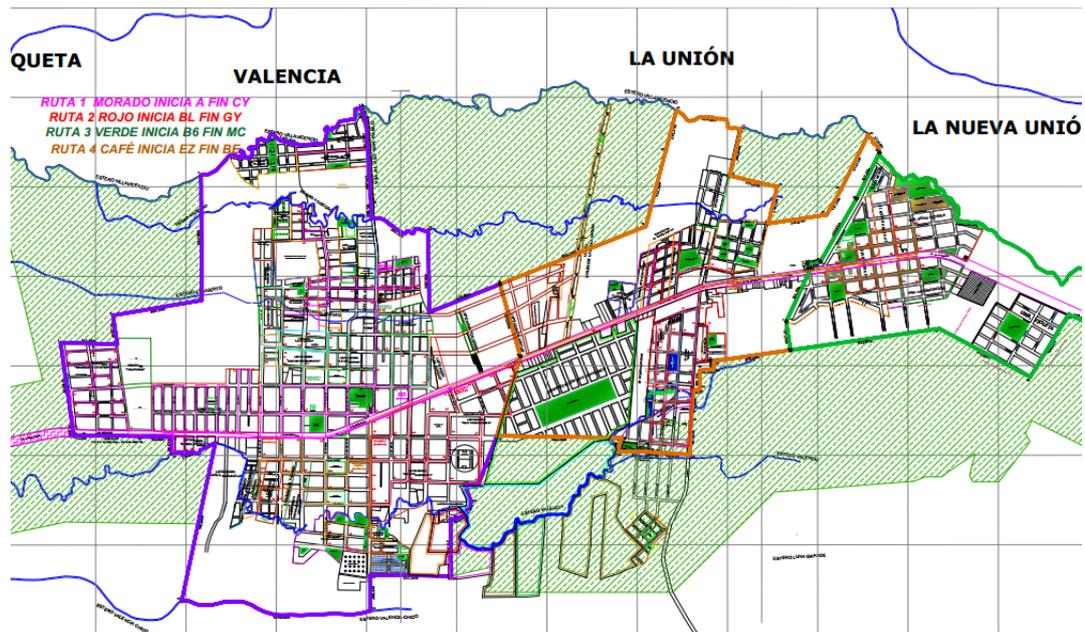


Figura 3.2: Plano esquemático del sector.
Fuente: Municipalidad de Valencia.

transportes es mínima. Prácticamente es equivalente a la recolección caminando por parte de los trabajadores.

En la actualidad, la municipalidad de Valencia tiene establecidas cuatro rutas de recolección que se detallan en la tabla 3.1 para una semana cualquiera.

Tabla 3.1: Rutas de recolección actuales del cantón Valencia (por semana)

Ruta	Vehículo asignado	Días por Semana	Recorrido de la ruta (Km)	Traslados al relleno sanitario	Recorrido total (Km)
R1	Recolector 1	3	16.68	14	274,04
R2	Recolector 1	3	13.49	14	264.47
R3	Volqueta 1	3	7.03	12	213.09
R4	Volqueta 1	3	12.91	12	230.73
Total			50.11		982.33

Fuente: GAD Municipal

Como se desprende de la tabla 3.1, el sistema cuenta con dos vehículos recolectores, un camión compactador (Recolector 1) especializado, con capacidad para 7 ton libres (18 ton en total menos su peso de 11 ton) y un camión regular (Volqueta 1) no especializado, con capacidad para 3.5 ton libres. Las rutas R1 y R3 se recorren los días lunes, miércoles y viernes de cada semana, mientras que las rutas R2 y R4 se recorren los días martes, jueves y sábado de cada semana. La distancia desde el cantón hasta el relleno sanitario se estima en 16 Km aproximadamente.

R1 comprende un recorrido total de 274,04 Km semanales y se planifica para

pasar por 145 puntos. R2 comprende un recorrido total de 264.47 Km semanales y visita al menos 106 puntos. R3 comprende un recorrido total de 213.09 Km semanales y visita 80 puntos. Por último, R4 comprende un recorrido total de 230.73 Km semanales, visitando 101 puntos.

La organización estima los costos de operación mensuales que se reproducen en la tabla 3.2. Se invierten US \$ 11945.28 por mes, o equivalentemente US \$ 2986.32 por semana. Tomando información de ambas tablas se calcula el costo por Km recorrido en US \$ 3.04. Es de hacer notar que en estos costos no están incluidos los montos de depreciación de los vehículos, que con una vida útil de aproximadamente 5 años, son considerables. La razón es que en este trabajo se considera, que no hay oportunidad de renovar la flota vehicular, por lo tanto se opera con la misma existente, en cuyo caso, este valor no interviene en el óptimo. Tampoco se consideran aquí los costos de disposición final, que montan los US \$ 102734.52 al año. La razón es que se cancelan a la mancomunidad que sostiene el relleno sanitario, son fijos y tampoco participan del óptimo.

Tabla 3.2: Costos de operación del servicio de recolección

Concepto	Costo mensual (US \$)
Combustible	679.80
Lubricantes	234.38
Neumáticos	315.73
Mantenimiento de vehículos y repuestos	1412.50
Salario de trabajadores (10)	8421.92
Gastos operacionales de la celda	880.95
Total	11945.28

Fuente: GAD Municipal 2020

3.6. Procesamiento de la información

Se utiliza la metodología de solución del problema del “vendedor viajero”, enmarcada en la Investigación de Operaciones. Este método utiliza la Programación lineal Entera Binaria como herramienta de optimización de rutas de transporte en las que hay un origen, múltiples nodos de abastecimiento (para el caso, desechos que deben ser recolectados periódicamente) y un destino (espacio de disposición de los desechos recolectados). Se asignan costos a todos los parámetros de operación (distancias entre nodos) y se busca la red que haga mínima la función de costos (minimice la distancia recorrida). El análisis se realiza para cada uno de los grupos conformados siguiendo el algoritmo *k*-Means.

Las etapas que se siguieron son las siguientes:

- Instalar y configurar el sistema de información geográfica QGIS.
- Instalar en QGIS el *pluggin* QNEAT3 (QGIS Network Analysis Toolbox 3) para el análisis de redes.
- Localizar, obtener y cargar en QGIS las imágenes satelitales del sector bajo estudio. En este trabajo esta tarea se ha completado utilizando *Google Satellite*. La imagen resultante es tal como la que se despliega en la figura 3.1.
- Localizar, obtener y cargar en QGIS la capa vectorial de vías del sector. En este trabajo se ha utilizado la herramienta *Open Street Map*.
- En QGIS, seleccionar el área bajo estudio en la capa de vías, de forma que no se opere sobre toda el área, empleando el comando **Select Features by Polygon**.
- En QGIS, producir una nueva capa a partir de la transformación de la capa de vías en líneas simples con el geoproceso **Multipart to singleparts**.
- En QGIS, producir una nueva capa con los puntos de intersección de las calles con el geoproceso **Line intersections**. Estos puntos reciben un identificador único que los distingue.
- En QGIS, editar la capa de puntos de intersección producida, retirando los puntos redundantes si es que los hay o añadiendo puntos de interés no detectados. La capa de puntos de intersección representan los nodos que deben visitarse recolectando los desechos. Se han seleccionado dichos puntos como una referencia, estimando que cualquier habitante del cantón, se encontrará a una distancia máxima aproximada de 50 m. de cualquiera de ellos, en el entendido de que las manzanas urbanas tienen un lado aproximado de 100 m.
- En QGIS, producir grupos empleando el geoproceso **K-means clustering**. Utilizando la herramienta de estilos, cada etiqueta de grupo puede recibir un formato distinto, que lo despliegue de manera diferenciada (color o forma del punto). En este trabajo se han producido 5 grupos de acuerdo con las vecindades de los puntos. La escogencia del número de grupos a formar responde a una estrategia predefinida. Por una parte reduce el número de puntos que deben ser analizados en cada grupo, tratando dichos grupos de forma aislada.

- En QGIS, del *pluggin* QNEAT3, producir la matriz de distancias entre los puntos de intersección, empleando el geoproceto `OD-Matrix from Points (n:n)`. Esta acción producirá una tabla con n^2 registros (para el caso, 592899 elementos, sacando aquellos que se refieren a la distancia de un punto a sí mismo), por lo cual es preferible enviar su resultado a un archivo separado por comas (.csv).
- Ejecutar en Python el programa de optimización entera diseñado para producir las rutas óptimas, sobre cada grupo. En este trabajo se emplea el paquete `ortools` que contiene las herramientas necesarias para resolver modelos de programación lineal entera.
- Transformar la ruta óptima resultante en una nueva capa de QGIS para su visualización.
- Calcular en Python la cantidad de kilómetros recorridos punto a punto y la cantidad de desechos recolectados, esto último en un horizonte de planificación de uno, dos y tres días de acumulación.
- Definir el calendario de recolección considerando las capacidades de los vehículos disponibles.
- Calcular y comparar los costos de operación de la propuesta con los costos de operación actuales.

Capítulo 4

Resultados y discusión

Este trabajo se basa en que un primer ahorro importante para el costo total del sistema de recolección de desechos, puede ser precisamente agrupar sectores de acuerdo a la cercanía de los puntos de recolección. En este trabajo se propone la instalación de contenedores de recolección, ubicados en las esquinas de las intersecciones de vías de la trama urbana.

Las esquinas presentan la ventaja de que los transportes recolectores no tienen que recorrer todas las vías, sino sólo las paralelas en algún sentido determinado. Podría pensarse que esta estrategia presenta mayores inconvenientes para los habitantes de la ciudad, sin embargo, atendiendo a los estándares internacionales, ningún hogar quedará a más de la mitad de una cuadra de distancia del contenedor más cercano. Considerando las cuadras de dimensiones aproximadas a los 100 m, esto significa que ningún traslado de desechos al contenedor superará los 50 m de recorrido peatonal, aproximadamente.

La figura 4.1 muestra los puntos de recolección sugeridos, agrupados en cinco conjuntos diferentes, creados utilizando el algoritmo **k-Means** de QGIS.

Las vías que forman el trazado de las calles son tomadas del Open Street Map y representan una aproximación al trazado real, lo suficientemente buena, como para basar en ellas este trabajo. Sin embargo, al momento de la implementación del modelo, una recomendación pertinente sería la actualización de los recorridos en el plano base.

Por otra parte, este trabajo supone que todas las vías son de doble sentido. Esto implica que la distancia del punto A al punto B es igual a la distancia del punto B al A. Otra recomendación pertinente antes de la implementación, es entonces

4.1. Análisis Descriptivo de los datos

4.1.1. Distancias globales del sector

Sea $\mathbf{D} = [d_{ij}]$ la matriz Origen - Destino (OD) global, esto es, sin considerar grupos. Se trata de un arreglo cuyos elementos son las distancias necesarias, medidas en metros, para recorrer del i -ésimo origen al j -ésimo destino. Dichas distancias se han calculado a partir de la geografía del sector en estudio y de forma no-lineal, es decir, no se trata de las distancias directas entre dos puntos, sino de las distancias requeridas para transitar de un punto al otro, por las vías trazadas, seleccionado el camino más corto posible. El algoritmo utilizado es `OD-Matrix from Points (n:n)` del *plugin* QNEAT3 en QGIS.

Resulta una matriz triangular superior pues $d_{ij} = d_{ji}$, por lo cual sólo es necesario incluir una de ellas. Adicionalmente, $d_{ii} = 0$ y, considerando que no se permite quedarse en el mismo punto, resulta irrelevante para el problema.

Por otra parte, \mathbf{D} se conforma con el conjunto de puntos decididos, luego de que el algoritmo de cruce de vías se ejecutara y una vez retirados los puntos redundantes o irrelevantes encontrados. El sector en estudio se compone entonces de un total de 408 puntos, sin embargo, en realidad se conforman 5 matrices de distancias, una para cada grupo. Luego, sea $\mathbf{D}^k = [d_{ij}^k]$ la matriz de distancias del k -ésimo grupo ($k = 0, 1, 2, 3, 4$). En términos generales, una cualquiera de estas matrices se esquematiza en (4.1).

$$\mathbf{D}^k = \begin{bmatrix} - & d_{1,2}^k & d_{1,3}^k & d_{1,4}^k & d_{1,5}^k & \cdots \\ - & - & d_{2,3}^k & d_{2,4}^k & d_{2,5}^k & \cdots \\ - & - & - & d_{3,4}^k & d_{3,5}^k & \cdots \\ - & - & - & - & d_{4,5}^k & \cdots \\ - & - & - & - & - & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (4.1)$$

La distancia promedio entre dos puntos cualesquiera del sector en estudio es de 2259.01 m, con una desviación estándar de 1287.69 m. Esto incluye las distancias entre dos puntos del plano sin discriminaciones. Se trata de un valor muy elevado con una gran variabilidad, lo que apoya la necesidad de agrupar los puntos por sectores. La figura 4.2 muestra el histograma construido para las distancias globales.

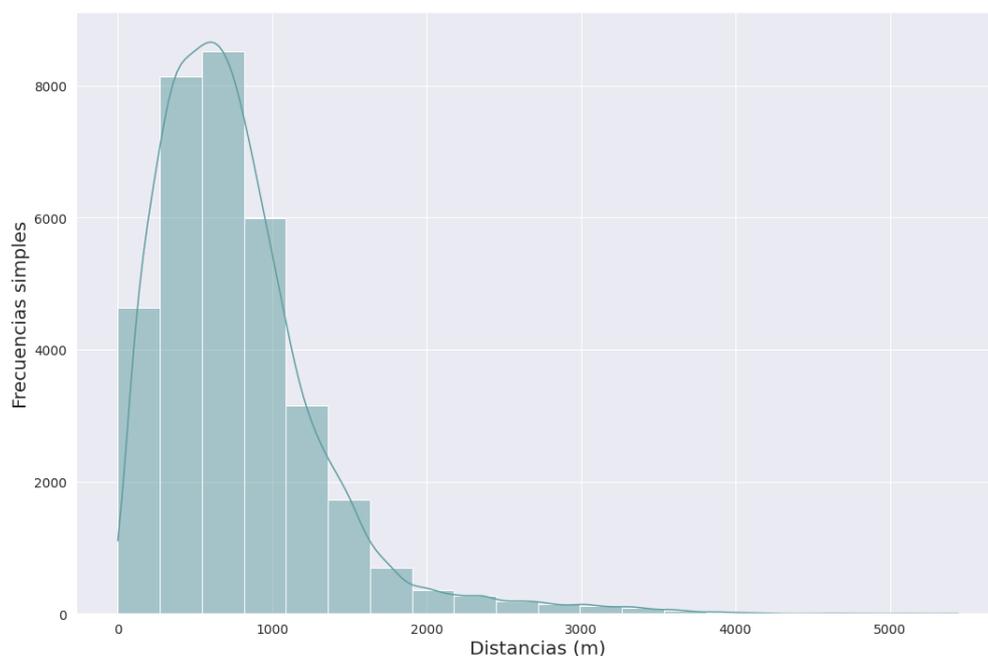


Figura 4.2: Histograma de distancias para todo el sector.
Fuente: Elaboración propia.

Claramente se observa en la figura 4.2 que la mayor parte de las distancias son inferiores a los 1000 m y una proporción pequeña supera los 3000 m. La distribución es asimétrica, con curtosis de -0.77 , lo que la aleja de la normalidad.

4.1.2. Distancias por grupos

Creados los grupos de puntos como se señala en la tabla 4.2, el análisis de las distancias y la búsqueda de la ruta óptima se simplifica notablemente, gracias a la disminución en la escala. A continuación un somero análisis descriptivo de cada grupo formado.

Grupo 0

La figura 4.3 muestra un acercamiento al grupo 0 de puntos.

Para este grupo, la media de las distancias es de 549.53 m, con una desviación estándar de 296.14 m. Nótese la sensible disminución de la media de las distancias, así como de su variabilidad, medida a través de la desviación estándar. Las distancias se acortan aproximadamente una cuarta parte con respecto al conjunto global, construido sin consideraciones de grupos. La curtosis ahora resulta en 20.99, mostrando una distribución muy asimétrica, concentrada en el inicio, tal

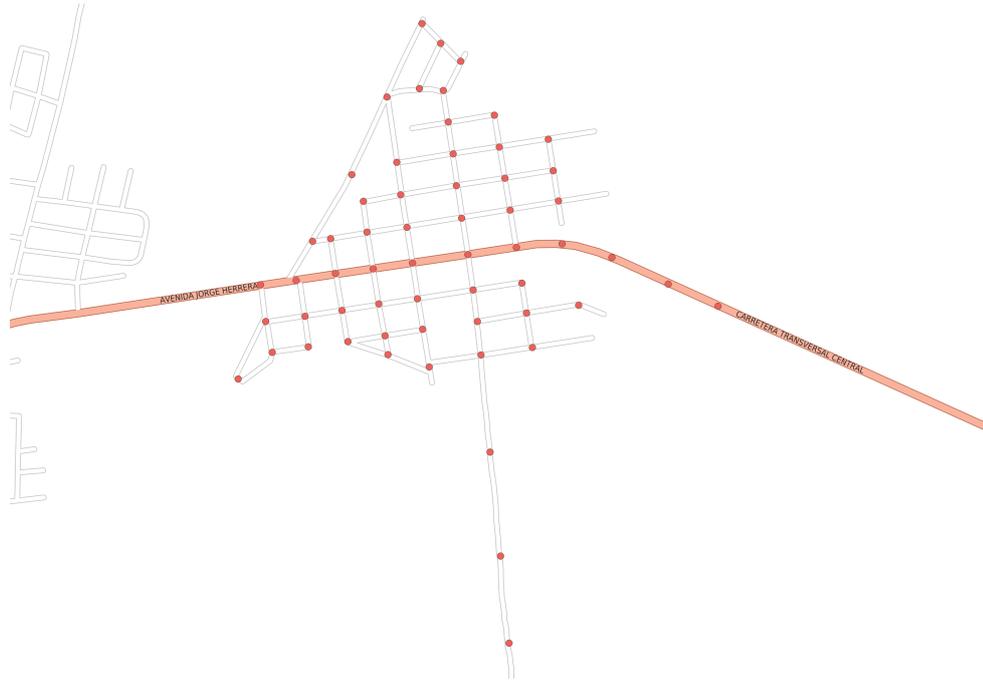


Figura 4.3: Grupo 0 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

como sugiere el histograma de la figura 4.4.

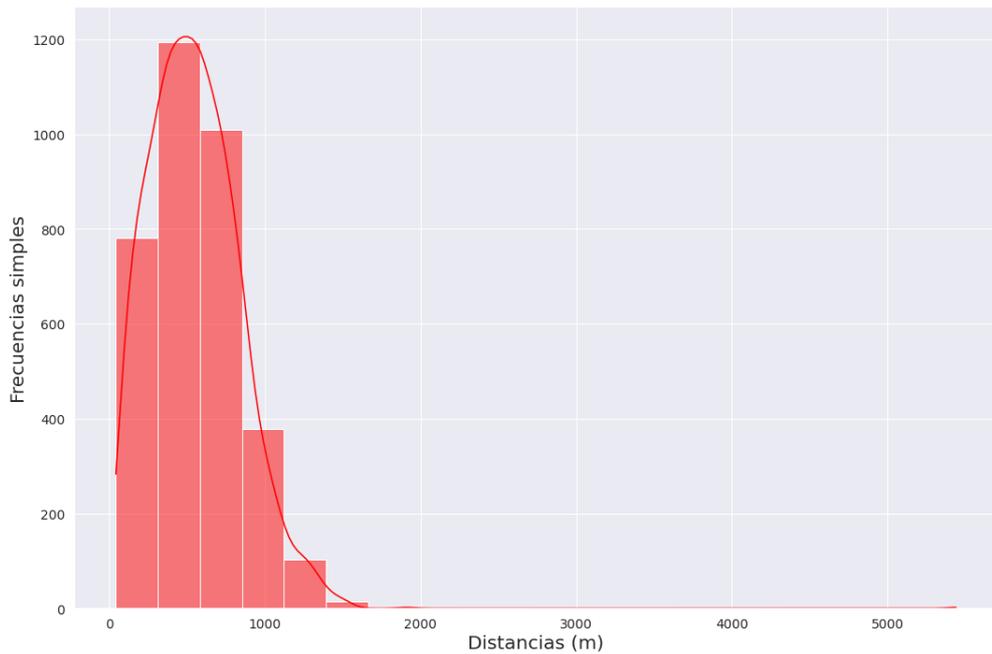


Figura 4.4: Grupo 0 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 4.4 muestra una distribución muy alejada de la normal y cercana a la familia gamma de distribuciones. Muy pocos puntos representan distancias superiores a los 1500 m.

Grupo 1

La figura 4.5 muestra un acercamiento al grupo 1 de puntos.

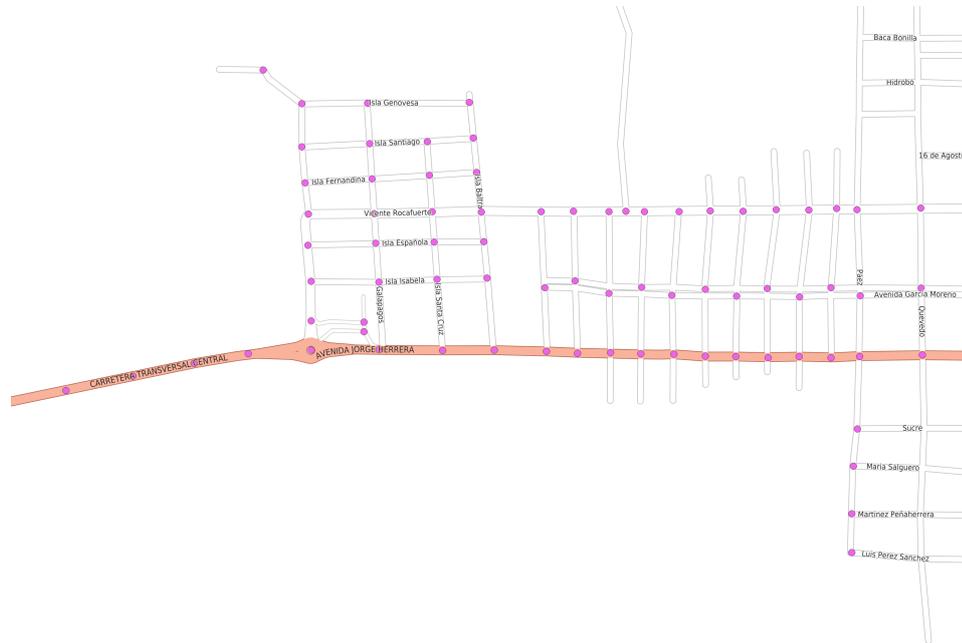


Figura 4.5: Grupo 1 de puntos.

Fuente: Elaboración propia.

Para este grupo, la media de las distancias es de 474.25 m, con una disminución notable de la desviación estándar a 229.59 m. Nuevamente es sensible la disminución de la media y la variabilidad con respecto al conjunto global. Ahora, las distancias se acortan aproximadamente una quinta parte. La curtosis resulta en -0.65, mostrando nuevamente una distribución asimétrica, concentrada en el inicio, pero en menor medida que para el grupo 0. La figura 4.6 muestra el histograma de las distancias para este grupo.

La figura 4.6 muestra una distribución un tanto más concentrada que la anterior, pero también alejada de la normal. Para el caso, ningún segmento tiene una distancia superior a los 1750 m.

Grupo 2

La figura 4.7 muestra un acercamiento al grupo 2 de puntos.

Para este grupo, la media de las distancias es de 591.59 m, con una desviación estándar de 309.05 m. Una vez más, descienden la media y la variabilidad con respecto al conjunto global. Ahora las distancias se acortan aproximadamente

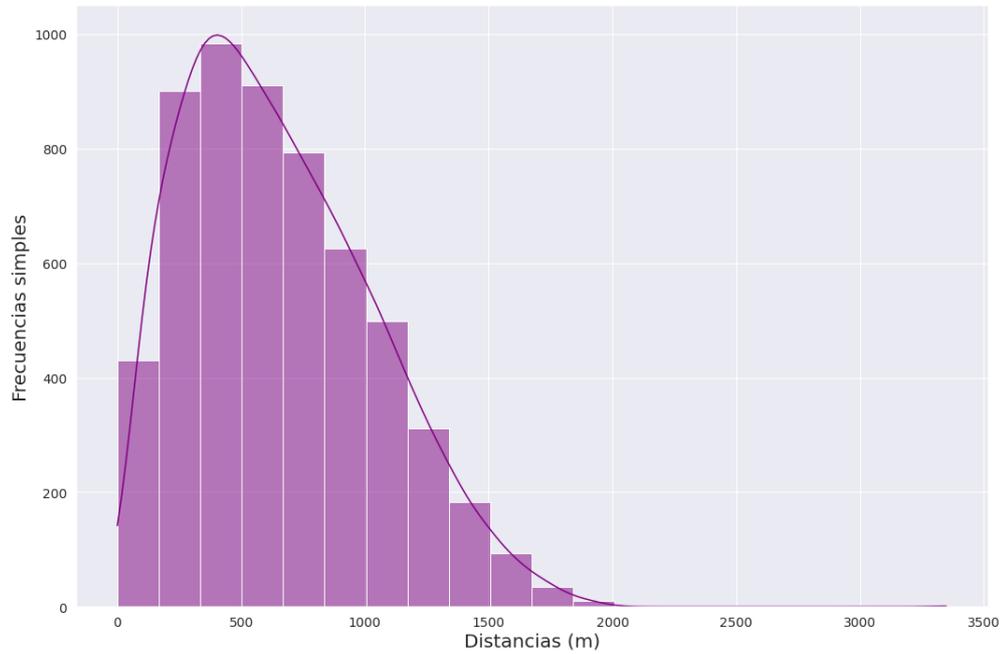


Figura 4.6: Histograma del grupo 1 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.



Figura 4.7: Grupo 2 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

algo más de una tercera parte. La curtosis resulta en 0.38, mostrando un patrón que se asemeja más que los anteriores a la normalidad. En este caso, también se observa una concentración de los valores al inicio, pero en menor medida que para los grupos 0 y 1. La figura 4.8 muestra el histograma de las distancias para este grupo.

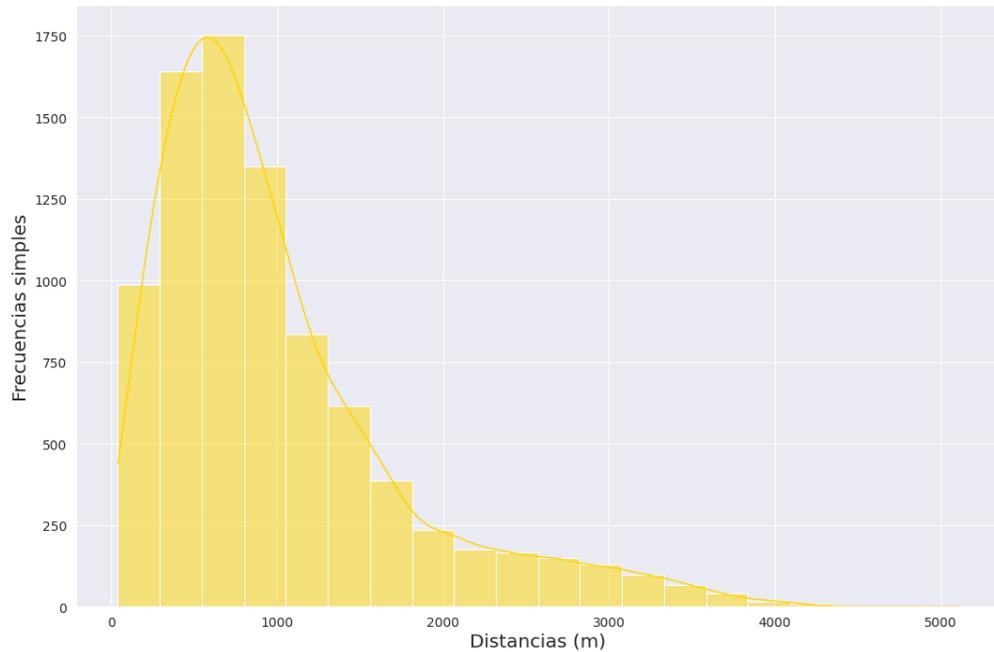


Figura 4.8: Histograma del grupo 2 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 4.8 muestra una distribución más concentrada que la anterior y con mayores similitudes a la normal. Ningún segmento tiene una distancia superior a los 2500 m y son muy pocos los que superan los 1750 m.

Grupo 3

La figura 4.9 muestra un acercamiento al grupo 3 de puntos.

Para el grupo 3, la media de las distancias aumenta hasta 620.55 m, con una desviación estándar, en términos relativos menor, de 304.61 m. Ahora las distancias se acortan aproximadamente una tercera parte, respecto del conjunto original. La curtosis resulta en -0.54 , señalando un patrón que también se asemeja más que los anteriores a la normalidad. También se observa una concentración de los valores al inicio, pero en menor medida que para los grupos 0, 1 y 2. La figura 4.10 muestra el histograma de las distancias para este grupo.

La figura 4.10 muestra una distribución concentrada y también similar a la normal. Si no se consideran los escasos puntos que se encuentran en el extremo derecho de la distribución, ésta sería la más parecida a la normal hasta ahora. Por otro lado, ningún segmento tiene una distancia superior a los 1500 m.



Figura 4.9: Grupo 3 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

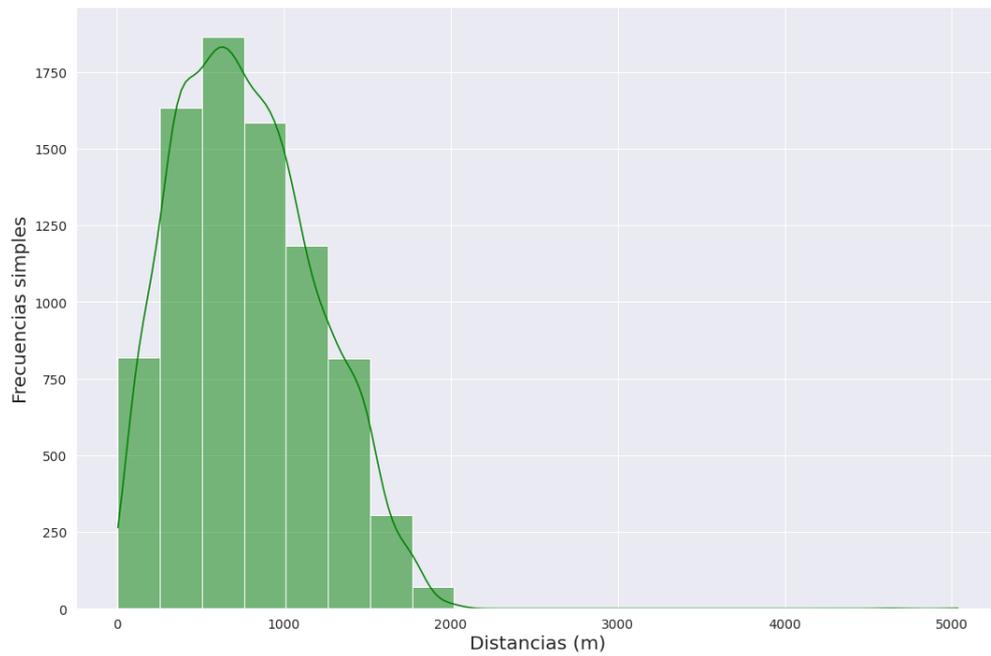


Figura 4.10: Histograma del grupo 3 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

Grupo 4

La figura 4.11 muestra un acercamiento al grupo 4 de puntos.

Para el grupo 4, la media de las distancias aumenta de nuevo a 708.09 m, con una desviación estándar de 376.31 m. Se trata del grupo con las distancias medias



Figura 4.11: Grupo 4 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

más altas, sin embargo, son un poco menos de una tercera parte que en el conjunto original. La curtosis vuelve a alejarse de 0, quedando en 2.47. Nuevamente se observa una concentración de los valores al inicio. La figura 4.12 muestra el histograma de las distancias para este grupo.

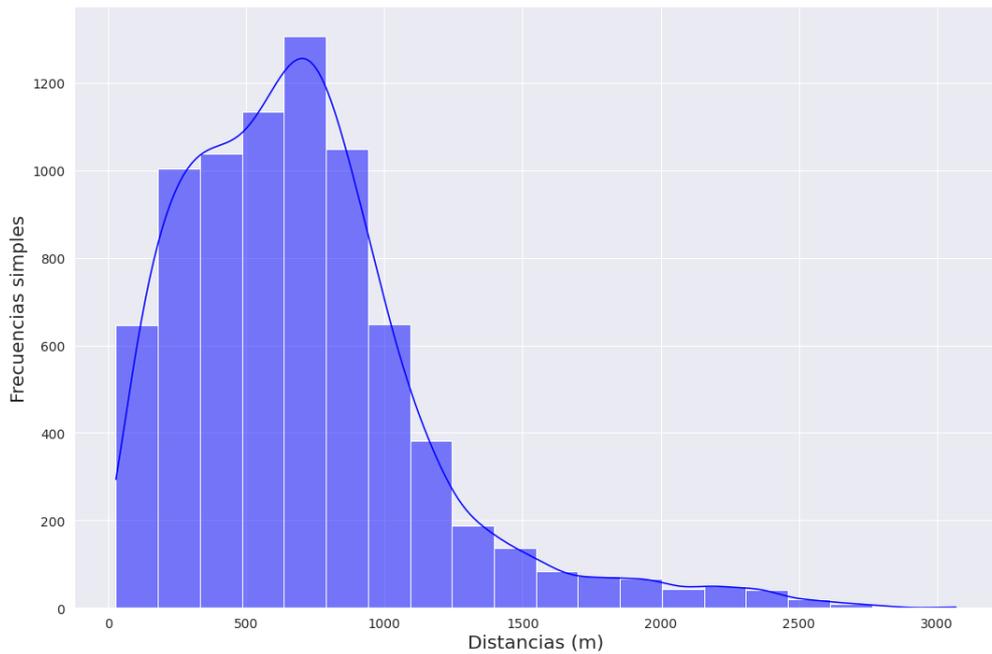


Figura 4.12: Histograma del grupo 4 de puntos.
Fuente: Elaboración propia.

La figura 4.12 muestra una distribución concentrada al inicio y dispersa al final,

muy disímil a la normal. La mayoría de las distancias no superar los 2000 m y algunos pocos llegan hasta los 4000 m.

4.2. La ruta óptima

A partir del modelo formulado en (2.5), el óptimo se encuentra mediante el proceso que proporciona `ortools`, como se ya se mencionó. Las funciones objetivo evaluadas en sus mínimos, esto es, las distancias a recorrer en cada grupo siguiendo la ruta óptima, se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: Valores de la distancia óptima por grupos (m)

Grupo	Punto de inicio	Punto de término	Número de puntos	Valor de la función objetivo (m)
0	306	304	59	7678
1	67	165	76	7375
2	71	203	93	15756
3	167	364	91	11887
4	229	222	89	11988
Total			408	54684

La ruta óptima encontrada para cada grupo se reproduce en las figuras siguientes.

4.2.1. Ruta óptima para el grupo 0

Para el grupo 0, el algoritmo encuentra la ruta óptima, partiendo del punto 306 (0) y terminando en el punto 304 (58), como puede verse en la figura 4.13. La ruta óptima se muestra en el anexo 1, incluyendo el detalle de la distancia recorrida en metros de un punto al siguiente y la distancia acumulada. Como se desprende de la tabla 4.2, el recorrido total de la ruta comprende 7.68 Km.

4.2.2. Ruta óptima para el grupo 1

Para el grupo 1, se parte del punto 67 (0) y se terminando en el punto 165 (75), como puede verse en la figura 4.14. La ruta óptima se muestra en detalle en el anexo 2. Como se desprende de la tabla 4.2, el recorrido total de la ruta comprende 7.38 Km, siendo la ruta más corta.

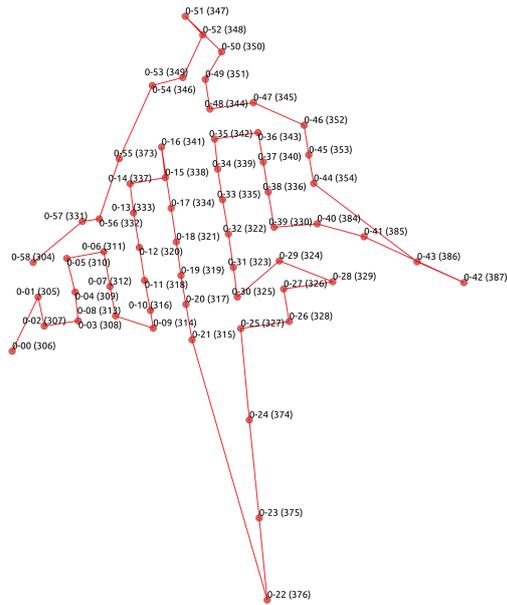


Figura 4.13: Ruta óptima para el grupo 0.
Fuente: Elaboración propia.

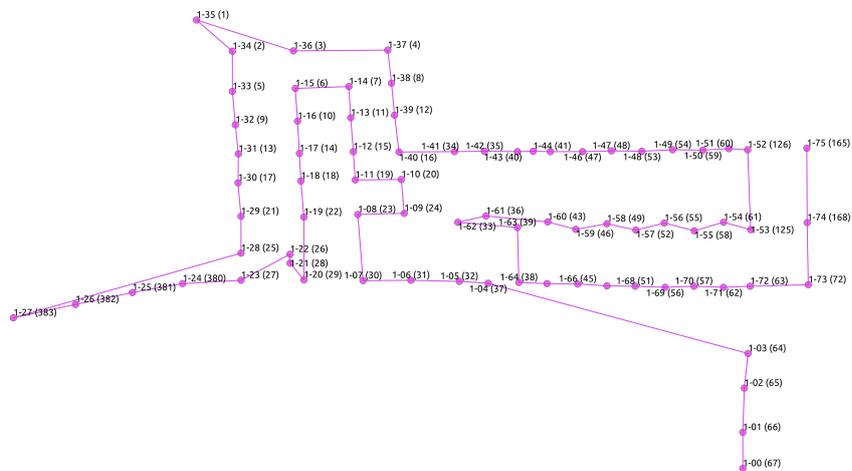


Figura 4.14: Ruta óptima para el grupo 1.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.3. Ruta óptima para el grupo 2

Para el grupo 2, el comienzo es el punto 71 (0) y el fin de la ruta el punto 203 (92), como puede verse en la figura 4.15. La ruta óptima se muestra en el anexo 3. Como se desprende de la tabla 4.2, el recorrido total de la ruta comprende 15.76

Km, siendo la ruta más larga.

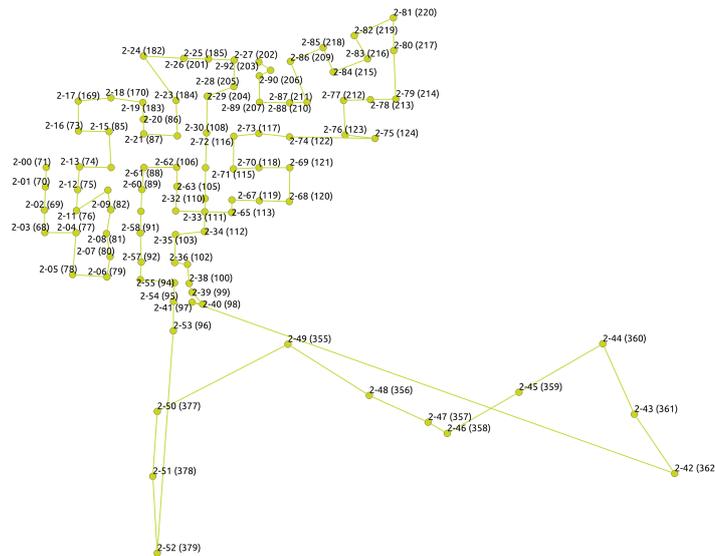


Figura 4.15: Ruta óptima para el grupo 2.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.4. Ruta óptima para el grupo 3

Para el grupo 3, el inicio es el punto 167 (0) y el término es el punto 364 (90), como puede verse en la figura 4.16. La ruta óptima se muestra en el anexo 4. Como se desprende de la tabla 4.2, el recorrido total de la ruta comprende 11.89 Km.

4.2.5. Ruta óptima para el grupo 4

Para el grupo 4, el inicio es el punto 229 (0) y el término es el punto 222 (88), como puede verse en la figura 4.17. La ruta óptima se muestra en el anexo 5. Como se desprende de la tabla 4.2, el recorrido total de la ruta comprende 11.99 Km.

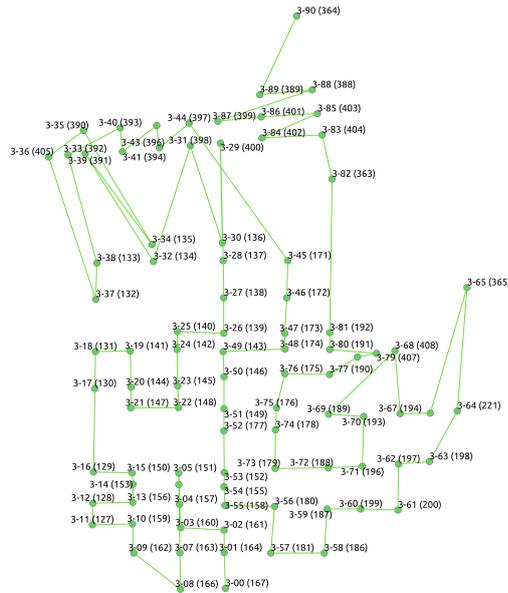


Figura 4.16: Ruta óptima para el grupo 3.
Fuente: Elaboración propia.

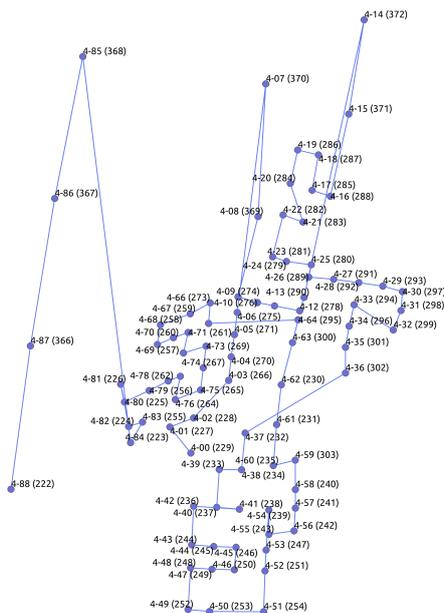


Figura 4.17: Ruta óptima para el grupo 4.
Fuente: Elaboración propia.

4.3. La estrategia propuesta

Para no desmejorar la calidad del servicio percibida por los habitantes de la ciudad, cada punto debe ser visitado tres veces por semana los días lunes, miércoles y viernes, o los días martes, jueves y sábado.

Ya que no se cuenta con estadísticas precisas de la cantidad de desechos recolectados, se debe apelar a las cifras estadísticas que proporcionan los estándares o las autoridades nacionales. En ese particular, el INEC afirma que para el año 2018, último año disponible con la cifra estimada, en promedio, cada habitante del país produce 0.58 Kg de residuos sólidos por día (Instituto Nacional de Estadística y Censos del Ecuador, 2018).

Suponiendo que los puntos de recolección se distribuyen uniformemente con respecto a los habitantes del municipio, que son en total 408 puntos y que el número de habitantes urbanos se estima en 22537, cada punto acopia en promedio un aproximado de 32 Kg diarios de desechos ($22537 \times 0,58/408$). La tabla 4.3 reproduce las cantidades de desechos estimadas en cada una de las rutas óptimas.

Tabla 4.3: Desechos diarios estimados en cada grupo

Grupo	No. de puntos	Desechos producidos (Kg)		
		1 día	2 días	3 días
0	59	1888	3776	5664
1	76	2432	4864	7296
2	93	2976	5952	8928
3	91	2912	5824	8736
4	89	2848	5696	8544
Total		13056	26112	39168

Se cuenta con dos camiones, el Recolector 1 con capacidad de carga de 7 ton y la Volqueta 1 con capacidad de carga de 3.5 ton. Ambos tienen la posibilidad de recolectar todos los desechos producidos en un día por un grupo. Sin embargo, de los días lunes a miércoles, miércoles a viernes, martes a jueves y jueves a sábado, se acumulan desechos producidos en dos días y de los días viernes a lunes y sábado a martes, se acumulan desechos producidos en tres días. Para ocupar al máximo la capacidad de carga de los vehículos disponibles, serán necesarios varios viajes diarios al lugar de disposición final. Como la distancia es apreciable (16 Km) se propone limitar estas descargas a un máximo de dos diarias.

A partir de los datos mostrados en los anexos 1 al 5, se pueden construir escenarios con recorridos parciales, como sigue.

4.3.1. Calendario propuesto

La tabla 4.4 muestra en detalle el itinerario propuesto.

Tabla 4.4: Itinerario propuesto

Vehículo	Grupo	Puntos	Carga (Kg)	Acción (Kg)
Lunes				
Volqueta 1	0	0-31	3072	Descargar (3072)
Volqueta 1	0	32-58	5664-3072=2592	—
Volqueta 1	1	0-4	480	Descargar (3072)
Recolector 1	1	5-75	7296-480=6816	Descargar (6816)
Recolector 1	2	0-67	6528	Descargar (6528)
Martes				
Volqueta 1	2	68-92	8928-6528=2400	—
Volqueta 1	3	0-5	576	Descargar (2976)
Volqueta 1	3	6-36	3552-576=2956	Descargar (2956)
Recolector 1	3	37-90	8736-3552=5184	—
Recolector 1	4	0-16	1632	Descargar (6816)
Recolector 1	4	17-88	8544-1632=6912	Descargar (6912)
Miércoles				
Volqueta 1	0	0-47	3072	Descargar (3072)
Volqueta 1	0	48-58	3776-3072=704	—
Volqueta 1	1	0-35	2304	Descargar (3008)
Recolector 1	1	36-75	4864-2304=2560	—
Recolector 1	2	0-67	4352	Descargar (6912)
Jueves				
Volqueta 1	2	68-92	5952-4352=1600	—
Volqueta 1	3	0-21	1408	Descargar (3008)
Recolector 1	3	22-90	5824-1408=4416	—
Recolector 1	4	0-31	2048	Descargar (6464)
Recolector 1	4	32-88	5696-2048=3648	Descargar (3648)
Viernes (Se repite el itinerario del día miércoles)				
Volqueta 1	0	0-47	3072	Descargar (3072)
Volqueta 1	0	48-58	3776-3072=704	—
Volqueta 1	1	0-35	2304	Descargar (3008)
Recolector 1	1	36-75	4864-2304=2560	—
Recolector 1	2	0-67	4352	Descargar (6912)
Sábado (Se repite el itinerario del día jueves)				
Volqueta 1	2	68-92	5952-4352=1600	—
Volqueta 1	3	0-21	1408	Descargar (3008)
Recolector 1	3	22-90	5824-1408=4416	—
Recolector 1	4	0-31	2048	Descargar (6464)
Recolector 1	4	32-88	5696-2048=3648	Descargar (3648)

Puede notarse en la tabla 4.4 que cada vehículo requiere 10 traslados al lugar de disposición final de los desechos. La Volqueta 1 hará 2 viajes los días lunes, 2 los días martes, 2 los miércoles, 1 los jueves, 2 los viernes y 1 los sábados. Por su parte, el Recolector hará 2 viajes los días lunes, 2 los días martes, 1 los miércoles, 2 los jueves, 1 los viernes y 2 los sábados. Los días más livianos para cada vehículo son jueves y sábados para la Volqueta 1 y miércoles y viernes para el Recolector 1.

4.3.2. Costos asociados

De la tabla 4.2 el itinerario propuesto comprende la cobertura de 408 puntos en un recorrido que alcanza los 54.68 Km en el óptimo, mientras que de la tabla 3.1 en la actualidad se visitan 432 puntos en un recorrido que alcanza los 50.11 Km. Ambos recorridos son bastante similares, sin embargo, algunos de los puntos que se propone visitar, no se visitan en la actualidad, lo que explica la diferencia en el kilometraje en ambos escenarios, que parece favorecer a la situación actual. No obstante, para que la comparación fuese justa, sería necesario considerar los mismos puntos en ambos escenarios. Esto no se llevó a cabo debido a la ausencia de georreferenciación de los puntos que se visitan en la actualidad y al objetivo de proponer un esquema óptimo de selección de dichos puntos, utilizando el criterio de ubicarlos en las esquinas que forman las intersecciones de las vías. Es claro que el sector en estudio cubre un área pequeña, considerablemente densa, que deja muy poco margen de maniobra al algoritmo de optimización.

Por otro lado, en la actualidad el sistema recorre 982.33 Km por semana. La propuesta exige un recorrido de $54,68 \times 3 + 10 \times 16 \times 2 + 10 \times 16 \times 2 = 804$ Km por semana (recorrido urbano + Descarga del Recolector 1 + Descarga de la Volqueta 1). Esto es, cerca de 200 Km menos que el kilometraje exigido por el sistema actual. Claramente esta disminución no se debe al recorrido urbano, sino a una mejor asignación de los vehículos disponibles, con el objetivo de disminuir los viajes requeridos al lugar de disposición final.

Si se calculan los costos asociados, en la actualidad el municipio los estima en U.S. \$ 3.04/Km para un total de U.S. \$ 2986,32/semana, mientras que la propuesta requeriría una inversión de U.S. \$ 2444.16/semana, **logrando una disminución de U.S. \$ 542,16/semana, esto es, bajando los costos de operación actuales un 18.15 %.**

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

- Se ha desarrollado un modelo de programación lineal entera binaria para optimizar las rutas de recolección de residuos sólidos urbanos del cantón Valencia, provincia de Los Ríos, en el Ecuador.
- A tal fin, se han utilizado las herramientas computacionales más modernas disponibles en la actualidad. Toda la información de entrada al modelo ha sido extraída de imágenes satelitales y procesada con técnicas de sistemas de información geográfica. La metodología demostrada sirve de guía para la implementación de un sistema de operación continua (y no puntual, como en este trabajo), pues se entregan todos los pasos y los programas requeridos para completar la misión.
- A partir del análisis descriptivo de los datos de distancia se observa claramente que el sector debe ser particionado en grupos de puntos de recolección, para disminuir la varianza de las variables involucradas. Cada grupo se conforma buscando minimizar las varianzas de las distancias entre sus elementos, de forma que se garantice puntos lo más cercanos posible. Se han creado en este trabajo 5 grupos diferentes, sin embargo, atendiendo a criterios como el crecimiento de la ciudad, este número puede cambiar sin que ello represente mayores inconvenientes, ya que sólo se trata de un parámetro en los sistemas programados.
- El modelo de programación lineal entera binaria utilizado, converge y se muestra como la herramienta apropiada para resolver este tipo de situaciones. Lamentablemente, las reducidas dimensiones del sector en estudio

y la dificultad de acceder a la información georreferenciada de los puntos de recolección actuales, impidieron mostrar en todo su potencial el ahorro que se produce al operar con las rutas óptimas. En un problema de mayor escala, seguramente esto habría quedado palmariamente claro. No obstante, las distancias del recorrido urbano actuales y sugeridas, mostraron mucha similitud, apuntalando la convicción de que la solución propuesta es no sólo correcta, sino completamente viable.

- Por otra parte, el modelo propuesto ha servido para ordenar con criterios lógicos los puntos a visitar, lo que ha permitido proponer un plan de recolección para el municipio, que baja los costos de operación en al menos un 18.15 %. Estos costos pueden bajar aún más si se toma en consideración que una reducción del kilometraje necesario, también significa menos desgaste de los equipos y más tiempo para el mantenimiento preventivo, lo que alarga su vida útil.
- El esquema propuesto no reduce la calidad del servicio brindado a los habitantes de la ciudad, ya que se mantiene la periodicidad de la recolección en tres veces a la semana, como es en la actualidad. No obstante, la disposición de contenedores sugerida, aunque acarrea algunos costos iniciales por la adaptación de sistemas hidráulicos para el levantamiento de dichos contenedores, puede significar una gran mejoría en la percepción de la calidad de servicio, ya que se evitarían desechos dispersos en las aceras.
- Finalmente, se ha mostrado paso a paso y de principio a fin, una metodología que puede aplicarse de forma permanente en cualquier ciudad del Ecuador. Aunque es necesario monitorear el sistema al entrar en operación, los parámetros empleados son razonables y fácilmente adaptables a distintas situaciones urbanas.

5.2. Recomendaciones

- Previo a la implementación del sistema propuesto es necesario verificar la precisión de la capa de vías del sector, rectificando la malla de ser necesario. Esto puede hacerse por observación directa y mediante la utilización de sistemas de posicionamiento global. Se trata de un aspecto importante para el modelo propuesto y debe ser lo más preciso posible en el QGIS.
- También deben verificarse los puntos escogidos para el proceso de optimización, en el sentido de que sean efectivamente puntos correspondientes a

intersecciones, y estén dentro de lo que efectivamente corresponde al municipio atender. Con criterio local, pueden retirarse algunos puntos que, aunque en la planimetría parecen atender zonas residenciales, en la realidad pueden no hacerlo, o atender a un número muy pequeño de viviendas. El costo de atender un punto muy lejano del centroide de todos los puntos, puede afectar fuertemente tanto el algoritmo de agrupamiento, como el modelo de programación lineal entera binaria.

- Asimismo, deben verificarse y rectificarse las distancias utilizadas en la optimización, incorporando diferenciaciones en los segmentos de ida y de vuelta, en aquellas calles que sean de un solo sentido. En este trabajo se ha supuesto que dichas distancias son iguales en un sentido u otro, pero esto puede no ser exacto en la realidad.
- Una vez implementada la solución propuesta, debe monitorearse permanentemente para rectificar, en caso de ser necesario, las cantidades de desechos producidos en cada punto. Como se ha trabajado con promedios, puede darse el caso que haya puntos que acumulan más o menos desechos de los previstos (lo que afecta la capacidad de recolección y por consiguiente el calendario propuesto).
- El crecimiento del cantón debe atenderse con regularidad, añadiendo puntos de ser necesario y ejecutando nuevamente los procesos, de ser el caso.
- Establecida la operación del sistema en términos estables, claramente una siguiente oportunidad de mejoría viene dada por implementar la separación de residuos, de acuerdo con su tipología. Esto requiere educar a la población, al mismo tiempo que se dan oportunidades económicas por el reciclaje. Si se examina cuidadosamente, gran cantidad de los residuos domiciliarios son reaprovechables, incluso, con valor económico. La disminución en el peso y volumen de los residuos que es necesario recolectar, representará un gran ahorro para el municipio y una disminución de la factura que debe cumplir el contribuyente, que tarde o temprano, deberá implementarse.
- Por último, recomendamos ampliamente considerar los costos de reposición de la flota vehicular. Los camiones que se utilizan son un elemento clave de todo el sistema y, además de mantenerse apropiadamente, deben reponerse cuando su vida útil haya terminado. Adicionalmente, debemos recomendar que todos los vehículos que se utilizan en el sistema, sean especializados en la recolección de desechos urbanos. Este tipo de vehículos brinda mejores prestaciones y aporta mayor eficiencia al sistema.

Bibliografía

- Ahmad, S., Imran, Jamil, F., Iqbal, N., y Kim, D. (2020). Optimal Route Recommendation for Waste Carrier Vehicles for Efficient Waste Collection: A Step Forward Towards Sustainable Cities. *IEEE Access*(8), 77875–77887. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2988173
- Asamblea Nacional del Ecuador. (2010). *Código orgánico de organización territorial, autonomía y descentralización*. (Tomado de https://www.defensa.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/01/dic15_CODIGO-ORGANICO-DE-ORGANIZACION-TERRITORIAL-COOTAD.pdf el 30-11-2020)
- Bueno-Delgado, M., Romero-Gázquez, J., Jiménez, P., y Pavón-Mariño, P. (2019). Optimal path planning for selective waste collection in smart cities. *Sensors*(19, 1973), 1–14. doi: 10.3390/s19091973
- Bányai, T., Tamás, P., Illés, B., Stankeviciute, Z., y Bányai, A. (2019). Optimization of municipal waste collection routing: Impact of industry 4.0 technologies on environmental awareness and sustainability. *International Journal of Environmental Research and Public Health*(16, 634), 1–26. doi: 10.3390/ijerph16040634
- Díaz, L., Pilataxi, E., Jara, L., y Puente, C. (2018). Evaluación de la calidad de servicio de contenerización de residuos sólidos urbanos en la ciudad de riobamba. *Memorias del V Congreso Internacional de la Ciencia, Tecnología, Emprendimiento e Innovación*. *ESPOCH*(1), 12–30.
- ESRI. (2020). *What is GIS?* Descargado de <https://www.esri.com/en-us/what-is-gis/overview>
- GADM. (2016). *Plan de desarrollo y ordenamiento territorial municipal 2016-2020*. Valencia, Ecuador.
- Guamán, A., Miño, G., y Cayán, J. (2017). Optimización del proceso de recolección de desechos sólidos de la ciudad de ambato mediante el diseño de un modelo de distribución de redes. *Revista ECA Sinergia. Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas*. *UTM*(8, 2), 158–171.
- Gurmessa, B., Fufa, F., y Mosisa, W. (2020). *Transportation route*

- optimization of municipal solid waste using network analyst tool, case of jimma town, southwestern ethiopia.* Research Square. (Tomado de <https://assets.researchsquare.com/files/rs-79355/v1/e0bfd484-6abb-4db3-8411-07d9e0ef9091.pdf> el 30-11-2020) doi: 10.21203/rs.3.rs-79355/v1
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., ... Oliphant, T. E. (2020, septiembre). Array programming with NumPy. *Nature*, 585(7825), 357–362. Descargado de <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2> doi: 10.1038/s41586-020-2649-2
 - Hastie, T., Tibshirani, R., y Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction* (2.^a ed.). Springer.
 - Hillier, F., y Lieberman, G. (2015). *Introduction to operations research* (10th ed.). McGraw/Hill.
 - Instituto Nacional de Estadística y Censos del Ecuador. (2010). *Proyecciones de población cantonal 2010-2020.* (Tomado de https://www.ecuadorencifras.gob.ec/wp-content/descargas/Boletines/Proyecciones_poblacionales_cantonales/proyeccion_cantonal_total_2010-2020.xlsx el 19-08-2020)
 - Instituto Nacional de Estadística y Censos del Ecuador. (2018). *Última estadística de información ambiental.* Descargado de <https://www.ecuadorencifras.gob.ec>
 - Kassambara, A. (2017). *Practical Guide To Cluster Analysis in R: Unsupervised Machine Learning* (1.^a ed.). NA: STHDA.
 - Khoa, T., Phuc, C., Lam, P., Bao, L., Trong, N., Hoang, N., ... Minh, D. (2020). Waste Management System Using IoT-Based Machine Learning in University. *Wireless Communications and Mobile Computing*(Article ID 6138637), 1–13. doi: 10.1155/2020/6138637
 - Magbiti, G., Mpofo, K., y Afolabi, I. (2019). Statistical Analysis of Determinant Factors and Framework Development for the Optimal and Sustainable Design of Municipal Solid Waste Management Systems in the Context of Industry 4.0. *Proceedings of the 29th CIRP Design Conference*(1, 1), 245–250. doi: 10.1016/j.procir.2019.04.182
 - Minga, M., y Zhiminaycela, Y. (2019). *Optimización de las rutas de recolección de los residuos sólidos urbanos del centro cantonal sígig.* (Trabajo de titulación de la Universidad Politécnica Salesiana. Sede Cuenca)
 - Ministerio del Ambiente y Agua del Ecuador. (2020). *Programa nacional para la gestión integral de desechos sólidos – pngids ecuador.* (Tomado de <https://www.ambiente.gob.ec/programa-pngids-ecuador/> el 30-11-2020)

- Moss, R. (2020). *Automated trash collection using markov decision processes*. Stanford University. (Tomado de <http://web.stanford.edu/~mossr/pdf/trashmdp.pdf> el 30-11-2020)
- Perron, L., y Furnon, V. (2019). *OR-Tools*. Descargado de <https://developers.google.com/optimization/>
- QGIS Development Team. (2020). *Qgis geographic information system*. Descargado de <https://www.qgis.org>
- Raffer, Clemens. (2020). *Qgis network analysis toolbox 3*. Descargado de <https://root676.github.io/>
- Sahitya, A., y Salsabila, H. (2019). Routing Optimization for Waste Management using Spatial Information in Geographic Information System (GIS) for Smart City Development (Case Study in Kecamatan Depok). *Proceedings of 6th. Geoinformation Science Symposium*(1, 1), 66–73.
- Saucedo, J., Mendoza, A., y Alvarado, M. (2019). Collection of Solid Waste in Municipal Areas: Urban Logistics. *Sustainability*(11, 5442), 1–15. doi: 10.3390/su11195442
- Shi, Y., Lv, L., Hu, F., y Han, Q. (2020). A Heuristic Solution Method for Multi-Depot Vehicle Routing-Based Waste Collection Problems. *Applied Sciences*(10, 2403), 1–17. doi: 10.3390/app10072403
- Sulemana, A., Donkor, E., Forkuo, E., y Oduro, S. (2018). Optimal routing of solid waste collection trucks: A review of methods. *Hindawi Journal of Engineering*(Article ID 4586376), 1–12. doi: <https://doi.org/10.1155/2018/4586376>
- Sulemana, A., Donkor, E., Forkuo, E., y Oduro, S. (2019). Effect of optimal routing on travel distance, travel time and fuel consumption of waste collection trucks. *Management of Environmental Quality: An International Journal*(30, 4), 803–832. doi: 10.1108/MEQ-07-2018-0134
- Sun, Y., Shen, P., Jiang, H., Zhang, J., Y. Guan, y Li, L. (2020). Transport Waste Separation and Recovery Trajectory Judged Based on Dijkstra’s Algorithm . *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*(526), 1–7. doi: 10.1088/1755-1315/526/1/012227
- The Pandas development team. (2020, febrero). *pandas-dev/pandas: Pandas*. Zenodo. Descargado de <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134> doi: 10.5281/zenodo.3509134
- Wolsey, L. A. (2021). *Integer Programming* (2.^a ed.). NJ, USA: John Wiley & Sons.

Anexos

Anexo 1

Tabla A.0: Ruta óptima para el grupo 0

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
0	306	0	0	32	64	96
1	305	157	157	64	128	192
2	307	75	232	96	192	288
3	308	85	317	128	256	384
4	309	74	391	160	320	480
5	310	95	486	192	384	576
6	311	96	582	224	448	672
7	312	88	670	256	512	768
8	313	77	747	288	576	864
9	314	106	853	320	640	960
10	316	45	898	352	704	1056
11	318	76	974	384	768	1152
12	320	83	1057	416	832	1248
13	333	87	1144	448	896	1344
14	337	72	1216	480	960	1440
15	338	89	1305	512	1024	1536
16	341	79	1384	544	1088	1632
17	334	154	1538	576	1152	1728
18	321	85	1623	608	1216	1824
19	319	85	1708	640	1280	1920
20	317	76	1784	672	1344	2016

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.0: Ruta óptima para el grupo 0

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
21	315	90	1874	704	1408	2112
22	376	810	2684	736	1472	2208
23	375	205	2889	768	1536	2304
24	374	245	3134	800	1600	2400
25	327	229	3363	832	1664	2496
26	328	121	3484	864	1728	2592
27	326	83	3567	896	1792	2688
28	329	123	3690	928	1856	2784
29	324	194	3884	960	1920	2880
30	325	187	4071	992	1984	2976
31	323	76	4147	1024	2048	3072
32	322	85	4232	1056	2112	3168
33	335	87	4319	1088	2176	3264
34	339	80	4399	1120	2240	3360
35	342	79	4478	1152	2304	3456
36	343	111	4589	1184	2368	3552
37	340	74	4663	1216	2432	3648
38	336	76	4739	1248	2496	3744
39	330	88	4827	1280	2560	3840
40	384	107	4934	1312	2624	3936
41	385	121	5055	1344	2688	4032
42	387	273	5328	1376	2752	4128
43	386	127	5455	1408	2816	4224
44	354	579	6034	1440	2880	4320
45	353	72	6106	1472	2944	4416
46	352	75	6181	1504	3008	4512
47	345	191	6372	1536	3072	4608
48	344	110	6482	1568	3136	4704
49	351	77	6559	1600	3200	4800
50	350	83	6642	1632	3264	4896
51	347	126	6768	1664	3328	4992
52	348	65	6833	1696	3392	5088
53	349	117	6950	1728	3456	5184

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.0: Ruta óptima para el grupo 0

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
54	346	82	7032	1760	3520	5280
55	373	199	7231	1792	3584	5376
56	332	229	7460	1824	3648	5472
57	331	43	7503	1856	3712	5568
58	304	175	7678	1888	3776	5664

Anexo 2

Tabla A.1: Ruta óptima para el grupo 1

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
0	67	0	0	32	64	96
1	66	76	76	64	128	192
2	65	92	168	96	192	288
3	64	74	242	128	256	384
4	37	674	916	160	320	480
5	32	59	975	192	384	576
6	31	99	1074	224	448	672
7	30	98	1172	256	512	768
8	23	136	1308	288	576	864
9	24	98	1406	320	640	960
10	20	69	1475	352	704	1056
11	19	95	1570	384	768	1152
12	15	58	1628	416	832	1248
13	11	69	1697	448	896	1344
14	7	66	1763	480	960	1440
15	6	110	1873	512	1024	1536
16	10	68	1941	544	1088	1632
17	14	67	2008	576	1152	1728
18	18	58	2066	608	1216	1824
19	22	75	2141	640	1280	1920
20	29	137	2278	672	1344	2016
21	28	60	2338	704	1408	2112
22	26	18	2356	736	1472	2208
23	27	125	2481	768	1536	2304
24	380	141	2622	800	1600	2400
25	381	104	2726	832	1664	2496
26	382	119	2845	864	1728	2592
27	383	130	2975	896	1792	2688
28	25	523	3498	928	1856	2784
29	21	76	3574	960	1920	2880
30	17	73	3647	992	1984	2976

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.1: Ruta óptima para el grupo 1

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
31	13	62	3709	1024	2048	3072
32	9	61	3770	1056	2112	3168
33	5	69	3839	1088	2176	3264
34	2	82	3921	1120	2240	3360
35	1	99	4020	1152	2304	3456
36	3	224	4244	1184	2368	3552
37	4	197	4441	1216	2432	3648
38	8	68	4509	1248	2496	3744
39	12	66	4575	1280	2560	3840
40	16	77	4652	1312	2624	3936
41	34	117	4769	1344	2688	4032
42	35	61	4830	1376	2752	4128
43	40	68	4898	1408	2816	4224
44	41	32	4930	1440	2880	4320
45	42	36	4966	1472	2944	4416
46	47	67	5033	1504	3008	4512
47	48	61	5094	1536	3072	4608
48	53	65	5159	1568	3136	4704
49	54	63	5222	1600	3200	4800
50	59	62	5284	1632	3264	4896
51	60	55	5339	1664	3328	4992
52	126	41	5380	1696	3392	5088
53	125	164	5544	1728	3456	5184
54	61	71	5615	1760	3520	5280
55	58	74	5689	1792	3584	5376
56	55	76	5765	1824	3648	5472
57	52	73	5838	1856	3712	5568
58	49	74	5912	1888	3776	5664
59	46	78	5990	1920	3840	5760
60	43	71	6061	1952	3904	5856
61	36	128	6189	1984	3968	5952
62	33	71	6260	2016	4032	6048
63	39	123	6383	2048	4096	6144

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.1: Ruta óptima para el grupo 1

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
64	38	113	6496	2080	4160	6240
65	44	61	6557	2112	4224	6336
66	45	64	6621	2144	4288	6432
67	50	61	6682	2176	4352	6528
68	51	59	6741	2208	4416	6624
69	56	61	6802	2240	4480	6720
70	57	59	6861	2272	4544	6816
71	62	61	6922	2304	4608	6912
72	63	54	6976	2336	4672	7008
73	72	120	7096	2368	4736	7104
74	168	127	7223	2400	4800	7200
75	165	152	7375	2432	4864	7296

Anexo 3

Tabla A.2: Ruta óptima para el grupo 2

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
0	71	0	0	32	64	96
1	70	75	75	64	128	192
2	69	88	163	96	192	288
3	68	86	249	128	256	384
4	77	119	368	160	320	480
5	78	160	528	192	384	576
6	79	131	659	224	448	672
7	80	89	748	256	512	768
8	81	99	847	288	576	864
9	82	101	948	320	640	960
10	83	85	1033	352	704	1056
11	76	196	1229	384	768	1152
12	75	79	1308	416	832	1248
13	74	87	1395	448	896	1344
14	84	122	1517	480	960	1440
15	85	146	1663	512	1024	1536
16	73	116	1779	544	1088	1632
17	169	115	1894	576	1152	1728
18	170	138	2032	608	1216	1824
19	183	136	2168	640	1280	1920
20	86	64	2232	672	1344	2016
21	87	56	2288	704	1408	2112
22	107	131	2419	736	1472	2208
23	184	145	2564	768	1536	2304
24	182	291	2855	800	1600	2400
25	185	154	3009	832	1664	2496
26	201	95	3104	864	1728	2592
27	202	99	3203	896	1792	2688
28	205	102	3305	928	1856	2784
29	204	107	3412	960	1920	2880
30	108	142	3554	992	1984	2976

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.2: Ruta óptima para el grupo 2

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
31	109	135	3689	1024	2048	3072
32	110	117	3806	1056	2112	3168
33	111	50	3856	1088	2176	3264
34	112	78	3934	1120	2240	3360
35	103	110	4044	1152	2304	3456
36	102	120	4164	1184	2368	3552
37	101	49	4213	1216	2432	3648
38	100	76	4289	1248	2496	3744
39	99	45	4334	1280	2560	3840
40	98	80	4414	1312	2624	3936
41	97	41	4455	1344	2688	4032
42	362	2597	7052	1376	2752	4128
43	361	272	7324	1408	2816	4224
44	360	302	7626	1440	2880	4320
45	359	371	7997	1472	2944	4416
46	358	318	8315	1504	3008	4512
47	357	88	8403	1536	3072	4608
48	356	262	8665	1568	3136	4704
49	355	378	9043	1600	3200	4800
50	377	757	9800	1632	3264	4896
51	378	247	10047	1664	3328	4992
52	379	293	10340	1696	3392	5088
53	96	866	11206	1728	3456	5184
54	95	116	11322	1760	3520	5280
55	94	85	11407	1792	3584	5376
56	93	130	11537	1824	3648	5472
57	92	67	11604	1856	3712	5568
58	91	111	11715	1888	3776	5664
59	90	82	11797	1920	3840	5760
60	89	83	11880	1952	3904	5856
61	88	84	11964	1984	3968	5952
62	106	125	12089	2016	4032	6048
63	105	84	12173	2048	4096	6144

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.2: Ruta óptima para el grupo 2

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
64	104	104	12277	2080	4160	6240
65	113	212	12489	2112	4224	6336
66	114	48	12537	2144	4288	6432
67	119	105	12642	2176	4352	6528
68	120	118	12760	2208	4416	6624
69	121	129	12889	2240	4480	6720
70	118	117	13006	2272	4544	6816
71	115	98	13104	2304	4608	6912
72	116	124	13228	2336	4672	7008
73	117	107	13335	2368	4736	7104
74	122	127	13462	2400	4800	7200
75	124	327	13789	2432	4864	7296
76	123	127	13916	2464	4928	7392
77	212	131	14047	2496	4992	7488
78	213	103	14150	2528	5056	7584
79	214	97	14247	2560	5120	7680
80	217	184	14431	2592	5184	7776
81	220	127	14558	2624	5248	7872
82	219	163	14721	2656	5312	7968
83	216	102	14823	2688	5376	8064
84	215	140	14963	2720	5440	8160
85	218	100	15063	2752	5504	8256
86	209	137	15200	2784	5568	8352
87	211	167	15367	2816	5632	8448
88	210	67	15434	2848	5696	8544
89	207	114	15548	2880	5760	8640
90	206	102	15650	2912	5824	8736
91	208	48	15698	2944	5888	8832
92	203	58	15756	2976	5952	8928

Anexo 4

Tabla A.3: Ruta óptima para el grupo 3

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
0	167	0	0	32	64	96
1	164	101	101	64	128	192
2	161	66	167	96	192	288
3	160	120	287	128	256	384
4	157	70	357	160	320	480
5	151	88	445	192	384	576
6	154	33	478	224	448	672
7	163	190	668	256	512	768
8	166	101	769	288	576	864
9	162	228	997	320	640	960
10	159	82	1079	352	704	1056
11	127	112	1191	384	768	1152
12	128	61	1252	416	832	1248
13	156	112	1364	448	896	1344
14	153	51	1415	480	960	1440
15	150	34	1449	512	1024	1536
16	129	108	1557	544	1088	1632
17	130	233	1790	576	1152	1728
18	131	105	1895	608	1216	1824
19	141	97	1992	640	1280	1920
20	144	102	2094	672	1344	2016
21	147	59	2153	704	1408	2112
22	148	132	2285	736	1472	2208
23	145	62	2347	768	1536	2304
24	142	104	2451	800	1600	2400
25	140	50	2501	832	1664	2496
26	139	131	2632	864	1728	2592
27	138	98	2730	896	1792	2688
28	137	105	2835	928	1856	2784
29	400	67	2902	960	1920	2880
30	136	21	2923	992	1984	2976

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.3: Ruta óptima para el grupo 3

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
31	398	297	3220	1024	2048	3072
32	134	148	3368	1056	2112	3168
33	392	148	3516	1088	2176	3264
34	135	100	3616	1120	2240	3360
35	390	100	3716	1152	2304	3456
36	405	376	4092	1184	2368	3552
37	132	171	4263	1216	2432	3648
38	133	100	4363	1248	2496	3744
39	391	71	4434	1280	2560	3840
40	393	376	4810	1312	2624	3936
41	394	376	5186	1344	2688	4032
42	395	376	5562	1376	2752	4128
43	396	376	5938	1408	2816	4224
44	397	376	6314	1440	2880	4320
45	171	521	6835	1472	2944	4416
46	172	105	6940	1504	3008	4512
47	173	101	7041	1536	3072	4608
48	174	44	7085	1568	3136	4704
49	143	174	7259	1600	3200	4800
50	146	72	7331	1632	3264	4896
51	149	89	7420	1664	3328	4992
52	177	62	7482	1696	3392	5088
53	152	116	7598	1728	3456	5184
54	155	40	7638	1760	3520	5280
55	158	54	7692	1792	3584	5376
56	180	138	7830	1824	3648	5472
57	181	131	7961	1856	3712	5568
58	186	149	8110	1888	3776	5664
59	187	124	8234	1920	3840	5760
60	199	95	8329	1952	3904	5856
61	200	104	8433	1984	3968	5952
62	197	128	8561	2016	4032	6048
63	198	88	8649	2048	4096	6144

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.3: Ruta óptima para el grupo 3

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
64	221	212	8861	2080	4160	6240
65	365	353	9214	2112	4224	6336
66	195	429	9643	2144	4288	6432
67	194	84	9727	2176	4352	6528
68	408	32	9759	2208	4416	6624
69	189	234	9993	2240	4480	6720
70	193	107	10100	2272	4544	6816
71	196	140	10240	2304	4608	6912
72	188	95	10335	2336	4672	7008
73	179	147	10482	2368	4736	7104
74	178	108	10590	2400	4800	7200
75	176	63	10653	2432	4864	7296
76	175	101	10754	2464	4928	7392
77	190	124	10878	2496	4992	7488
78	406	50	10928	2528	5056	7584
79	407	11	10939	2560	5120	7680
80	191	8	10947	2592	5184	7776
81	192	47	10994	2624	5248	7872
82	363	428	11422	2656	5312	7968
83	404	126	11548	2688	5376	8064
84	402	27	11575	2720	5440	8160
85	403	34	11609	2752	5504	8256
86	401	24	11633	2784	5568	8352
87	399	13	11646	2816	5632	8448
88	388	31	11677	2848	5696	8544
89	389	17	11694	2880	5760	8640
90	364	193	11887	2912	5824	8736

Anexo 5

Tabla A.4: Ruta óptima para el grupo 4

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
0	229	0	0	32	64	96
1	227	172	172	64	128	192
2	228	70	242	96	192	288
3	266	166	408	128	256	384
4	270	69	477	160	320	480
5	271	63	540	192	384	576
6	275	62	602	224	448	672
7	370	642	1244	256	512	768
8	369	369	1613	288	576	864
9	274	231	1844	320	640	960
10	276	61	1905	352	704	1056
11	277	55	1960	384	768	1152
12	278	73	2033	416	832	1248
13	290	39	2072	448	896	1344
14	372	792	2864	480	960	1440
15	371	266	3130	512	1024	1536
16	288	234	3364	544	1088	1632
17	285	55	3419	576	1152	1728
18	287	102	3521	608	1216	1824
19	286	59	3580	640	1280	1920
20	284	97	3677	672	1344	2016
21	283	150	3827	704	1408	2112
22	282	62	3889	736	1472	2208
23	281	120	4009	768	1536	2304
24	279	41	4050	800	1600	2400
25	280	70	4120	832	1664	2496
26	289	36	4156	864	1728	2592
27	291	71	4227	896	1792	2688
28	292	71	4298	928	1856	2784
29	293	67	4365	960	1920	2880
30	297	57	4422	992	1984	2976

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.4: Ruta óptima para el grupo 4

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
31	298	52	4474	1024	2048	3072
32	299	61	4535	1056	2112	3168
33	294	185	4720	1088	2176	3264
34	296	61	4781	1120	2240	3360
35	301	64	4845	1152	2304	3456
36	302	73	4918	1184	2368	3552
37	232	386	5304	1216	2432	3648
38	234	102	5406	1248	2496	3744
39	233	64	5470	1280	2560	3840
40	237	105	5575	1312	2624	3936
41	238	64	5639	1344	2688	4032
42	236	127	5766	1376	2752	4128
43	244	108	5874	1408	2816	4224
44	245	62	5936	1440	2880	4320
45	246	62	5998	1472	2944	4416
46	250	63	6061	1504	3008	4512
47	249	62	6123	1536	3072	4608
48	248	60	6183	1568	3136	4704
49	252	118	6301	1600	3200	4800
50	253	60	6361	1632	3264	4896
51	254	150	6511	1664	3328	4992
52	251	116	6627	1696	3392	5088
53	247	63	6690	1728	3456	5184
54	239	114	6804	1760	3520	5280
55	243	73	6877	1792	3584	5376
56	242	72	6949	1824	3648	5472
57	241	66	7015	1856	3712	5568
58	240	53	7068	1888	3776	5664
59	303	82	7150	1920	3840	5760
60	235	78	7228	1952	3904	5856
61	231	114	7342	1984	3968	5952
62	230	113	7455	2016	4032	6048
63	300	124	7579	2048	4096	6144

Continúa en la siguiente página...

Tabla A.4: Ruta óptima para el grupo 4

Orden	Punto	Distancia (m)		Desechos acumulados (Kg)		
		Puntual	Acumulada	Un día	Dos días	Tres días
64	295	65	7644	2080	4160	6240
65	272	293	7937	2112	4224	6336
66	273	62	7999	2144	4288	6432
67	259	66	8065	2176	4352	6528
68	258	90	8155	2208	4416	6624
69	257	59	8214	2240	4480	6720
70	260	48	8262	2272	4544	6816
71	261	43	8305	2304	4608	6912
72	268	60	8365	2336	4672	7008
73	269	72	8437	2368	4736	7104
74	267	61	8498	2400	4800	7200
75	265	65	8563	2432	4864	7296
76	264	75	8638	2464	4928	7392
77	263	72	8710	2496	4992	7488
78	262	36	8746	2528	5056	7584
79	256	59	8805	2560	5120	7680
80	225	79	8884	2592	5184	7776
81	226	52	8936	2624	5248	7872
82	224	122	9058	2656	5312	7968
83	255	42	9100	2688	5376	8064
84	223	88	9188	2720	5440	8160
85	368	1578	10766	2752	5504	8256
86	367	402	11168	2784	5568	8352
87	366	415	11583	2816	5632	8448
88	222	405	11988	2848	5696	8544

Anexo 6: Código Python programado

```
### Análisis preeliminar y descriptivo

from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')

import pandas as pd
import numpy as np

df_distancias = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Distancias.csv')
print(len(df_distancias))
df_grupos = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Grupos.csv')
print(len(df_grupos))
df_grupos_comienzo_final = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Grupos_origenes_destinos.csv')
print(len(df_grupos_comienzo_final))

df_distancias = pd.merge(df_distancias, df_grupos,
                        left_on='origin_id', right_on='fid')
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
    'total_cost', 'CLUSTER_ID']]
df_distancias.rename(columns = {'CLUSTER_ID':'grupo_o'}, inplace = True)
df_distancias = pd.merge(df_distancias, df_grupos,
                        left_on='destination_id', right_on='fid')
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
    'total_cost', 'grupo_o', 'CLUSTER_ID']]
df_distancias.rename(columns = {'CLUSTER_ID':'grupo_d'}, inplace = True)
df_distancias = df_distancias[(df_distancias.grupo_o == df_distancias.grupo_d)]
print(len(df_distancias))
#df_distancias = df_distancias[
    (df_distancias.origin_id != df_distancias.destination_id)]
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
    'total_cost', 'grupo_o']]
df_distancias.rename(columns = {'grupo_o':'grupo'}, inplace = True)
#df_distancias = df_distancias.dropna()
df_distancias = df_distancias.fillna(0)
df_distancias.total_cost = round(df_distancias.total_cost,0)
df_distancias = df_distancias.astype({'total_cost': int})
df_distancias = df_distancias.sort_values(
    by=['grupo', 'origin_id', 'destination_id'])
print(df_distancias)

df_tempo = df_grupos.groupby(['CLUSTER_ID', 'CLUSTER_SIZE']).count()
```

```

df_grupos_comienzo_final = pd.merge(df_grupos_comienzo_final, df_tempo,
                                     left_on='grupo', right_on='CLUSTER_ID')
df_grupos_comienzo_final.rename(columns = {'fid':'n_puntos'}, inplace = True)
del(df_tempo)
df_grupos = df_grupos[['fid', 'CLUSTER_ID']]
df_grupos.rename(columns = {'CLUSTER_ID':'grupo'}, inplace = True)
df_grupos = df_grupos.sort_values(by=['grupo', 'fid'])
print(df_grupos)
print(df_grupos_comienzo_final)

df_grupos_comienzo_final = df_grupos_comienzo_final.astype(int)
df_grupos_comienzo_final.to_latex(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/tb_grupos_general.tex',
    caption = 'Composición de los grupos formados',
    label='tb_grupos_general', index=False)

import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns

df = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Distancias.csv')
print(len(df))
print(round(df.total_cost.mean(),2))
print(round(df.total_cost.std(),2))
print(round(df.total_cost.kurtosis(),2))

sns.set(font_scale = 1.25)
plt1 = sns.displot(df_distancias.total_cost, kde=True, bins=20,
                  color='cadetblue', height=10, aspect=1.5)
plt1.ax.set_xlabel('Distancias (m)',fontsize=20)
plt1.ax.set_ylabel('Frecuencias simples',fontsize=20)
print(plt1)
plt1.savefig(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/fg_distancias_todas.png')

df = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/distancias_grupos.csv')
print(df.dtypes)
df = df.sort_values(by=['grupo_o','origen_n', 'destino_n'])
n = len(df)
print(n)
print(df)

colores = ['red', 'purple', 'gold', 'green', 'blue']
sns.set(font_scale = 1.25)
for grp in range(5):
    df = df_distancias.loc[df_distancias.grupo==grp]

```

```

print('Grupo: ', grp)
print('Media: ', round(df.total_cost.mean(),2))
print('Desviación Estándar: ', round(df.total_cost.std(),2))
print('Kurtosis: ', round(df.total_cost.kurtosis(),2))
plt = sns.displot(df.total_cost, kde=True, bins=20,
                  color=colores[grp], height=10, aspect=1.5)
plt.ax.set_xlabel('Distancias (m)',fontsize=20)
plt.ax.set_ylabel('Frecuencias simples',fontsize=20)
print(plt)
plt.savefig('//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/fg_distancias_'
            + str(grp) + '.png')

### Modelo de optimización

from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')

!pip install ortools

import pandas as pd
import numpy as np
from ortools.constraint_solver import routing_enums_pb2
from ortools.constraint_solver import pywrapcp

df_distancias = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Distancias.csv')
print(len(df_distancias))
df_grupos = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Grupos.csv')
print(len(df_grupos))
df_grupos_comienzo_final = pd.read_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/Grupos_origenes_destinos.csv')
print(len(df_grupos_comienzo_final))

df_distancias = pd.merge(df_distancias, df_grupos,
                        left_on='origin_id', right_on='fid')
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
                              'total_cost', 'CLUSTER_ID']]
df_distancias.rename(columns = {'CLUSTER_ID':'grupo_o'}, inplace = True)
df_distancias = pd.merge(df_distancias, df_grupos,
                        left_on='destination_id', right_on='fid')
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
                              'total_cost', 'grupo_o', 'CLUSTER_ID']]
df_distancias.rename(columns = {'CLUSTER_ID':'grupo_d'}, inplace = True)
df_distancias = df_distancias[(df_distancias.grupo_o == df_distancias.grupo_d)]
print(len(df_distancias))
#df_distancias = df_distancias[

```

```

(df_distancias.origin_id != df_distancias.destination_id)
df_distancias = df_distancias[['origin_id', 'destination_id',
    'total_cost', 'grupo_o']]
df_distancias.rename(columns = {'grupo_o': 'grupo'}, inplace = True)
#df_distancias = df_distancias.dropna()
df_distancias = df_distancias.fillna(0)
df_distancias.total_cost = round(df_distancias.total_cost,0)
df_distancias = df_distancias.astype({'total_cost': int})
df_distancias = df_distancias.sort_values(
    by=['grupo', 'origin_id', 'destination_id'])
print(df_distancias)

df_tempo = df_grupos.groupby(['CLUSTER_ID', 'CLUSTER_SIZE']).count()
df_grupos_comienzo_final = pd.merge(df_grupos_comienzo_final, df_tempo,
    left_on='grupo', right_on='CLUSTER_ID')
df_grupos_comienzo_final.rename(columns = {'fid': 'n_puntos'}, inplace = True)
del(df_tempo)
df_grupos = df_grupos[['fid', 'CLUSTER_ID']]
df_grupos.rename(columns = {'CLUSTER_ID': 'grupo'}, inplace = True)
df_grupos = df_grupos.sort_values(by=['grupo', 'fid'])
print(df_grupos)
print(df_grupos_comienzo_final)

def create_data_model(grp):
    """Stores the data for the problem."""
    df = df_distancias.loc[df_distancias.grupo == grp]
    set_puntos = df.origin_id.unique()
    n = len(set_puntos)
    A = np.array(df.total_cost)
    A = A.reshape(n,n)
    for i in range(n):
        A[i, i] = 0
    data = {}
    data['distance_matrix'] = A
    #data['num_vehicles'] = 2
    #data['depot'] = [0,0]
    #data['starts'] = 0
    #data['ends'] = [ultimo,ultimo]
    data['num_vehicles'] = 1
    p_start = df_grupos_comienzo_final.loc[
        df_grupos_comienzo_final['grupo'] == grp, 'comienzo'].values[0]
    p_end = df_grupos_comienzo_final.loc[
        df_grupos_comienzo_final['grupo'] == grp, 'final'].values[0]
    for i in range(n):
        if set_puntos[i] == p_start:
            n_start = i
        if set_puntos[i] == p_end:

```

```

        n_end = i
    data['starts'] = [n_start]
    data['ends'] = [n_end]
    return data

def distance_callback(from_index, to_index):
    """Returns the distance between the two nodes."""
    # Convert from routing variable Index to distance matrix NodeIndex.
    from_node = manager.IndexToNode(from_index)
    to_node = manager.IndexToNode(to_index)
    return data['distance_matrix'][from_node][to_node]

def print_solution(manager, routing, solution):
    """Prints solution on console."""
    print('Objective: {} meters'.format(solution.ObjectiveValue()))
    index = routing.Start(0)
    plan_output = 'Route for vehicle 0:\n'
    route_distance = 0
    while not routing.IsEnd(index):
        plan_output += ' {} ->'.format(manager.IndexToNode(index))
        previous_index = index
        index = solution.Value(routing.NextVar(index))
        route_distance += routing.GetArcCostForVehicle(previous_index,
                                                         index, 0)
    plan_output += ' {}\n'.format(manager.IndexToNode(index))
    print(plan_output)
    plan_output += 'Route distance: {}meters\n'.format(route_distance)

def get_routes(solution, routing, manager):
    """Get vehicle routes from a solution and store them in an array."""
    # Get vehicle routes and store them in a two dimensional array whose
    # i,j entry is the jth location visited by vehicle i along its route.
    routes = []
    for route_nbr in range(routing.vehicles()):
        index = routing.Start(route_nbr)
        route = [manager.IndexToNode(index)]
        while not routing.IsEnd(index):
            index = solution.Value(routing.NextVar(index))
            route.append(manager.IndexToNode(index))
        routes.append(route)
    return routes

df_res = pd.DataFrame(columns = ['grupo', 'orden', 'punto'])
df_grp = pd.DataFrame(columns = ['grupo', 'objetivo'])

for grp in range(5):
    data = create_data_model(grp)

```

```

#print(data['distance_matrix'])
#print(data['num_vehicles'])
#print(data['starts'])
#print(data['ends'])
manager = pywrapcp.RoutingIndexManager(
    len(data['distance_matrix']),
    data['num_vehicles'],
    data['starts'],
    data['ends'])
routing = pywrapcp.RoutingModel(manager)
transit_callback_index = routing.RegisterTransitCallback(distance_callback)
routing.SetArcCostEvaluatorOfAllVehicles(transit_callback_index)
search_parameters = pywrapcp.DefaultRoutingSearchParameters()
search_parameters.first_solution_strategy = (
    routing_enums_pb2.FirstSolutionStrategy.PATH_CHEAPEST_ARC)
solution = routing.SolveWithParameters(search_parameters)
if solution:
    print_solution(manager, routing, solution)
routes = get_routes(solution, routing, manager)

df = df_distancias.loc[df_distancias.grupo == grp]
set_puntos = df.origin_id.unique()
n = len(set_puntos)
df_tmp = pd.DataFrame({'grupo':[grp] * n})
df_tmp['orden'] = range(n)
df_tmp['punto'] = set_puntos[routes[0]]
df_res = pd.concat([df_res, df_tmp])
ser_row = pd.Series([grp, solution.ObjectiveValue()],
                    index=['grupo', 'objetivo'])
df_grp = df_grp.append(ser_row, ignore_index=True)

df_grp = pd.merge(df_grupos_comienzo_final, df_grp, on='grupo')
print(df_res)
print(df_grp)

#pd.set_option("display.precision", 8)
df_res['distancia'] = 0
df_res['distancia_acum'] = 0
df_res['desechos_acum_1'] = 32
df_res['desechos_acum_2'] = 32*2
df_res['desechos_acum_3'] = 32*3

df_res_def = pd.DataFrame(data=None, columns=df_res.columns)
for grp in range(5):
    df = df_res.loc[df_res.grupo==grp].copy()
    n = len(df)
    for i in range(n-1):

```

```

df.iloc[i+1,3] = df_distancias.loc[
    (df_distancias.origin_id==df.iloc[i, 2]) &
    (df_distancias.destination_id==df.iloc[i+1, 2]),
    'total_cost'].values[0]
df.iloc[i+1,4] = df.iloc[i,4]+df.iloc[i+1,3]
df.iloc[i+1,5] = (i+2)*32 # Kg de desecho en un punto por día
df.iloc[i+1,6] = (i+2)*32*2 # Kg de desecho en un punto en 2 días
df.iloc[i+1,7] = (i+2)*32*3 # Kg de desecho en un punto en 3 días
df_res_def = df_res_def.append(df)

df_grp = df_grp.astype(int)
df_res_def = df_res_def.astype(int)
df_res_def.to_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/res_rutas.csv',
    index=False)
df_grp.to_csv(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/res_grupos.csv',
    index=False)
df_grp.to_latex(
    '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/tb_grupos.tex',
    caption = 'Valores de la distancia óptima por grupos (m)',
    label='tb_obj', index=False)

for grp in range(5):
    df = df_res_def.loc[
        df_res_def.grupo==grp, ['orden', 'punto', 'distancia',
                                'distancia_acum', 'desechos_acum_1',
                                'desechos_acum_2', 'desechos_acum_3']]
    df.to_latex(
        '//content/drive/MyDrive/Colab Notebooks/Escudero/tb_ruta_'
        +str(grp)+'.tex',
        caption = 'Ruta óptima para el grupo '+str(grp),
        label='tb_ruta_'+str(grp), longtable=True, index=False)
    print(df)

### Fin

```