

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS Carrera en Electrónica y Comunicaciones



TEMA:

"ESTUDIO DE ANTENAS INTELIGENTES PARA COMUNICACIONES MÓVILES DE TERCERA GENERACIÓN"

Trabajo de graduación Modalidad Tesis previo a la obtención del Título de Ingeniera en Electrónica.

AUTOR:

MARCELA ALEXANDRA PARRA PINTADO

DIRECTOR: ING. MARCO JURADO

AMBATO - ECUADOR

Octubre, 2006

APROBACIÓN DEL DIRECTOR

En calidad de Director del Trabajo de Investigación sobre el Tema: "*Estudio de Antenas Inteligentes para Comunicaciones Móviles de Tercera Generación*", de Marcela Alexandra Parra Pintado, estudiante de la Carrera de Electrónica y Comunicaciones, de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, de la Universidad Técnica de Ambato, considero que dicho informe investigativo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometidos a la evaluación del Tribunal de Grado, que el Honorable Consejo Directivo designe, para su correspondiente estudio y calificación.

Ambato octubre 4, 2 006.

Ing. Marco Antonio Jurado Lozada. Director

AUTORÍA

El presente trabajo de investigación: "*Estudio de Antenas Inteligentes para Comunicaciones Móviles de Tercera Generación*", es absolutamente original, auténtico y personal, en virtud, el contenido, efectos legales y académicos que se desprenden del mismo son exclusivamente responsabilidad del autor.

Ambato octubre 4, 2 006.

Marcela Alexandra Parra Pintado C.C. 180310759 – 6

Dedicatoria

Al Todopoderoso que me ha brindado la dicha de tener a mi familia junta.

A mi madre, Carmen, por su amor incondicional y la ternura de su voz.

Marcela

AGRADECIMIENTO

Señor, te di tan poco pero Tú hiciste de eso algo tan grande, gracias Señor por bendecirme en todos los momentos de mi vida llenándome de amor y paz

Para ti Madre, en mi llanto y en mi goce: por la caricia imponderable y la música de tu presencia; por la zarza ardiente de tus manos como un símbolo; por la plegaria al Señor que alzas gozosa ¡yo sostengo en mis manos la ternura de tu voz! Porque te hablo con la dimensión total de mi sangre. Y por tu amoroso brazo: techo lumbre y suspiro ¡yo respiro en el alma la ternura de tu voz! Tú clavaste tu existencia forjando en mí un ideal. ¡Gracias Madre!

A mis hermanas: *Mónika* y *Catalina*, almas de sirenas frágiles encantadas, almas fuertes como las rocas; flores que aroman la soledad, con sus manos infatigables y generosas, mejor que el ramo de fragante rosa. ¡Dulces y suaves cual la brisa! que se aduerme en el cáliz de la flor, infundiendo celestial sonrisa y las guardo eternamente en mi corazón.

A mi *Viriato* de juguetería azul de baratijas en su mundo de travesura, para ese misterioso, esta verdad de cara sucia, de amor potencial, con su ternura y amor incondicional.

A mi querida *Facultad de Ingeniería en Sistemas* que acrecienta mi orgullo y alegría que ostenta la ciencia altanera, formando líderes en la región del futuro, donde pase horas de soledad, inspiración, calma y quietud.

A los *catedráticos de la Facultad de Ingeniería en Sistemas* que cincelan nuestro espíritu, con sapiencia, mística, responsabilidad enaltecedora y siembran en nuestros corazones los gérmenes fecundos de la idea.

Maestro silencioso, apóstol de Dios y de la ciencia, que difundes el evangelio de la bondad con bondad.

Al Ing. Marco Jurado que me ayudó en el desarrollo de esta tesis quien opina y enseña con sabiduría y hace de la docencia un sacerdocio y de la cátedra una virtud y no un sacrificio.

Al Ing. Julio Cuji por la verdad y la luz de la sabiduría en su mente, que ensancha los horizontes de la ciencia para enseñar a los demás.

Al Ing. Mario García por conocer a sus estudiantes para luego guiarles con prudencia y paciencia hacia los ámbitos del conocimiento.

A todo el Personal Administrativo por la alegría de su amistad que me brindan, por la sonrisa sincera de cada día por la su labor firme del trabajo cumplido cada día.

A mi amiga *Milene*, amiga sincera y honesta, hemos compartido juntas sueños y fantasías, en el mundo de ilusiones que vivimos, siempre me has tendido tu mano, cual hermana con tu corazón ávido de amor y hemos aprendido hablar el mismo idioma, el idioma de la amistad.

A Tatita que nos hemos molestado mutuamente durante este tiempo y por todos los momentos pequeños pero grandes que hemos compartido a lo largo de esta carrera entre riñas y tantas cosas hoy compartimos amistad.

A mi fiel amigo Tarquino por siempre estar presente en todas las fantasías, juegos, buenos y malos momentos que ha hecho que nuestra amistad sea verdadera.

Que nuestros esfuerzos desafíen las imposibilidades, ya que las grandes proezas de la historia fueron conquistas de lo que parecía imposible.

Por todo ello gracias por llenar mi corazón con sus pinceladas de vida en la mía.

Marcela

INTRODUCCIÓN

Durante la última década, se ha producido un crecimiento explosivo de los sistemas comunicaciones móviles. Los sistemas de comunicaciones móviles en la actualidad tienen un gran inconveniente y es la forma en que las antenas radian o reciben las señales de interés. Las antenas convencionales utilizadas al presente son omnidireccionales o en algún caso sectorizadas.

Con este tipo de antenas hay gran pérdida de recursos, ya que la mayoría de la potencia transmitida, se radia hacia otras direcciones además del usuario deseado, apareciendo como interferencia para otros usuarios del sistema. Por ello es muy importante encontrar una forma de selectividad espacial en la radiación y recepción para remediar estos problemas.

Los sistemas inalámbricos en un principio fueron desarrollados por sistemas con antenas fijas, y modelos de antenas para alcanzar características de coberturas deseadas pero que no reaccionan en forma dinámica a los requerimientos de tráfico.

Los sistemas de Antenas Inteligentes son una nueva tecnología de los sistemas inalámbricos que usa un conjunto de elementos de antena denominada arreglo. Las señales de los elementos de estas antenas en forma conjunta con un proceso digital de la señal generan un modelo de haz móvil que se dirige a través de un proceso digital de la señal hacia la dirección deseada del móvil, y si éste se mueve igual lo hace el haz.

Esto permite a los sistemas de Antenas Inteligentes a enfocar los recursos de radiofrecuencia a un usuario deseado, mientras minimiza el impacto del ruido, interferencia y otros efectos que pueden degradar la calidad de la señal.

Los sistemas de Antenas Inteligentes pueden ser implementados en emplazamientos existentes dando como resultado avances al sistema en cuanto a la diversidad espacial.

Estas son algunas de varios beneficios que tienen estos sistemas. Al encontrar la dirección de llegada de las señales en la estación base y con la utilización de algoritmos es posible hallar la localización del usuario, lo cual sería de gran utilidad en caso de emergencias.

El tema de los Sistema de Antenas es muy amplio y con temas innovadores que van más allá de las expectativas con los respecto a los sistemas de antenas actuales.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Aprobación del Director	ii
Autoría	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimiento	v
Introducción	vi
Contenido	ix
Índice de Tablas	xii
Índice de Gráficas	xiii

CAPÍTULO I

GENERALIDADES

1.1.	Planteamiento del Problema	1
1.2.	Justificación	4
1.3.	Objetivos	4

CAPÍTULO II

INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS INTELIGENTES

2.1. Conceptos Fundamentales de Comunicaciones Móviles	7
2.1.1. Comunicación Móvil	7
2.1.2. Definiciones del Radio Celular	7
2.1.3. Técnicas de Acceso Múltiple	9
2.1.4. Conceptos Fundamentales de Antenas	11
2.1.5. Conceptos Básicos en Propagación de Ondas de Radio	15
2.1.6. Desvanecimiento en un Ambiente Inalámbrico	17
2.1.6.1. Desvanecimiento a Pequeña Escala	18
2.1.6.2. Desvanecimiento a Gran Escala	18
2.2. Análisis de Antenas Inteligentes	21
2.2.1. Sistema de Antena Inteligente	21

2.2.2 Tipos de Sistemas de Antenas Inteligentes	22
2.2.3. Extensión del Rango	23
2.2.4. Tecnología de Antenas Inteligentes	24
2.2.5. Proceso Espacio Temporal	29
2.2.6. Estructura del Proceso Espacial	32
2.3. Red Formadora de Haces Fija	33
2.2.1. Sistema de Haces Conmutados	35
2.4. Sistema de Antenas Adaptativas	37
2.4.1. Algoritmos Adaptativos	39
2.4.2. Ancho de Banda	42
2.5. Determinación del Canal Inalámbrico: Espacio y Temporal	45
2.5.1. Modelo Ray Tracing	47

CAPÍTULO III FILTRO ESPACIAL ÓPTIMO Y ALGORITMOS

3.1.	Impact	o del Trayecto Múltiple sobre el Filtro Espacial Óptimo	55
	3.1.1.	Rendimiento de un Arreglo en Trayecto Múltiple	57
3.2.	Repres	entación de los Arreglos de Antenas Adaptativas	59
3.3.	Algori	tmos Adaptativos	61
	3.3.1.	Algoritmos Adaptativos Ciegos	61
	3.3.2.	Algoritmos de Módulo Constante por Cuadrados Mínimos	66
3.4.	Algori	tmos de la Estimación de Llegada, DoA	66
	3.4.1.	Métodos Convencionales	67
		3.1.4.1. Método de Retardo y Suma	67
		3.1.4.2. Método de Varianza Mínima de Capon	68
	3.4.2.	Métodos de sub espacio	70
		3.2.4.2. Algoritmo MUSIC	70
		3.2.4.2. Algoritmo ESPRIT	72
	3.4.3.	Métodos de Probabilidad Máxima	73
	3.4.4.	Estimación DoA bajo condiciones coherentes de la señal	77

CAPÍTULO IV

SISTEMAS DE LOCALIZACIÓN DE RADIOFRECUENCIA

4.1.	Diferen	ntes Sistemas PL para el hallazgo de Dirección	82
	4.1.1.	Sistemas de posición y localización con Rango Verdadero	83
	4.1.2	Sistemas de posición y localización elíptico	85
	4.1.3.	Sistemas de posición y localización hiperbólicos	86
4.2.	Técnic	as de Estimación del Tiempo Diferencial de Llegada	87
	4.2.1.	Modelo general para la estimación del Tiempo Diferencial de	
		llegada	88
	4.2.2.	Método de Correlación Cruzada Generalizada	90
	4.2.3.	Método para estimación PL hiperbólico	93
4.3.	Medida	as de Posición de localización precisa	96
	4.2.1.	MSE y salto bajo de Crámer Rao (CRLV)	96
	4.2.2.	Probabilidad de Error Circular (CEP)	97

BIBLIOGRAFÍA

GLOSARIO DE TÉRMINOS Y ACRÓNIMOS

ANEXOS

Anexo 1	Estadísticas de Segundo Orden
Anexo 2	Modelo Raleigh
Anexo 3	Simulaciones

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO I GENERALIDADES

1.1.	Comparación entre diferentes generaciones de servicios móviles	1
	CAPÍTULO II	
	INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS INTELIGENTES	
2.1.	Estructura de Células para móviles de Tercera Generación	8
2.2.	Diferentes exponentes de pérdida de trayecto para diferentes	
	ambientes	19
2.3.	Elementos de fase para una matriz Butler de la Gráfica [2.25]	35
2.4.	Resumen de los modelos de canal espaciales	48

CAPÍTULO III

FILTRO ESPACIAL ÓPTIMO Y ALGORITMOS

3.1.	Criterios MSC y Señal de Referencia	51
3.2.	Criterios Máxima Relación a Ruido y LCMV	52
3.3.	Niveles de Potencia de las señales en la respuesta del arreglo	59

CAPÍTULO IV

SISTEMAS DE LOCALIZACIÓN DE RADIOFRECUENCIA

4.1. Funciones de Frecuencia GCC	92
---	----

ÍNDICE DE GRÁFICAS

CAPÍTULO II

INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS INTELIGENTES

2.1.	Celular o Teléfono Móvil	7
2.2.	Celda o Célula Hexagonal con componentes básicos	7
2.3.	Tipos de Células	8
2.4.	Modo de Funcionamiento del acceso FDMA	9
2.5.	Modo de Funcionamiento del acceso TDMA	9
2.6.	Modo de Funcionamiento del acceso SDMA	10
2.7.	Modo de Funcionamiento del acceso CDMA	10
2.8.	Antenas (a) Transmisora (b) Receptora	11
2.9.	Antena Omnidireccional	11
2.10.	Antenas Sectorizadas	12
2.11.	Geometría de una Antena	12
2.12.	Modelo Básico para una Comunicación Inalámbrica	15
2.13.	Antenas Direccional	16
2.14.	Trayecto Múltiple	17
2.15.	Esquema de una Antena Inteligente	21
2.16.	Funcionamiento de una Antena Inteligente	22
2.17.	Tipos de Sistemas de Antena Inteligente	22
2.18.	Arreglo arbitrario de n elementos	25
2.19.	Arreglo lineal espaciado con separación constante	26
2.20.	Caso de múltiples señales incidentes	28
2.21.	Arreglo de Antenas en la Estación Base	30
2.22.	Arreglo basado en el proceso espacial	32
2.23.	Red Procesadora de haces con un procesador del arreglo	33

2.24.	Matriz Butler	34
2.25.	Red Formadora de 8 haces	35
2.26.	Red de Haz conmutado de M haces con M elementos del arreglo	36
2.27.	Sistema de Selección de Diversidad Espacial	36
2.28.	Estructura de un arreglo adaptativo	38
2.29.	Estructura de un sistema adaptativo usando algoritmos ciegos	38
2.30.	Antena cabeza de torre TDMA 1900 de tres sectores	39
2.31.	Arreglo Adaptativo para señales de banda ancha y angosta	43
2.32.	Arreglo de banda angosta de dos elementos	44
2.33.	Canal de propagación de Trayecto múltiple	46
2.34.	Modelo digital de un área de cobertura	49

CAPÍTULO III

FILTRO ESPACIAL ÓPTIMO Y ALGORITMOS

3.1.	Procesador de un arreglo adaptativo	50
3.2.	Señales de Interés y de no Interés	58
3.3.	Modelo Óptimo para 4 elementos de un arreglo lineal	60
3.4.	Estructura de un clásico formador de haces	67
3.5.	Método de Retardo y Suma vs. Método de Capón	70
3.5.	Método MUSIC vs. Método Varianza Mínima de Capón	72
3.5.	MUSIC vs atrás/adelante en trayecto múltiples coherentes	80

CAPÍTULO IV

SISTEMAS DE LOCALIZACIÓN DE RADIOFRECUENCIA

4.1.	Solución de la Localización del hallazgo de dirección en 2D	83
4.2.	Solución de la Localización de posición en 3D	84
4.3.	Solución de la Localización de posición en 2D	85
4.4.	Solución de la Localización hiperbólica	87
4.5.	Círculo de la Probabilidad de error	98

CAPÍTULO I GENERALIDADES

1.1. Planteamiento del Problema

El despliegue de redes de *Tercera Generación* y la convergencia entre informática (*Internet*), microelectrónica y tecnologías inalámbricas han originado una nueva tendencia en el mercado de las telecomunicaciones; los servicios de datos en movilidad en banda ancha. Por lo cual se están presentando nuevas tecnologías que intentan ampliar las posibilidades, que pueden posicionarse como alternativas a la banda ancha fija.

CRITERIO	PRIMERA GENERACIÓN	SEGUNDA GENERACIÓN	TERCERA GENERACIÓN
Servicios	Voz	Voz y Mensajería Corta	Voz y Datos
Calidad de Servicio (QoS)	Baja	Alta	Alta
Nivel de Estandarización	Baja	Fuerte	Fuerte
Velocidad de Transmisión	Baja	Baja	Alta
Tipo de Conmutación	Circuitos	Circuitos	Paquetes (IP)

Tabla 1.1. Comparación entre diferentes generaciones de servicios móviles

Las antenas utilizadas en la actualidad por las diferentes operadoras son omnidireccionales o sectorizadas.

En el caso de usar *antenas omnidireccionales*, la señal para un usuario específico llega con solo un pequeño porcentaje de toda la potencia enviada al ambiente, ya que en el trayecto se dispersan las señales. La potencia desperdiciada se vuelve interferencia para otros usuarios u otras estaciones bases en otras células; lo que incide es que se vea reducida la *proporción de la señal a ruido*, (*S/N signal to noise*), dando como resultado una señal débil.

Para las aplicaciones del canal ascendente *(usuario a estación base)*, las antenas omnidireccionales no ofrecen la ganancia preferencial para las señales de usuarios que solicitan servicio. Además un solo elemento de antena no puede rechazar señales interferentes ni las de trayecto múltiple que provocan interferencia.

Mientras que las *antenas sectorizadas* proporcionan un incremento de ganancia por encima del rango restringido del azimut comparado a una antena omnidireccional; sin embargo no es suficiente con el incremento del número de usuarios.

Aunque las *antenas sectorizadas* multiplican el uso de canales, no superan las desventajas de transmisión con respecto a una antena de omnidireccional normal como es la interferencia por canal compartido. Por ello, es necesario un nuevo sistema de antenas para satisfacer las necesidades de capacidad y mejoramiento en la calidad de servicio.

A medida que la tecnología avanza se ha continuado implementando sistemas con de antenas incluyendo inteligencia, pero muy baja. A continuación se describen antenas en función de beneficios e incremento de inteligencia.

- <u>Diversidad Conmutada.</u> Usa la antena con mayor rendimiento. Estos sistemas reducen los efectos negativos del desvanecimiento de la señal, no incrementan la ganancia y sólo una antena se usa en un momento determinado.
- <u>Diversidad Combinada</u>. Corrige el error de la fase entre dos señales de trayecto múltiple y combina eficazmente la potencia de ambas señales para producir ganancia. Otros sistemas de diversidad, combinan las salidas de todas las antenas para aumentar al máximo la proporción de señal a ruido (*signal to noise*, S/N).

Pero en ambientes de alta interferencia, la estrategia simple de dar a la señal más fuerte o extraer la potencia de la señal máxima de las antenas es claramente inapropiada porque da como resultado la recepción clara de una interferencia en lugar de la señal deseada.

Además la distribución del ángulo de llegada de las señales de trayecto múltiple se presenta con distribuciones uniformes, lo cual no es válido para diferentes

entornos, teniendo la necesidad de realizar un canal inalámbrico que tenga características espaciales y reales.

Cuando las señales se propagan espacialmente encuentran señales de interferencia y si las señales de interferencia y las deseadas ocupan la misma banda de frecuencias el filtrado temporal usado por la mayoría de operadoras no es capaz de separar la señal de interferencia, sin poder anular dichas componentes para mejorar la señal deseada.

Además siendo el espectro es un recurso limitado, la capacidad del sistema es un desafío primario para los diseñadores de la red inalámbricos actuales, tomando en cuenta los siguientes puntos:

- Incremento de la capacidad y confiabilidad.
- Reducción de potencia de transmisión.
- Reducción de la propagación del Trayecto Múltiple.
- Reducción del nivel de interferencia.

Entre algunas de las consecuencias al no implementar un sistema mejorado de antenas para comunicaciones móviles se vería afectada en los siguientes parámetros:

- La capacidad se ve incrementada dando mayores gastos asociados al despliegue y mantenimiento de la red.
- El desvanecimiento por trayecto múltiple continuaría degradando las prestaciones del canal de comunicaciones en vez de mejorarlos
- La dispersión temporal de la señal recibida, debida de nuevo al múltiple trayecto, que provoca un aumento de la interferencia entre símbolos.
- Duración baja de las baterías de los celulares

Estas limitaciones tienen su origen en el hecho de que en los sistemas actuales de comunicaciones móviles; los canales de tráfico se transmiten a través de antenas omnidireccionales o bien sectorizadas con su carácter eminentemente punto a punto.

1.2. Justificación

Las principales ventajas que ofrece la tecnología de antenas inteligentes se ver reflejada en las siguientes ventajas potenciales:

- Con un arreglo de antenas inteligentes con respecto a una antena sectorial u
 omnidireccional, se puede incrementar el radio celular instalando un menor
 número de estaciones base por unidad de área, lo que supone un ahorro en los
 costos asociados al despliegue y mantenimiento de la red.
- Una antena adaptativa produce un aumento en la relación señal a interferencia, por el efecto conjunto de cancelación de los usuarios interferentes y el aumento en el nivel de la señal deseada.
- La selectividad espacial que proporciona y permite distinguir las señales interferentes, proveniente de otros usuarios, con esto se logra hacer insensible a la antena receptora hacia esas direcciones y evitar que esas señales sean procesadas en el sistema de recepción.
- La mejor selectividad espacial de la antena, permite a la estación base discriminar las señales de usuarios interferentes a favor de la señal del móvil deseado (*en el caso del enlace ascendente*) reduciendo el nivel de interferencia, el mismo que reduce la tasa de error, la que aumenta la calidad de la transmisión de la información.

La introducción de nuevos servicios serían posibles, tales como: radiolocalización en llamadas de emergencia, tarifación geográfica, publicidad de servicios cercanos, información de lugares turísticos, gestión avanzada de flotas entre otros.

A pesar de las ventajas comentadas, el despliegue de antenas inteligentes en los sistemas de comunicaciones móviles no ha sido una realidad. En parte, este hecho se deriva de que no se ha podido cuantificar ni valorar el impacto de la antena inteligente sobre la red aparte que el costo es muy alto.

1.3. Objetivos

1.3.1. General

Estudiar las antenas inteligentes ayudará a entender el mejoramiento de Comunicaciones Móviles de Tercera Generación

1.3.2. Específicos

- **1.3.2.1.** Analizar los sistemas de antenas inteligentes para incrementar la capacidad y confiabilidad del servicio de comunicación celular
- **1.3.2.2.** Evaluar si la potencia de transmisión, propagación múltiple trayecto y el nivel de interferencia se ven reducidos empleando antenas inteligentes
- **1.3.2.4.** Indagar qué tipo de algoritmos se pueden crear con antenas inteligentes.

Los sistemas de antenas inteligentes proveen solución a los objetivos planteados lo cual es objeto de análisis en la presente tesis y es desarrollada en los capítulos posteriores de los cuales se realiza una efimera síntesis.

El <u>Capítulo II</u>. "<u>Introducción a las Antenas Inteligentes</u>" da una breve introducción sobre los conceptos básicos de Comunicaciones Móviles. Analiza los sistemas de antenas inteligentes, su clasificación y como difiere su inteligencia; así como se ve sus propiedades evaluando: capacidad y ruido. Como se forman los haces dirigidos hacia el deseado. Existen muchos tipos de canales, sin embargo los sistemas de antenas inteligentes proveen un modelo de canal de radiofrecuencia innovador.

El <u>Capítulo III</u>. "<u>Filtro Espacial Óptimo y Algoritmos</u>" describe los filtros espaciales y adaptan las señales de trayecto múltiple para mejorar la señal en vez de distorsionarla. Los algoritmos se basan en el estudio matemático de la *Dirección de Llegada* en base a las señales de trayecto múltiple y el efecto Doppler, los mismos que pueden ser mejorados.

El <u>Capítulo IV.</u> "<u>Sistemas de Localización de radiofrecuencia</u>" describe los sistemas que pueden localizar a los móviles; existen numerosos sistemas utilizan técnicas de estimación para indagar de donde proviene la señal de interés del usuario deseado basado en técnicas geométricas.

El <u>*Capítulo V.*</u> "<u>*Conclusiones y Recomendaciones*</u>" puntualiza tanto los beneficios y ventajas y algunas sugerencias para mejorar los Sistemas de Antenas Inteligentes.

CAPÍTULO II

INTRODUCCIÓN A LAS ANTENAS INTELIGENTES

2.1. Conceptos fundamentales de Comunicaciones Móviles

2.1.1. Comunicación Móvil

La comunicación móvil transfiere información usando ondas electromagnéticas a través de la atmósfera en lugar de usar cables utilizando un tipo de modulación.



Gráfica 2.1. Celular o Teléfono Móvil

Sin embargo la *naturaleza exige* un precio por usar el medio inalámbrico ya que es susceptible a la interferencia *(de los usuarios)*, ruido, obstáculos y trayecto múltiple. Estos *impedimentos producen* atenuación, retardo e incluso distorsión completa de la señal transmitida. Es más, estas dificultades del canal cambian con el tiempo de manera imprevisible debido al movimiento del usuario.

2.1.2. Definiciones del radio celular

Un área de geográfica llamada área de cobertura se divide en *celdas o células*. La forma de la célula que más se adapta a un sistema celular: es hexagonal porque así se evitan los solapamientos y espacios vacíos y el radio de la célula es aproximadamente el radio del círculo que lo circunscribe.



Gráfica 2.2. Celda o Célula Hexagonal con componentes básicos

Tomando en cuenta ciertos parámetros las células se clasifican en:

<u>Macro – Células</u> Celdas grandes utilizadas para áreas dispersas. Cubren áreas de kilómetros con cada estación base

<u>*Micro – Células*</u> Celdas pequeñas, proveen incremento de capacidad con el espaciado entre células de cientos de metros a kilómetros.

<u>*Pico – Células*</u> Celdas muy pequeñas usadas para proveer extremadamente alta capacidad en interiores y áreas de alto tráfico de peatones.



Gráfica 2.3. Tipos de células.

<u>Celdas Selectivas</u> Son celdas con una forma particular de cobertura, por ejemplo en un túnel solamente necesita una cobertura de *120°*, no de 360°.

<u>Celdas Paraguas</u> Se da cuando se realizan varios *handoffs* entre diferentes celdas vecinas ó la velocidad del móvil es muy alta, por tanto el móvil es manejado por la celda paraguas.

TIPO DE CÉLULA		APLICACIÓN			
Celdas Paraguas	Cientos de kilómetros	▲ Satélite Móvil			
		▲ Soporta los picos de tráfico			
Macro Células	1 km. – 20 km	🔺 Autopistas			
		[▲] Áreas suburbanas			
Micro Células	100 m – 1 km.	Ciudades y áreas urbanas			
Pico Células	< 100m.	▲ En edificios (oficinas, casas, etc.)			

Tabla 2.1. Estructura de Células para móviles de Tercera Generación

Todas las redes inalámbricas trabajan con un flujo de comunicaciones bidireccional. Por ello las comunicaciones tienen lugar de la siguiente forma:

- La transmisión desde la estación base al terminal móvil corresponde al sentido de funcionamiento hacia delante (de ida) o del canal descendente (forward channel) de la comunicación y utiliza el enlace descendente.
- La transmisión desde el terminal móvil a la estación base corresponde al sentido de funcionamiento hacia atrás (de retorno) o del canal ascendente (<u>reverse</u> <u>channel</u>) de la comunicación y utiliza el enlace ascendente.

2.1.3 Técnicas de Acceso Múltiple

El crecimiento continuo del número de usuarios de sistemas de comunicaciones móviles ha provocado la necesidad de aumentar la capacidad al más alto nivel posib

tercer

Acceso Múltiple por División de Frecuencias (FDMA)

FDMA

da conversación

establecidos en frecuencia. Mientras que un usuario celular se prepara para efectuar o recibir una llamada explora y se selecciona un par de frecuencias para todo el tiempo que dure la llamada. El espectro se subdivide en canales individuales de *30 KHz*.



Gráfica 2.4. Modo de Funcionamiento del acceso FDMA

Acceso Múltiple por División de Tiempo (TDMA)

TDMA, (Time Division Multiple Access) es diferente debido a que las transmisiones seorganizan en tramas (frames) de cierta duración. Las tramas se dividen en intervalosde tiempo (time slots)se asigna a un intervalo determinado y sólo se lepermite ocupar el canal en ese único momento.



Gráfica 2.5. Modo de Funcionamiento del acceso TDMA

GPRS, siglas de *General Packet Radio Service*, servicio general de paquetes por radio de tercera generación, es un estándar de comunicaciones inalámbricas basado en la conmutación de paquetes de datos sobre la misma red *GSM* siglas de *Global System for Mobile Communications*, Sistema Global de Comunicaciones móviles de la telefonía celular digital de segunda generación, con modificaciones que implican una mayor velocidad y un mayor ancho de banda. Ambas tecnologías son implementadas con *TDMA*, pero con formatos diferentes para los intervalos de tiempo.

Acceso Múltiple por División de Espacio (SDMA)

SDMA, *(Spatial Division Multiple Access)* asigna un segmento del espacio para transmitir, señales electromagnéticas, es decir se separa el espacio de transmisión, usando antenas direccionales. De esta forma se puede asignar la misma frecuencia a otros transmisores en la misma región geográfica.



Gráfica 2.6. Modo de Funçãonamiento del acceso SDMA

Acceso Múltiple por División de Código (CDMA)

La técnica de múltiple acceso *CDMA*, *(Code Division Multiple Access)*, utiliza la Tecnología de *Espectro Ensanchado* es un tipo de modulación de radiofrecuencia que utiliza señales de transporte cuya anchura de banda es intencionalmente mucho mayor que la información transportada tal que su nivel de energía o amplitud es muy cercana al nivel de ruido.



Gráfica 2.7. Modo de Funcionamiento del acceso CDMA

2.1.4. Conceptos Fundamentales de Antenas

Antena

Una antena de radio emisora convierte las corrientes y tensiones eléctricas creadas por un transmisor en ondas electromagnéticas que se radian al espacio. También será una antena la que capte tales ondas y las reconvierta en corrientes y tensiones que pueda procesar el receptor.



Gráfica 2.8. Antenas: (a) Transmisora (b) Receptora

Para comunicaciones móviles generalmente las antenas más usadas se describen a continuación:

Antenas Omnidireccionales Este tipo de antena radia en todas las direcciones; la señal para un usuario específico llega con solo un pequeño porcentaje de toda la potencia enviada al ambiente, ya que en el trayecto se dispersan las señales.

La potencia desperdiciada se vuelve interferencia para otros usuarios u otras estaciones bases en otras células; lo que incide es que se vea reducida la relación señal a ruido, (S/N signal to noise), dando como resultado una señal débil.



Antenas Sectorizadas Una única antena construida para tener cierta transmisión preferencial y direcciones de recepción fijas. Como una alternativa se añaden nuevos sitios de transmisión: varias torres de antenas convencionales se reparten, o sectorizan las células como se muestra en la *Gráfica 2.10*.



Gráfica 2.10. Antenas Sectorizadas

Análisis Geométrico de una Antena

En cualquier sistema inalámbrico, las antenas son usadas en cada *extremo* del enlace. A pesar que la tecnología ha *reducido los sistemas de antenas*, hay un número de conceptos los cuales son *comunes* en todos los tipos de antenas.



Gráfica 2.11 Geometría de una antena

Analizando la Gráfica 2.11, la señal con una potencia, P_t , en un tiempo promedio: alimenta a la antena. La antena radia su potencia en todas las direcciones. La dirección se da por una coordenada polar (θ, ϕ) . El vector r en el plano x - y tiene un ángulo θ entre el eje z y r.

Densidad de Potencia

La densidad de potencia en una *dirección particular* (θ, ϕ) , esta denotado por $U(\theta, \phi)$. Si la antena tiene pérdida baja y está perfectamente acoplada, la potencia P_t , que fluye en la antena y radiará en dirección radial.

En este caso, la potencia total transmitida en todas las direcciones se denota como:

$$P_t = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$
[2.1]

La densidad de potencia promedio, U_{prom}, es

$$U_{prom} = \frac{P_t}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \qquad [2.2]$$

Si la antena transmite su potencia en forma equitativa en todas las direcciones, $U(\theta, \phi)$ será igual a U_{prom} , y la antena se llama *isotrópica*. Las *antenas isotrópicas* son útiles para propósitos analíticos, pero en la práctica transmiten mayor potencia en una dirección que en otras. La máxima densidad de potencia, U_m , para la antena es:

$$U_m = \max_{\theta,\phi} \{ U(\theta,\phi) \}$$
 [2.3]

<u>Eficiencia</u>

Se define como *la relación* entre la potencia radiada y la potencia total entregada a la antena.

$$\eta = \frac{P_{radiada}}{P_{total \ entregada}}$$

Ganancia de una Antena

Definimos la ganancia de una antena tomando en cuenta la isotrópica:

$$G(\theta, \phi)_{[dBi]} = \eta \frac{U(\theta, \phi)}{U_{prom}}$$
[2.4]

donde:

$$\eta$$
 eficiencia de la antena

 $G(heta, \phi)$ ganancia de la antena o patrón de potencia de la antena

El máximo valor de una ganancia es:

$$G(\theta,\phi) = \eta \frac{U_{\max}}{U_{prom}} = \eta \frac{4\pi}{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} U(\theta,\phi) \sin \theta d\theta d\phi}$$
^[2.5]

Cuando es asignado un *valor a la ganancia* de una antena, se refiere a la ganancia máxima.

La Potencia Radiada Isotrópica Efectiva (PIRE) viene definida como:

$$P_{PIRE} = P_t G = 4\pi\eta U_m$$
[2.6]

El *PIRE* es la *cantidad de potencia* que se requiere, usando una antena isotrópica, para producir la *misma densidad de potencia* en todas las direcciones.

A una distancia *r* de la antena, en una dirección (θ, ϕ) , la *potencia disponible en un* área *A*, es:

$$P_r(\theta,\phi) = \frac{G(\theta,\phi)P_tA}{4\pi r^2}$$
[2.7]

En la dirección de la *máxima ganancia* la potencia total disponible en un *área* A, a una *distancia r*:

$$P_r = \frac{GP_t A}{4\pi r^2} = \frac{A}{4\pi r^2} P_{PIRE}$$
[2.8]

La *máxima ganancia* de una antena expresada en términos de su *dimensión de apertura* máxima A_m es:

$$G = \eta \frac{4\pi}{\lambda^2} A_m$$
 [2.9]

donde

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

у,

 λ longitud de onda

c velocidad de la luz equivalente a 3×10^8 m/s

f frecuencia de la Portadora en [Hz]

Por tanto, para la *dimensión de la antena*, o una apertura máxima A_m , su ganancia se verá incrementada por el *cuadro de frecuencia*, por lo que la apertura efectiva $A_e = \eta A_m$, se usa frecuentemente en:

$$A_e = \eta \frac{\lambda^2 G}{4\pi}$$
 [2.10]

2.1.5. Conceptos Básicos en Propagación de Ondas de Radio

En el enlace inalámbrico mostrado en la *Gráfica 2.12*. El <u>transmisor</u> produce una *señal* con una *potencia* en un tiempo promedio P_t , usando una *ganancia* G_t . El <u>receptor</u>, el cual está a una *distancia d* del transmisor y con una *ganancia* en su antena G_r .



Las antenas del transmisor y receptor tienen *línea de vista*. Luego usando la ecuación [2.7], la *potencia disponible* en la antena es:

$$P_r = \frac{G_t P_t A_e}{4\pi d^2}$$
[2.11]

donde:

 A_e apertura efectiva de una antena receptora.

De la ecuación anterior la potencia puede ser expresada como:

$$P_{r} = \frac{\lambda^2 G_t G_r P_t}{\left(4\pi d\right)^2}$$
[2.12]

Esta expresión se llama : *Ecuación de Friis' de un Enlace en el Espacio Libre*. Pese a que la potencia de transmisión y recepción son dados en [*Vatios*], la longitud de onda en [*metros*]; lo conveniente es trabajar en decibeles.

$$P_{r}[dBm] = P_{t}[dBm] + G_{t}[dBi] + G_{r}[dBi] - 20\log\left(\frac{4\pi f[Hz]}{c}\right) - 201 \ \text{[2.13]}$$

donde

 $\begin{array}{ll} log (x) & logaritmo \ de \ x \ en \ base \ 10 \\ c & 3x 10^8 \ m/s \end{array}$

Sin embargo *potencia de recepción* expresada en *Vatios* puede ser expresada en *dBm* de la siguiente forma:

$$P_r\left[dBm\right] = 10 \log\left(\frac{P[W]}{1mW}\right) = 10 \log\left(P[W]\right) + 30 \qquad [2.14]$$

El término *dBi*, se refiere a la ganancia de una antena, en *dB*, relativo a una *antena isotrópica*.

De la ecuación [2.13], dado que $U_m = U_{prom}$ para una *antena isotrópica*, si una antena tiene *menos pérdida*, la *ganancia* de una antena isotrópica $G_{iso} = 1$. Por tanto, la *ganancia de una antena* con respecto a una *antena isotrópica* es:

$$G[dBi] = 10\log\left(\frac{G}{G_{iso}}\right) = 10\log(G)$$
[2.15]

La ecuación [2.13] tiene *importantes puntos* en los *sistemas de comunicaciones móviles*. Un enlace de radio, debe cumplir con ciertos parámetros para un rendimiento adecuado:

- > Mínimo nivel de potencia de recepción, P_r disponible en el receptor.
- > Distancia adecuada, d, entre transmisor y receptor
- > Frecuencia de operación adecuada, f.

Uno de los métodos para *incrementar la potencia de recepción* es ampliar la potencia de transmisión P_t . Mas si el transmisor es un *móvil*, el incremento de potencia de transmisión *disminuye la duración de la batería*, y la potencia alta de transmisión llega a ser costosa y voluminosa.



Gráfica 2.13. Antena Direccional.

Pero en la práctica las antenas de los móviles deben proveer un rendimiento uniforme, a pesar de la orientación de la antena o del usuario, pero se usan con frecuencia las antenas no direccionales que tienen baja ganancia. Las *estaciones base* usan antenas convencionales. La ganancia aproximada es de *16 a 20 dBi*, debido que las estaciones base que usan antenas convencionales suministran potencia adecuada para cubrir un área de cobertura; mientras que los sistemas de *Antenas Inteligentes* ofrecen mejoras debido a sus modelos de *antenas dinámicas*. Existen limitaciones y suposiciones de la *Ecuación de Friis' de un Enlace en el Espacio Libre*, la misma que se aplica solo en el espacio libre.

La ecuación [2.13] no toma en cuenta el trayecto múltiple u obstrucciones entre transmisor y receptor, para ello, se puede generalizar la ecuación de *Friis* ' como:

$$P_r = P_t + G_t + G_{r_s} - L_p$$
[2.16]

donde

L_p pérdida de trayecto entre transmisor y receptor.

2.1.6. Desvanecimiento en un Ambiente Inalámbrico

La existencia de una *línea de vista directa* entre el transmisor y receptor es altamente requerida. Sin embargo en la práctica, la señal transmitida llega hacia el receptor por diferentes trayectos con diversos retardos de tiempo creando un *trayecto múltiple* como se muestra en la *Gráfica 2.14*.

La fluctuación a corto plazo en la amplitud de la señal causada por trayectos múltiples se llama: *desvanecimiento a pequeña escala*. Por otro lado, la variación a largo plazo en el nivel de la señal promedio se llama: *desvanecimiento a gran escala*.



Gráfica 2.14. Trayecto Múltiple

El desvanecimiento a gran escala es también conocido como *sombreado ó shadowing*, puesto que estas variaciones afectan el nivel de la señal promedio y son

causadas cuando el móvil se encuentra en la sombra provocada por los objetos circundantes como edificios y colinas.

2.1.6.1. Desvanecimiento a Pequeña Escala

El desvanecimiento a pequeña escala es una característica de la propagación de radio, es un resultado debido a *reflexiones* y *dispersiones* que generan *múltiples versiones de la señal transmitida* que llega hacia el receptor, cada una distorsionada en *amplitud, fase* y *ángulo de llegada.*

Existen varios modelos del desvanecimiento a pequeña escala, entre ellos los más relevantes se dan por:

Distribución Rayleight La señal viene de diferentes direcciones y no existe línea de vista. Ver Simulación 1 de la sección Anexos.

<u>Distribución Rician</u> La señal tiene una componente de recepción, común en los sistemas de micro – células. Ver Simulación 2 de la sección Anexos.¹

2.1.6.2. Desvanecimiento a Gran Escala

Un desvanecimiento a gran escala se da por pérdidas graduales de potencia de la señal recibida (*desde que se propaga en todas las direcciones*) entre un transmisor y receptor a una distancia de separación. A continuación se presentan los diferentes *modelos de desvanecimiento a gran escala:*

Modelo de pérdida de Trayecto (por distancia logarítmica)

Los modelos de propagación basados en *medidas* indican que la potencia de la señal recibida es *reducida por un logaritmo* de la distancia entre transmisor y receptor.

El promedio de la *pérdida de trayecto* a gran escala para una separación arbitraria entre el transmisor y receptor es expresada en función de la distancia usando un *exponente de pérdida de trayecto*, *n*

¹PRABHU – SHANKAR. "Simulation of Flat Fading Using MATLAB for Classroom Instruction." [PRA00]

$$\overline{PL}(d) \propto \left(\frac{d}{d_0}\right)^n$$
 [2.17]

$$\overline{PL}(d)_{dB} = \overline{PL}_{dB}(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right)$$
[2.18]

donde :

n Exponente de pérdida de trayecto

*d*₀ *Distancia de referencia cercana al transmisor.*

d Es la distancia de separación entre transmisor y receptor.

Las barras en las ecuaciones anteriores denotan el promedio de todos los valores de pérdida de trayecto posible para un valor dado de d.

AMBIENTE	n	σ [dB]
Espacio Libre	2	0
Área Urbana de Radio Celular	2.7 a 3.5	10 - 14
Radio Celular em área de sombra	3 a 5	11 – 17
En edificios con línea de vista	1.6 a 1.8	4 – 7
Con obstrucción de edificios	4 a 6	5 - 12
Con obstrucción de fábricas	2 a 3	6-9

Tabla 2.2. Diferentes exponentes de pérdida de trayecto para diferentes ambientes

El modelo de pérdida de trayecto en una escala logarítmica es una línea recta con una inclinación igual a 10n por década. Donde el *valor de n* depende de una ambiente de propagación específico como se observa en la *Tabla 2.2* y en la *Simulación 2* de los *Anexos*. Es importante seleccionar una *distancia referencia*, d_0 , en el espacio libre que es apropiado para un ambiente de propagación.

Modelo empírico de pérdida de Trayecto (por sombra logarítmico)

La pérdida de trayecto $\overline{PL}(d)$ en una localización particular es distribuida en forma logarítmica *(dado en dB)* con un valor dependiente de la distancia. Por tanto podemos expresar la pérdida de trayecto como:

$$PL(d) = \overline{PL}(d) + X_{\sigma} = \overline{PL}(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_{\sigma}$$
[2.19]

y

$$P_r(d) = P_t - \overline{PL}(d) - X_\sigma + G_t + G_r$$
^[2.20]

donde:

 X_{σ} Variable aleatoria de una distribución Gaussiana [dB] con una Desviación estándar, σ , dada en [dB].

Una distribución logarítmica normal describe los efectos de una *sombra aleatoria* los cuales ocurren sobre diferentes localizaciones las cuales tienen la *misma distancia de separación* entre transmisor y receptor, con *diferentes niveles de desorden* en la propagación del trayecto.

Este fenómeno se llama *sombra logarítmica normal*, el mismo que implica que los niveles de la señal medida en una distancia específica entre transmisor y receptor tengan una *Distribución Normal Gaussiana* sobre la distancia dependiente que se ve en la ecuación [2.18], donde los niveles de la señal medida tienen valores en unidades de *dB*. La *desviación estándar* de la Distribución Gaussiana que describe la sombra también tiene unidades en *dB*.

Tomando en cuenta: la distancia de referencia d_0 , el exponente de la pérdida de trayecto *n*, y la desviación estándar σ : ambas estadísticamente describen que el modelo de pérdida de trayecto para una *localización arbitraria* con una separación específica entre transmisor y receptor, este modelo puede ser usado en una simulación para *proveer* los niveles de la potencia de recepción para localizaciones aleatorias para el *diseño* y *análisis de sistemas de comunicación*.

El valor de $\overline{PL}(d_0)$ en [2.19] se basa en *medidas cercanas* o *suposiciones en el espacio libre* desde el transmisor a d_0 . Un ejemplo de como el exponente de la pérdida de trayecto es determinado de datos medidos, normalmente en dB, que depende de la distancia, así $P_r(d)$, y la función Q o función de error *(erf)* debe ser usado para *determinar la probabilidad* que el *nivel de la señal del receptor* excederá (o decae) en un nivel particular. La función Q se define como:

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{1}{2} \left[1 - erf\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)\right]$$
[2.21]

donde:

$$Q(z) = 1 - Q(-z)$$
 [2.22]

La probabilidad que el nivel de la señal recibida *exceda* un cierto valor γ puede ser calculada de la función de densidad acumulada como:

$$P_r[P_r(d) > \gamma] = Q\left(\frac{\gamma - \overline{P_r(d)}}{\sigma}\right)$$
[2.23]

Similarmente, la probabilidad que el nivel de la señal recibida sea *por debajo* de γ es dado por:

$$P_r[P_r(d) < \gamma] = Q\left(\frac{\overline{P_r(d)} - \gamma}{\sigma}\right)$$
[2.24]

La sombra usualmente se toma en cuenta para determinar un *margen de enlace* que es requerido para conseguir *cierta probabilidad de cobertura*

2.2. Análisis de Antenas Inteligentes

2.2.1. Sistema de Antena Inteligente

Un sistema de antenas inteligentes es la unión de un arreglo de antenas con un procesador digital de señales *(DSP, Digital Signal Processor),* es capaz de generar o seleccionar *haces muy directivos* enfocados hacia el *usuario deseado*, tanto en el enlace de subida y de bajada; minimiza el impacto del ruido e interferencia para cada usuario y estación base.



Gráfica 2.15. Esquema de una Antena Inteligente

En otros términos, el sistema puede cambiar la direccionalidad de sus modelos de radiación automáticamente en contestación a su ambiente señalado.



Gráfica 2.16. Funcionamiento de una Antena Inteligente

2.2.2. Tipos de Sistemas de Antenas Inteligentes

Para su clasificación se toma en cuenta varios aspectos como: arreglo fasado, proceso espacial, formador de haces digital *(beamforming digital²)*, sistemas de antenas adaptables, y otros. Entre ellos tenemos:

- > Sistema de Haz Conmutado
- > Sistema de Haz de Seguimiento
- > Sistema de Haz Adaptativo

Estos sistemas comparten características similares de hardware y se distinguen principalmente por su inteligencia *(algoritmos)*. Para procesar la información que es direccionalmente sensible requiere una serie de elementos de antena *(típicamente de 4 a 12 elementos)*; las entradas son combinadas para controlar la señal de transmisión.



Sistema de Haz Conmutado

Un sistema de haz conmutado es la técnica más simple. El sistema radiante genera varios haces fijos, cada uno de ellos apuntando en una dirección distinta, de modo que entre todos cubren toda la zona deseada.

 $^{^{2}}Beam$ forming queda definido como un procesador junto a un arreglo de antenas para proveer una forma versátil un filtrado espacial
La inteligencia del sistema se encarga de seleccionar el haz que mejor servicio da a cada usuario en particular en función de parámetros de control.

Sistema de Haz de Seguimiento

Un sistema de haz de seguimiento es más complejo que el anterior. Requiere el uso de un arreglo progresivo; es decir, un arreglo en el que se pueden controlar electrónicamente las fases con las que se alimentan los distintos elementos, de modo que puedan modificarse a voluntad la dirección en la que apunta el lóbulo principal de la antena.

A su vez, es necesario utilizar algún algoritmo de la dirección de llegada (*DoA*, *Direction of Arrival*), de modo que pueda reorientarse dinámicamente el haz para apuntar al usuario deseado.

Sistema de Haz Adaptativo

El sistema de haz adaptativo adquiere el máximo nivel de inteligencia con que se podría dotar al sistema. En este caso la salida, de cada elemento del arreglo se pondera con un factor de peso cuyo valor se asigna dinámicamente, de modo que se conforma el diagrama de radiación para maximizar algún parámetro de la señal.

2.2.3. Extensión de Rango

La *cobertura*, o *área de cobertura*, es simplemente el área en que la comunicación entre un móvil y la estación base es posible, mientras que *capacidad* es una medida del número de usuarios que un sistema puede apoyar en una área dada.

La potencia de recepción en el enlace de subida de un móvil en la estación base está dada por:

$$P_r = P_t + G_s + G_b - PL$$

$$[2.25]$$

donde

P_r	Potencia de recepción den la estación base
P_t	Potencia transmitida por el usuario
G_s	Ganancia de la antena del móvil
G_{b}	Ganancia de la antena de la Estación Base

En el enlace de subida, un nivel de potencia mínimo se necesita en la estación base, P_{rmin} , al incrementar la ganancia de la estación base, G_b ; el enlace soporta una *mayor pérdida de trayecto, PL*. Usando la ecuación [2.18], tenemos:

$$PL(d) = \overline{PL}(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + x_{\sigma}$$

Por tanto, al incrementar una pérdida de trayecto tolerable se incrementa el rango de recepción, *d*, de la estación base. Por *ejemplo* al usar una antena omnidireccional, en una estación base particular puede cubrir una área de $A_{c,omnidireccional}=100 \text{ Km}^2$, pérdida de trayecto para el canal ha sido moderada y puede aproximarse a una pérdida exponencial de trayecto n=3.5. El sistema de antenas inteligentes proporciona una ganancia adicional a los 6 *dB*, entonces basado en [2.25], el sistema puede cubrir un área dada por:

$$A_{c,inteligente} = A_{c,omnidireccional} \left(\frac{G_{inteligente}}{G_{omnidireccional}} \right)^{\frac{2}{\gamma}}$$
[2.26]

O en este caso,

$$A_{c,intelligente} = 100 \cdot \left(\frac{8dB}{2dB}\right)^{\left(\frac{2}{3.5}\right)} = 220.8km^2$$

El incremento del área es de un 150 % más que el área cubierta por una antena omnidireccional.

Si nuevos usuarios son incrementados a una red celular, la capacidad del sistema tiene que ser desarrollada, subdividiendo las células. Las antenas inteligentes disminuyen este problema ampliando el tamaño de las células antse usas, aunque el costo de implementar estos sistemas es alto sobre las tecnologías convencionales.

2.2.4. Tecnología de Antenas Inteligentes

Un arreglo de antenas consiste en un conjunto de elementos de antena que se encuentran distribuidos espacialmente en lugarse conoces con respecto a un único punto de referencia fijo. El patrón de radiación del arreglo está determinado por el patrón de cada uno de los elementos individuales, su orientación y sus posiciones relativas en el espacio, y finalmente los cambios que se les haga a la amplitud y a la fase de la onda incidente.

Las antenas inteligentes usan un arreglo de antenas de baja ganancia la cual es conectada en una sola red. La geometría de un arreglo arbitrario de *n* elementos para determinar la *Dirección de Llegada, (DoA, Direction of Arrive),* de una onda plana incidente se modela en la *Gráfica 2.18*.



Gráfica 2.18. Arreglo arbitrario de n elementos

donde

φ ángulo azimut

θ

ángulo de elevación de una onda plana incidente de un arreglo.

Para simplificar el análisis del arreglo de antenas se toma en cuenta las siguientes consideraciones:

- El espacio entre los elementos de antena debe ser lo suficientemente pequeño para que no exista una variación de amplitud entre las señales receptadas de diferentes elementos.
- No debe existir acoplamiento mutuo entre los elementos.
- Todos los campos incidentes pueden ser descompuestos en un número discreto de ondas planas, ya que existe un número finito de señales.
- El ancho de banda de la señal incidente de un arreglo es más pequeño comparado con la frecuencia de la portadora.

Para una onda plana incidente sobre el arreglo de antenas con una dirección (θ, ϕ) , la *diferencia de fase* entre la componente de la señal incidente sobre el elemento del arreglo *m* y un elemento de referencia en el origen esta dado por:

$$\Delta \Psi_m = \beta \Delta d_m = \beta \left(x_m \cos \phi \sin \theta + y_m \sin \phi \sin \theta + z_m \cos \theta \right)$$
[2.27]

donde:

 $\beta = 2\pi/\lambda$ factor de propagación de fase. λ longitud de onda

Un arreglo consiste en *varios elementos de antena* distribuidos en cualquier modelo; sin embargo *en la práctica*, los arreglos frecuentemente son llevados a cabo como:

- Lineales con separación constante
- Circulares y uniformes
- Arreglo plano con separación constante
- Polarizados con elementos de baja ganancia orientados en la misma dirección.

Un arreglo lineal con separación constante con *M* elementos, va a lo largo del eje *x*, cada elemento espaciado en Δx , ilustrado en la *Gráfica 2.19*.



Gráfica 2.19. Arreglo lineal espaciado con separación constante

Una onda plana incidente sobre un arreglo con ángulo (θ, ϕ) relativo al eje del arreglo.

La modulación de una onda plana se representa usando una envolvente compleja de banda base s(t), Se asume que todos los elementos del arreglo son antenas isotrópicas sin que se vean afectadas por el ruido, las cuales tienen una ganancia uniforme en todas las direcciones y un factor de peso w_m .

Usando la ecuación [2.27], para $x_m = m\Delta x$, la señal recibida en un elemento de antena *m* en un arreglo lineal con separación constante es:

$$u_m(t) = As(t)e^{-j\beta m\Delta d} = As(t)e^{-j\beta m\Delta x \cos\phi sen\theta}$$
[2.28]

donde:

A constante de ganancia arbitraria

La respuesta del arreglo queda definida por z(t):

$$z(t) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m u_m(t) = As(t) \sum_{m=0}^{M-1} w_m e^{-j\beta m \Delta x \cos \phi \sin \theta} = As(t) f(\theta, \phi)$$
[2.29]

El término $f(\theta, \phi)$ es el factor de arreglo. El factor de arreglo determina la proporción de señal recibida favorable en la respuesta del arreglo, z(t), con la señal medida en el elemento de referencia, As(t), en función de la *Dirección de llegada*, DoA, (θ, ϕ) .

Sistematizando un conjunto de pesos, w_m , es posible dirigir el haz principal del factor del arreglo en cualquier dirección deseada (θ_0, ϕ_0) . La potencia de recepción de la respuesta del arreglo se define por:

$$P_r = \frac{1}{2} |z(t)|^2 = \frac{1}{2} |As(t)|^2 |f(\theta, \phi)|^2$$
[2.30]

Donde el peso *mth* está determinado por:

$$w_m = e^{j\beta m\Delta x \cos\phi_0} \tag{2.31}$$

Por tanto el factor de arreglo queda definido por:

$$f(\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\beta m\Delta x (\cos\phi sen\theta - \cos\phi_0)}$$
$$= \frac{sen\left(\frac{\beta M\Delta x}{2} (\cos\phi sen\theta - \cos\phi_0)\right)}{sen\left(\frac{\beta\Delta x}{2} (\cos\phi sen\theta - \cos\phi_0)\right)} \cdot e^{-j\frac{\beta\Delta x}{2} \cdot sen(\cos\phi sen\theta - \cos\phi_0)}$$
[2.32]

Una onda incidente sobre el arreglo mostrado en la *Gráfica 2.20*, en el plano horizontal x - y, por tanto $\theta \approx \pi/2$. Esta es una aproximación razonable para muchos sistemas celulares.



Gráfica 2.20. Caso de múltiples señales incidentes

Al variar el único parámetro ϕ_0 del factor de arreglo, el haz puede ser conducido hacia alguna dirección deseada. Por tanto:

$$\cos\Psi = \cos\phi \sin\theta \qquad [2.33]$$

donde:

ψ ángulo de incidencia de una onda plana medida en el eje x
 θ ángulo de incidencia de una onda plana medida desde el eje z

El modelo del factor de arreglo está en función de $\theta y \phi$. Si el patrón de radiación de cada elemento del arreglo, $g_a(\theta, \phi)$ y todos los elementos son idénticos y orientados en la misma dirección; por tanto el modelo del campo total de un arreglo está dado por:

$$F(\theta,\phi) = f(\theta,\phi)g_a(\theta,\phi)$$
[2.34]

El mismo se llama *principio de multiplicación del patrón*. Las ondas planas incidentes de cada elemento son polarizadas así que no hay pérdidas por polarización en la interacción entre las ondas planas de cada elemento.

Al trabajar con un arreglo de antenas, es conveniente hacer uso de vectores. El *vector de peso* queda definido por³:

$$w = \begin{bmatrix} w_0, \dots, w_{M-1} \end{bmatrix}^H$$
 [2.35]

³ El superíndice H indica que el vector o matriz es el Hermítico (transpuesto conjugado). Se asume que los vectores son columnas

Las señales de cada elemento de antena son agrupadas en un vector de datos:

$$u = [u_0(t), ..., u_{M-1}(t)]^T$$
[2.36]

Luego la respuesta del arreglo, z(t), de la ecuación [2.29] puede ser expresada como el producto del vector de pesos, w y el vector de datos u(t).

$$z(t) = w^H u(t)$$
^[2.37]

Por tanto el factor de arreglo en una dirección dada viene definido por:

$$f(\theta, \phi) = w^H a(\theta, \phi)$$
^[2.38]

El vector $a(\theta, \phi)$ es el *vector dirigido* en la dirección (θ, ϕ) . Dada una onda plana incidente en una dirección (θ, ϕ) en la *Gráfica 2.20*, el vector dirigido $a(\theta, \phi)$ describe la fase de la señal disponible de cada elemento con respecto a la fase de la señal en el elemento de referencia (*elemento 0*).

Usando la ecuación [2.27], el vector dirigido queda definido por:

$$a(\theta,\phi) = \begin{bmatrix} 1 & a_1(\theta,\phi) & \dots & a_{M-1}(\theta,\phi) \end{bmatrix}^T$$
^[2.39]

donde

$$a_m(\theta,\phi) = e^{-j\beta(x_m\cos(\phi)sen(\theta) + y_msen(\phi)sen(\theta) + z_m\cos(\theta))}$$
[2.40]

El par de ángulos de la onda plana recibida (θ, ϕ) , se definen como la *Dirección de Llegada (Dirección de llegada, DoA,)*. Dado que $\theta = \pi/2$ y que las componentes de trayecto múltiple llegan a la estación base en el plano horizontal, la dirección azimutal, ϕ , precisa completamente el *Dirección de llegada, DoA,*.

2.2.5. Proceso Espacio Temporal

Un modelo discreto se emplea para definir el canal, donde cada componente trayecto múltiple es una onda plana, que llega en una dirección y retardo de tiempo discretos. El modelo de la señal recibida en la en la estación base, en un enlace ascendente. Para un usuario particular, emplea una respuesta al pulso del vector del canal de conformación en el transmisor, donde:

$$h(\tau,t) = \sum_{i=0}^{L-1} a(\theta_i, \phi_i) \quad \alpha_i(t) \quad \delta(\tau, \tau_i)$$
[2.41]

donde

- α_i amplitud compleja
- τ_i retardo del trayecto l
- (θ_i, ϕ_i) dirección de llegada en el componente ith del trayecto múltiple.



Gráfica 2.21. Arreglo de Antenas en la Estación Base

Existe un total de *L* componentes de trayecto múltiple. La amplitud compleja de la componente i^{th} está en función del tiempo y puede ser expresada como:

$$\alpha_i = \rho_i e^{j(2\pi f_i t + \psi_i)}$$
^[2.42]

donde:

- ρ_i ganancia del trayecto para la componente i^{th}
- f_i efecto Doopler debido al movimiento del móvil o a la dispersión en el ambiente
- ψ_i fase fija compensada

En general todas las variables del pulso de conformación en el transmisor pueden variar con: el tiempo, posición y velocidad del usuario.

Debido a que el usuario se mueve en un área pequeña, a una distancia de varias longitudes de onda. En este caso el número de componentes *L*, son fijas, y por cada componente de la *Dirección de llegada*, *DoA*, (θ_i, ϕ_i) , la ganancia de trayecto ρ_i , frecuencia *Doppler f_i*, fase fija compensada ψ_i y el retardo τ_i son aproximadamente constantes.

La respuesta al pulso del vector del canal de conformación en el transmisor relaciona la señal transmitida con la señal recibida en cada elemento de un arreglo de antenas. Conocida una señal transmitida, s(t), el vector de datos queda definido por:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_0(t) & \dots & u_{M-1}(t) \end{bmatrix}^T$$

= $\sum_{i=0}^{L-1} a(\phi_i) \alpha_i(t) s(t - \tau_i) + n(t)$
[2.43]

donde:

n(t) ruido aditivo en cada elemento de la antena

En canales donde la diferencia entre el retardo de trayecto de las componentes de trayecto múltiple con el periodo de símbolos o datos, s(t), es pequeña, se hace la aproximación que $\tau_i = \tau_0$, por lo tanto el la respuesta al pulso del vector del canal de conformación en el transmisor puede ser enunciado como:

$$u(t) = s(t - \tau_0) \sum_{i=0}^{L-1} a(\phi_i) \alpha_i(t) + n(t) = s(t - \tau_0) b(t) + n(t)$$
[2.44]

donde:

b(t) señal espacial de un canal de banda angosta

$$b(t) = \sum_{i=0}^{L-1} a(\phi_i) \alpha_i(t) = \sum_{i=0}^{L-1} a(\phi_i) \rho_i e^{j(2\pi i t + \psi_i)}$$
^[2.45]

b(t) constituye un canal multiplicador en lugar de un canal convolucional. Este concepto puede ser aplicado para el enlace descendente. Un formador de haces en el transmisor queda definido por:

$$u(t) = \sum_{i=0}^{L-1} w^{H} a(\phi_{i}) \alpha_{i}(t) s(t - \tau_{i}) + n(t)$$
^[2.46]

donde

w vector de pesos

Mientras que para el enlace descendente al usar un formador de haces en el transmisor tenemos, el vector de datos queda definido por:

$$u(t) = w^{H} H^{H} s(t) + n(t)$$
^[2.47]

Donde H^{F} es el canal intrínseco del enlace descendente, proporcionado por:

$$H^{F} = \sum_{i=0}^{L-1} a(\phi_{i}) \alpha_{i}(t) h(\tau, t)$$
[2.48]

2.2.6. Estructura del Proceso espacial

La estructura de un proceso espacial usado en los receptores de las estaciones bases en radiofrecuencia, *RF*, o frecuencia intermedia, *IF*, se implementa de diversos modos, empleando componentes digitales o analógicas como se muestra en la *Gráfica 2.22*.

La estación base soporta múltiples y simultáneas señales en el enlace de subida. El sistema digital ilustrado *Gráfica 2.22 (a)* puede formar múltiples y simultáneos haces, uno por cada *Señal de Interés*. Mientras que al usar componentes análogas se ve necesario el uso de una red independiente separada formadora de haces *RF* para cada haz.

En general, una sistema de antenas inteligentes hace uso de una red formadora de haces fija y/o un procesador de un arreglo adaptativo. La red formadora de haces fija forma M haces de todos los elementos de baja ganancia.



(a) IF analógico pesado y combinado Gráfica 2.22. Arreglo basado en el proceso espacial



(b) Banda Base Compleja Digital pesada y combinada Gráfica 2.22. Arreglo basado en el proceso espacial

Un margen de procesadores del arreglo adaptativo, extrae *K* señales con varias señales de entrada, *M*. Dado que el proceso espacial es el único medio de separar las señales se tiene que $K \le M$ como se muestra en la *Gráfica 2.23*.



Gráfica 2.23. Red formadora de haces con un Procesador de Arreglo

2.3 Red Formadora de Haces Fija

Una *Red Formadora de Haces fija* se caracteriza por *M* filas de una matriz *T*, donde el vector de la señal de salida del conformador, la matriz y(t) está en función de la señal de entrada del arreglo, u(t), definida por:

$$y(t) = T^H u(t)$$

$$[2.49]$$

La salida n^{th} de este tipo de red corresponde al vector de pesos de un arreglo contenido en la n^{th} columna de *T*. A menudo, esta red se usa para producir *M*

haces de *M* elementos. La *matriz* de una Red Formadora de Haces $M \times M$ se precisa como:

$$T = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \dots & w_{M-1} \end{bmatrix}$$
[2.50]

Los haces son ortogonales si el vector de pesos correspondiente a cada haz es ortogonal al vector de pesos correspondiente al siguiente haz. Si la matriz T y sus columnas $M \times M$ son ortogonales, entonces la red tiene propiedades espaciales las cuales son útiles tanto en sistemas de haces conmutados y/o con procesadores de arreglo adaptativo.

La *matriz Butler* es una red formadora de haces fija ilustrada en la *Gráfica 2.24*, que usa una combinación de híbridos de 90° y cambiadores de fase produciendo haces en diferentes direcciones con *N* elementos del arreglo.

Cuando una señal choca con un puerto de la entrada de la *matriz Butler*, produce cambios de fase en los diferentes elementos como:

$$\Delta \phi = \pm 2(k-1)\frac{\pi}{2R} \quad k \in [1, R]$$
[2.51]

donde

R

número de puertos de la matriz.



Una señal de entrada en cualquier puerto Tx/Rx produce amplitudes iguales en todos los puertos, y una progresión de fase lineal de puerto a puerto. Cuando los puertos de la antena son conectadas en un arreglo lineal con separación constante,

se forman *n* haces, una por cada puerto. La *Gráfica 2.25* ilustra modelos de haces producido por una red formadora de 8 haces ortogonales.



Gráfica 2.25. Red Formadora de 8 Haces

Fácilmente se muestra que el vector de pesos en la *Tabla 2.3* corresponde a cada puerto y son mutuamente ortogonales. Los modelos de haz para una matriz de una red formadora de haz de 8x8.

PUERTO	elemento ₁	elemento ₂	elemento ₃	elemento ₄	elemento ₅	elemento ₆
Puerto 1	-45°	-180°	45°	-90°	138.6°	-135°
Puerto 2	0°	-45°	-90°	-135°	104.5°	-45°
Puerto 3	-135°	-90°	-45°	0°	75.5°	45°
Puerto 4	-90°	-45°	-180°	-45°	41.4°	135°
1 110/10 7	70	-75	100		T1.T	155

 Tabla 2.3. Elementos de fase para una matriz Butler de la Gráfica 2.25.

Para obtener un mayor beneficio se adicional a la formadora de haces fija a un procesador de un arreglo adaptativo como se describe a continuación.

2.3.1. Sistemas de Haces Conmutado

Una red formadora de haces fijos emplean un conmutador para seleccionar el mejor haz y una señal particular.

Los sistemas de haces conmutados indicados en la *Gráfica 2.26* son relativamente simples de implementar, requiriendo solamente una red formadora de haces, un conmutador de radiofrecuencia, y el control lógico para seleccionar un haz particular.



Gráfica 2.26. Red de haz conmutado de *M* haces con *M* elementos del arreglo.

Se emplea uno de los *M* vectores de pesos para elegir una salida indicada en la ecuación [2.50]. Se deben separar los haces hacia cada receptor. El método para seleccionar el haz con mayor rendimiento, depende de que técnica de múltiple acceso se utilice. Estos sistemas son más sensibles a la distribución angular de las componentes trayecto múltiple con respecto a los sistemas basados que emplean un procesador de un arreglo adaptativo.

El nivel de potencia de recepción va de acuerdo al movimiento y localización del usuario alrededor de la estación base, típicamente una red formadora de haces fija proporciona haces los cuales sobrepasan los 4 dB.



La estructura mejorada de un sistema de haces conmutados se ilustra en la *Gráfica* 2.27 implementada con diversidad espacial. Se observa que el formador de haces es independiente e interpretado por dos arreglos, y los sistemas de selección de diversidad escogen la respuesta del arreglo con la más alta calidad de la señal.

Los sistemas de selección de diversidad espacial usan dos arreglos los cuales son separados varias longitudes de onda para proveer protección en contra del desvanecimiento de banda angosta.

2.4. Sistema de Antenas Adaptativas

Los sistemas de comunicaciones móviles para estimar los datos disponibles usan estadísticas que no son conocidas y cambian con el tiempo. Para resolver estos problemas, los pesos son típicamente determinados por algoritmos adaptativos. Existen dos acercamientos adaptativos básicos:

- Adaptación por bloques, en donde las estadísticas son estimadas de un bloque temporal de datos del arreglo y utilizadas en una ecuación para "pesos" óptimos.
- Adaptación contínua, en este caso los pesos se ajustan a medida que los datos son muestreado de manera que la secuencia del vector de pesos resultante converja a la soluticón óptima.

En un arreglo adaptativo como se muestra en la *Gráfica 2.28*, el vector de peso, $w_{k,i}$, se adapta para maximizar la calidad de la señal disponible en el demodulador para la señal k en un índice de tiempo *i*, donde, d_i , representa un estimado de la señal deseada para el usuario *i*th de la respuesta del arreglo.

Otro tipo de algoritmo adaptativo es el "*ciego*" que permite la operación sin secuencias de práctica; de manera que la respuesta se aproxime a la respuesta deseada independiente de las secuencias de entrenamiento basándose en las características fundamentales de la estructura de la señal actualizando el vector de pesos.



La *Gráfica 2.29* muestra el un arreglo adaptativo usando un algoritmo ciego que está en paralelo al vector de pesos K. El número de vectores de pesos, K, será amplia como se requiera. Con todo si existen M elementos de la antena, solamente M vectores de pesos ortogonales pueden ser formados.



Gráfica 2.29. Estructura de un sistema adaptativo usando algoritmo ciego

Además los sistemas de antenas inteligentes pueden ser desarrollados dentro de un esquema de antenas sectorizadas. La *Gráfica 2.30* muestra una instalación de sistema de antena adaptativo en un emplazamiento existente. En total, el emplazamiento tiene nueve antenas de sector orientadas en tres direcciones diferentes. Esta configuración se denomina *cabeza de torre*



Gráfica 2.30. Antena cabeza de torre TDMA 1900 de tres sectores junto con antenas de diversidad de espacio.

2.4.1. Algoritmos Adaptativos

Las técnicas adaptativas son frecuentemente usadas con una aproximación repetida la cual da una actualización al vector de pesos, $w_{k,i}$, después de cada computación para lograr que la señal de entrada y una señal deseada sean casi iguales.

Típicamente la *función de coste*, *J*, depende del error y es inversamente asociado con la calidad de la señal en la salida del arreglo. Dos de los algoritmos comunes aplicadas extensivamente en los sistemas de comunicación son:

- Error Cuadrado Medio Mínimo, Minimum Mean Square Error MMSE
- Error Cuadrado Menor, Least Square Error LSE

En una aproximación del Error Cuadrado Medio Mínimo, la función de coste se reduce a:

$$J(w_k) = E\left[\left|w_k^H u_i - d_{k,i}\right|^2\right]$$
[2.52]

donde

 $\begin{aligned} z(t) = w^{H}_{k} u_{i}(t) & salida \ del \ arreglo \\ d_{k}(t) & estimado \ de \ la \ señal \ deseada, \\ d_{k,i} = d_{k}(iT_{s}) & \\ u_{i} = u(iT_{s}) & \\ T_{s} & periodo \ muestreado. \end{aligned}$

La función de coste de la señal en el índice *i* de la ecuación [2.52] se puede definir como:

$$J(w_{k}) = w_{k}^{H} E[u_{i}u_{i}^{H}]w_{k} - E[d_{k,i}u_{i}^{H}]w_{k} - w_{k}^{H} E[u_{i}d_{k,i}^{*}] + E[d_{k,i}d_{k,i}^{*}]$$
^[2.53]

Para minimizar la función de coste se calcula el gradiente que es el vector que apunta en la dirección del máximo incremento y en sentido contrario. El gradiente de una función de un vector complejo está definido por:

$$\nabla f(w) = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{da_0} f(w) \\ \dots \\ \frac{\delta}{da_{M-1}} f(w) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta}{db_0} f(w) \\ \dots \\ \frac{\delta}{db_{M-1}} f(w) \end{bmatrix}$$
[2.54]

donde

 $w_i = a_i + jb_i.$

Por definición:

$$\nabla \left(c^H w \right) = 0 \tag{2.55}$$

Por lo tanto

$$\nabla J(w_k) = 2E[u_i u_i^H] w_k - 2E[u_i d_{k,i}^*] = 2Rw_k - 2p$$
[2.56]

Υ,

$$R = \left[u_i u_i^H\right]$$
 [2.57]

$$p = \left[u_i d_{k,i}^* \right]$$
 [2.58]

donde:

R matriz de correlación del vector de datos.
 p correlación cruzada del vector de datos y la señal deseada

Cuando el gradiente de la función de coste es igual a cero se obtiene el peso óptimo, w_k y minimiza a $J(w_k)$:

$$w_k = R^{-1}p \tag{2.59}$$

La solución de la ecuación [2.59] es óptima para el vector de pesos de un arreglo de antenas con un criterio del Error Cuadrado Medio Mínimo. Se llama también técnica del *Gradiente Estocástico* porque usa el gradiente de la función de coste para actualizar el vector de peso. Otra solución adaptativa que minimiza la función de coste es:

$$w_{k,i+1} = w_{k,i} - \frac{1}{2} \mu \nabla J(w_{k,i})$$
[2.60]

Donde μ *e*s el paso que se da en la dirección opuesta al gradiente. Toma el nombre de factor de aprendizaje: si es alto aprende rápido (*va más rápido hacia donde le marca el gradiente*) y viceversa.

Sustituyendo [2.56] en la [2.60] se obtiene:

$$w_{k,i+1} = w_{k,i} - \mu \left(E \left[u_i u_i^H \right] w_{k,i} - E \left[u_i d_{k,i}^* \right] \right)$$
[2.61]

Por tanto la ecuación [2.61], se tiene:

$$w_{k,i+1} = w_{k,i} - \mu u_i \left(u_i^H w_{k,i} - d_{k,i}^{**} \right)$$

= $w_{k,i} - \mu u_i e_{i,k}^{**}$
[2.62]

donde:

 $e_{i,k} = w_{k,i}^H u_i - d_{k,i}$ error instantáneo entre la salida del arreglo y la respuesta deseada.

La ecuación [2.62] es el peso óptimo es el *Error Cuadrado Menor, Least Mean Square,* técnica ampliamente usada sobre un número finito de muestras de tiempo para actualizaciones repetitivas de arreglos adaptativos. Las simulaciones realizadas en esta tesis se basan en una técnica LSE, en la Simulación 4 de la sección de los Anexos.

En una técnica del *Error Cuadrado Menor*, un conjunto de impulsos instantáneos P de un vector de datos u_i son recolectados. Se define la función de coste del *Error Cuadrado Menor* como:

$$J(w_k) = \left| \sum_{m=0}^{P-1} w_k^H u_m - d_{k,m} \right|^2$$
[2.63]

Donde el gradiente del operador utilizando la ecuación [2.55], se usa para obtener:

$$\nabla J(w_k) = 2\sum_{m=0}^{P-1} \sum_{n=0}^{P-1} u_m u_n^H w_k - 2\sum_{m=0}^{P-1} \sum_{n=0}^{P-1} u_m d_{k,n}^*$$
[2.64]

La matriz de datos queda definida por:

$$A = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \dots & u_{P-1} \end{bmatrix}$$
 [2.65]

Y el vector de la señal deseada

$$d_k = \begin{bmatrix} d_{k,0} & d_{k,1} & \dots & d_{k,P-1} \end{bmatrix}^T$$
 [2.66]

Consecuentemente la solución que obliga a la función del gradiente a cero es:

$$w_k = \left(A^H A\right)^{-1} A^H d_k$$
[2.67]

Para la aproximación *Error Cuadrado Menor* y *Error Cuadrado Medio Mínimo*, se obtiene enviando una secuencia conocida como secuencia de preparación periódicamente la cual es conocida tanto en el transmisor y receptor. Las secuencias de preparación usan valiosos recursos espectrales con el propósito de llevar el contenido de la información desde el transmisor hacia el receptor periódicamente.

2.4.2. Ancho de Banda

La *Gráfica 2.31* (*a*) presenta el esquema básico de un sistema de antenas inteligentes para diferentes anchos de banda. El primero muestrea el campo de ondas en el espacio usado para procesar señales de ancho de banda angosto (*narrowband signals*). La salida en el tiempo t, y(t), es dada por la combinación lineal de los datos en los elementos de antena j en el tiempo t.

$$y(t) = \sum_{l=1}^{j} w_l^* x_l(t)$$
 [2.68]

Donde * representa el complejo conjugado debido a que los datos y pesos tienen aplicaciones al usar un receptor en cuadratura.

El segundo arreglo muestrea el campo de ondas propagadas en el tiempo y espacio se utiliza cuando se emplea señales de amplia extensión en frecuencia (*broadband signals*). La salida en este caso puede ser expresada como:

$$y(t) = \sum_{l=1}^{j} \sum_{p=0}^{K-1} w_l^* x_l(t-p)$$
[2.69]

donde

K-1 número de retardos en cada elemento j.



(a) Arreglo para señales de un ancho de Banda Estrecho



(b) Arreglo para señales con un ancho de Banda Ancha **Gráfica 2.31.** Arreglo adaptativo para señales de banda ancha y angosta

Estos esquemas son generalizados en la ecuación [2.37] que incluye las ecuaciones [2.68] y [2.69].

Un arreglo de banda angosta de la *Gráfica 2.32* está preparado para anular una sola frecuencia debido a que el vector dirigido asociado con el arreglo está en función de la frecuencia de la señal incidente y el espaciado de los elementos.



Gráfica 2.32. Arreglo de banda angosta de dos elementos

El arreglo de dos elementos tiene una separación constante:

$$\frac{\lambda_0}{2} = \frac{c}{2f_0} \tag{2.70}$$

El peso complejo, w_i , se ajusta para anular la señal incidente de ángulo, ϕ_i , a una frecuencia f_0 . La señal de respuesta del arreglo viene definida por:

$$z_0 = z_d + z_i + n [2.71]$$

donde:

Z_d	señal deseada		
Z_i	señal interferente y		
n	ruido		

Si la *densidad de potencia espectral* de la señal interferente medida en el elemento 0, S_{i0} , es demasiada baja la densidad de potencia espectral de z_i , en la respuesta del arreglo viene determinada por:

$$S_{i}(f) = S_{i0} \left| 1 + w_{0} e^{-j\pi \frac{f}{f_{0}} \cos \phi_{i}} \right|^{2}$$
[2.72]

El peso w_0 se ajusta para anular la señal de interferencia en el centro de la frecuencia, f_0 , por tanto:

$$W_0 = -e^{-j\pi\cos\phi_i} \tag{2.73}$$

Reemplazando la ecuación [2.73] en la [2.72]:

$$S_i(f) = 4S_{i0}\sin^2\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{f}{f_0} - 1\right) \cdot \cos\phi_i\right]$$
[2.74]

Un arreglo de banda ancha dispone de un filtro espacial ilustrado en la *Gráfica 2.30* (*b*). La línea entrecortada representa la fase de cada elemento que varia con la frecuencia, compensando el hecho que las componentes de la señal a más bajas frecuencias tienen menos cambio de fase porque viajan en la misma longitud.

Esta estructura puede ser como un *ecualizador* porque hace que la respuesta de un arreglo cruce diferentes frecuencias. La respuesta de frecuencia de la línea entrecortada para un elemento, *m*, esta dada por:

$$w_m(e^{j\omega}) = \sum_{p=0}^{p-1} w_{m,p} e^{-j\omega p} \quad y(k) = \sum_{l=1}^j \sum_{p=0}^{K-1} w_l^* x_l(k-p)$$
[2.75]

Para un arreglo de dos dimensiones, con dos elementos en el plano x-y (*horizontal*), la frecuencia dependiendo del modelo de antena se ve reducida a:

$$f_u(\omega,\phi) = \sum_{m=0}^{M-1} W_m \left(e^{-j\omega} \right) e^{-j\frac{\omega}{c} x_m \cos(\phi) - j\frac{\omega}{c} y_m \sin(\phi)}$$
[2.76]

Si las componentes trayecto múltiple son separadas por ángulo pero con el mismo retardo de trayecto, una estructura de un arreglo espacial de una sola dimensión es efectiva para remover o combinar dichas componentes. En una estructura en dimensión dos captura la energía de las componentes trayecto múltiple que llegan con significantes y diferentes retardos; combinando las particularidades del procesador espacial y un ecualizador temporal.

2.5. Caracterización del Canal Inalámbrico: Espacio y Temporal

La ventaja que nos da un sistema de Antenas Inteligentes para la anular la interferencia y la localizar usuarios móviles lleva a la necesidad de un mayor entendimiento de las propiedades espaciales del canal inalámbrico.

En un sistema inalámbrico una señal transmitida en el canal interactúa con el ambiente de una manera compleja. Esto se debe a reflexiones de grandes objetos, difracciones de ondas electromagnéticas alrededor de objetos y dispersiones de la señal. El resultado de estas interacciones complejas da como resultado señales de

trayecto múltiple en el receptor, y cambios Doppler. La *Gráfica 2.33* muestra un ambiente trayecto múltiple



Gráfica 2.33. Canal de Propagación de Trayecto Múltiple (a) vista lateral (b) vista tope.

Cada componente experimenta un trayecto diferente, el cual determina: Amplitud, *A'*_{*l,k*}, cambio de fase de la Portadora, $\varphi_{l,k}$, retardo de tiempo, $\tau_{l,k}$, Ángulo de Llegada (*AoA*, *Angle of Arrive*), $\theta_{l,k}$, efecto Doppler, $f_{l,k}$ de la *l*th para el móvil *k*th.

Es sencillo agrupar la amplitud, cambio de fase, y frecuencia Doppler, usando:

$$A_{l,k}(t) = A'_{l,k} e^{j(2\pi f_{l,k} + \psi_{l,k})}$$
[2.77]

Los modelos de canal para las primeras redes celulares, o llamados modelos clásicos, no toman en cuenta el ángulo de llegada, *AoA*, que debe estar incluido en la respuesta al pulso del canal. Actualmente la respuesta al pulso del canal queda definido por:

$$h_{k}(t,\tau) = \sum_{l=0}^{L_{k}(t)-1} A_{l,k}(t) e^{j\phi_{l,k}(t)} a(\phi_{l,k}) \delta(t-\tau_{l,k}(t))$$
[2.78]

donde

 $L_k(t)$ número de componentes trayecto múltiple. $a(\phi_{i_k})$ vector dirigido

El vector dirigido está en función de la geometría del arreglo y el ángulo de la dirección de llegada, como:

$$a(\phi_{l,k}) = \begin{bmatrix} \exp(-j\psi_{l,1}) \\ \exp(-j\psi_{l,2}) \\ \exp(-j\psi_{l,3}) \\ \dots \\ \exp(-j\psi_{l,4}) \end{bmatrix}$$
[2.79]

donde:

$$\psi_{l,i}(t) = \left[x_i \cos(\phi_{l,k}) + y_i \cos a(\phi_{l,k}) \right] \beta$$
[2.80]

donde:

 $\beta = 2\pi/\lambda$ factor de propagación de fase.

Dada la señal transmitida, $s_k(t)$, el vector de datos queda definida por:

$$u_{k}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} a(\phi_{l,k}) A_{l,k}(t) s(t - \tau_{l,k}) + n(t)$$
[2.81]

donde

n(t) vector que representa el ruido aditivo en cada elemento del arreglo.

Cuando las distribuciones del ángulo de llegada de las señales de trayecto múltiple eran desconocidas, los investigadores asumían diferentes distribuciones uniformes sobre $[0, 2\pi]$.

Hoy en día, el número canales espaciales realistas son definidos por ecuaciones o geometría que generar parámetros para determinar las componentes de trayecto múltiple, incluir información de la dirección de llegada o llamado también ángulo de llegada, (*AoA, angle of arrive*). La *Tabla 2.4* enumera los modelos de canal espaciales y resume cada modelo.

2.5.1. Modelo Ray Tracing

Los modelos antes presentados a excepción del *modelo Ray Tracing* se basa en análisis estadísticos y mediciones que proveen promedios de la pérdida de trayecto, retardo de propagación, y ángulo de llegada, cambiados de acuerdo al ambiente en que se propaguen (*interiores, exteriores, obstrucciones, etc.*).

El modelo determinístico *Ray – Tracing* es un software que permite el análisis y simulación de área de cobertura y traza el perfil de las posibles trayectorias.

Predice mediante herramientas de diseño asistido por computadora (*CAD*, *Computer Aided Design*) la cobertura de un sistema de radio (*células*). Además se usan herramientas y mapas digitales (*elevaciones*). Usa mapas con elevaciones de terreno en forma digital con lo que calcula el área de cobertura, indicando así los

niveles de potencia recibida en el enlace de radio; determina los puntos de reflexión de un enlace y la potencia respectiva.

Modelo	Descripción
Modelo Lee	 Dispersiones efectivas son espaciadas en un anillo
	circular alrededor del móvil
	 Predice la correlación usando un modelo discreto AoA.
Distribución Discreta	 N dispersiones son espaciadas sobre un gama de AoA
Uniforme	 Predice la correlación usando un modelo discreto AoA
	 La correlación predecida en este modelo falla mucho más
	rápido que el modelo Lee.
Modelo Circular	• Asume que las dispersiones caen con un anillo circular
	cerca del movil
	 Se provee información AoA, IoA, juntos AoA y IoA, Semilia Denniero complitud de la casal de información
	Crando para marragálulas dende las alturas de las antenas
	 Creado para macrocentras uonde las antenas de las antenas son relativamente grandes
Modelo Elíptico	Dispersiones distribuidas en un elipse donde la estación
Wodelo Enplieo	 Dispersiones distributedas en un empse donde la estación base y el móvil son el foco de la elinse
	Se provee información AoA ToA juntos AoA y ToA
	cambio Doppler y amplitud de la señal de información
	 Creado para microcélulas donde las alturas de las antenas
	son relativamente pequeña.
Ángulo Gaussiano de	 Las estadísticas de un único cluster y ángulo de llegada
LLegada	asumen ser distribuidos de una forma Gaussiana.
	 Modelo para un canal de banda angosta
	Provee un modelo analítico para la matriz de covarianza
	del arreglo
Modelo Raleigh's	• Asume que la energía de la señal que viaja a lo lejos del
	móvil tiene un desvanecimiento Rayleigh.
	★ The mathematical density of a second of the second density o
	Las reflexiones dominantes crean el angulo de
	Provee tanto el desvanecimiento Pavleigh y las
	 propiedades teóricas de la correlación espacial
Distribución Uniforme	Asume que las dispersiones son uniformemente
Distribution Onnorme	distribuidas con una distribución angular v radial
	centrada cerca del móvil.
	• La magnitud y fase asocia con cada dispersión son
	seleccionadas aleatoriamente de una distribución
	uniforme.
Modelo	 Incluye información AoA en el modelo de canal.
Saleh – Valenzuela	Asume que el tiempo y ángulo son estadísticamente
modificada	independientes.
	Basada para medidas de interiores
Modelo de Línea	Modelo de canal de banda ancha
Entrecortada	Incluye information AoA
Modificada	 Los parametros de las funcion de densidad deben ser determinados por medidas.
Modelo	Modelo de propagación de travacto múltiple basado en la
Espacial Temporal	 Modelo de plopagación de trayecto inditupie basado en la distribución de dispersiones elípticas, correspondiente a
Espacial – Temporal	una gama de retardo de tiempo excedida
Medidas basadas en el	Los parámetros se basan en medidas
modelo de canal	Caracterizan el ambiente de propagación en términos de
mouero de cunur	puntos dispersos
* Modelo	 Modelo determinístico basado en la Geometría v modelos
Ray Tracing	de reflexiones, difracciones y dispersiones.
	• Usa información específica y real del ambiente de
	propagación.

 Tabla 2.4. Resumen de los modelos de canal espaciales.



Gráfica 2.34. Modelo Digital de un área de cobertura

Un modelo Ray Tracing necesita un modelo de predicción de propagación teórico y la mayoría de estos modelos consideran al más óptimo el modelo <u>Raleigh</u> descrito en la sección de Anexos, que se basa en modelos de propagación de teoría geométrica, de reflexiones, difracciones y dispersiones.

El algoritmo desarrollado para este modelo requiere ordenadores de alta velocidad y capacidad para obtener un rendimiento óptimo y eficaz, lo cual es un costo adicional para el mejoramiento de la red.

CAPÍTULO III FILTRO ESPACIAL ÓPTIMO Y ALGORITMOS

Los sistemas diseñados para recibir señales que se propagan espacialmente encuentran la presencia de señales de interferencia. Usualmente las señales deseadas y de interferencia se originan en diferentes lugares, siendo posible separar las señales de interferencia usando un filtro espacial en el receptor.

En un proceso de filtrado espacial óptimo los pesos se eligen basándose en las estadísticas de los datos recibidos del arreglo, optimizando la respuesta del arreglo de forma que la salida contenga contribuciones mínimas debido al ruido y a las señales que llegan de direcciones no deseadas.



Gráfica 3.1. Procesador de un arreglo adaptativo.

Las estadísticas de segundo orden evalúan la salida del filtro las mismas juegan un papel muy importante, descritos en la sección Anexos. A continuación se discute criterios diferentes en forma concreta para elegir los pesos de un filtro estadísticamente óptimo:

(a) Cancelador de Lóbulos Laterales Múltiples – MSC

Un *Cancelador de Múltiples Lóbulos Laterales, (MSC, Múltiple Sidelobe Canceller)*, consiste de un canal principal y uno o más canales auxiliares. El canal principal viene de una antena con mayor ganancia apuntando sobre la dirección deseada; mientras que las señales interferentes entran por los lóbulos laterales del canal principal como por los lóbulos auxiliares.

El requerimiento es poner ceros eligiendo los pesos de los canales auxiliares para cancelar la componente de interferencia del canal principal con la combinación lineal de los canales auxiliares.

<u>Ventaja:</u> Simple

Desventaja: Requiere de la ausencia de la señal deseada de los canales auxiliares para la determinación de pesos.

(b) Método de la señal de referencia

Si la señal deseada se conoce, entonces se pueden elegir pesos para minimizar el error entre la salida del arreglo y la señal deseada. En este caso los pesos se eligen para minimizar el error cuadrático medio entre la salida del arreglo y la señal de referencia.

Ventaja: La dirección deseada se conoce.

Desventaja: Debe generarse la señal de referencia.

MSC		Señal de Referencia		
Definiciones				
x_n	Datos Auxiliares	x	Datos del Arreglo	
\mathcal{Y}_m	Datos Primarios	Уd	Señal Deseada	
$r_{ma} =$	$E\{x_a y_m^*\}$	$r_{xd} =$	$E\{xy_d^*\}$	
$R_a =$	$E\{x_a x_a^H\}$	$R_x =$	$E\{xx^H\}$	
salida: y=	$y_m - w_a^H x_a$	salida: y=	$w^H x$	
Criterio				
mín _{wa} =	$E\{ y_m - w_a^H x_a ^2\}$	$min_w =$	$E\{ y-y_d ^2\}$	
Peso Óptimo				
$w_n =$	$R_n^{-1}r_{ma}$	w=	$R_x^{-1}r_{xd}$	

Tabla 3.1. Criterios MSC y Señal de Referencia

(c) Método de maximización de la Relación Señal a Ruido

En este caso los pesos son elegidos para maximizar la relación señal a ruido siempre y cuando se conozca las matrices de covarianza de la señal deseada y del ruido. Éstas se pueden estimar durante el tiempo que no se transmite en el caso del ruido y en el caso de la señal deseada se puede obtener el estimado de las secuencias transmitidas de la señal y la dirección de interés.

Ventaja: Maximización real de la Señal a Ruido.

<u>*Desventaja*</u>: Debe conocer covarianza de la señal deseada y del ruido, R_x y R_n , respectivamente.

(d) Varianza Mínima Linealmente Restringida

La idea básica de este filtrado de *Varianza Mínima Restringida Linealmente, (LCMV, Linearly Constrained Minimum Variance),* restringe la respuesta del arreglo para que las señales de la dirección de interés pasen con una ganancia y fase específicas. Los pesos se eligen para minimizar la varianza o potencia de salida sujetos a restricciones en la respuesta.

Ventaja: Restricciones generales y flexibles.

Desventaja: Computación del vector de pesos restringido.

Máz	xima Señal a Ruido	LCMV			
Definiciones					
s $x=$ $R_{s}=$ $R_{n}=$ $salida: y=$	Componente de la Señal Componente del Ruido s+n - datos del arreglo $E\{ss^{H}\}$ $E\{nn^{H}\}$ $w^{H}x$	$x \\ C \\ f \\ R_x = salida: y = x$	Datos del Arreglo Matriz de Restricciones Vector de respuesta E{xx ^H } w ^H x		
Criterio					
$max_w =$	$(w^H R_s w)/(w^H R_n w)$	$\min_{w} \{ w^{H} R_{x} w \} C^{H} w = f$			
Peso Óptimo					
$R_n^{-1}R_s w_=$	$\lambda_{m \acute{a} x} w; \lambda_{m \acute{a} x} m \acute{a} ximo valor de R_s$	w=	$R_x^{-1}r_{xd}$		

Tabla 3.2. Criterios de Máxima Relación a Ruido y LCMV

Los métodos: *Maximización de la Señal a Ruido* y de la *Varianza Mínima Limitada Linealmente*, requieren el conocimiento previo matrices de covarianza de la señal deseada basada en estimados, lo cual no se conoce en muchos de los sistemas celulares. Los criterios anteriormente expuestos se adaptan para minimizar la función de coste, al igual que los criterios Error Cuadrado Medio Mínimo y el Error Cuadrado Menor presentados en el Capítulo anterior.

Considerando el caso de usuarios múltiples, la ecuación [2.43] del vector de datos recibidos para un sistema general de usuarios múltiples queda definido por:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{L_{k-1}} a(\phi_{k,i}) \alpha_{k,i} s_{k}(t - \tau_{k,i}) + n(t)$$
[3.1]

En los criterios del Error Cuadrado Medio Mínimo y el Error Cuadrado Menor, la matriz de correlación de la entrada al vector de datos, u(t), juega un papel muy importante, la matriz de correlación es:

$$R = E\left[u(t)u^{H}(t)\right]$$
[3.2]

En una aproximación Error Cuadrado Medio Mínimo, se forma un vector de correlación cruzada entre la entrada del vector de datos u(t) y d(t):

$$p = E[u(t)d_k^*(t)]$$
[3.3]

Por tanto la solución óptima de Error Cuadrado Medio Mínimo:

$$w_k = R^{-1}p \tag{3.4}$$

Un ejemplo de estas técnicas, se considera una situación en la que *K* señales, $s_k(t)$, son incidentes en un arreglo y que el ruido esta presente en cada elemento del arreglo. Los retardos de cada componente trayecto múltiple individual son muy pequeños con respecto al periodo de símbolos de $s_k(t)$, luego rescribiendo la ecuación [3.1] se reescribe como:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{K-1} s_k(t) b_k(t) + n(t)$$
[3.5]

donde

 $b_{k.}$ firma espacial para un usuario k

$$b_{k}(t) = \sum_{l=0}^{L_{K}-1} a(\phi_{k,l}) \alpha_{k,l}(t) \delta(t-\tau_{k,l})$$
[3.6]

El ruido *n* (*t*) tiene un proceso aleatorio Gaussiano con una matriz de covarianza $\sigma_n^2 I$. El vector de datos dado en la ecuación [3.5] muestra una señal continua en el tiempo, los arreglos adaptativos son típicamente implementados usando un sistema de tiempo discreto, así las muestras son disponibles solo en instancias de

tiempo $t = iT_s$, donde T_s es el periodo de la muestra de un sistema de tiempo discreto.

En este ejemplo un vector de pesos se forma extrayendo la señal i^{th} de $s_i(t)$ en la respuesta del arreglo con $d(t) = s_i(t)$. Si cada una de las señales, $s_k(t)$ no están correlacionas por tanto $E[s_k(t)s_k^*(t)] = 2P_k$ y $E[s_k(t)s_l^*(t)] = 0$ cuando $k \neq l$, luego:

$$R = 2\begin{bmatrix} b_0 & \dots & b_{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & P_{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^H \\ \vdots \\ b_{K-1}^H \end{bmatrix}$$
[3.7]

Las columnas de B^H son las firmas espaciales de cada usuario:

$$B^{H} = \left[\sqrt{2P_{0}} b_{0} \quad \dots \quad \sqrt{2P_{K-1}} b_{K-1} \right]$$
[3.8]

y,

$$P_k = \frac{1}{2} \left| s_{lk}(t) \right|^2$$

La correlación cruzada entre la salida deseada del arreglo, $d(t) = s_i(t)$, y el vector de datos es:

$$p_i = 2P_i b_i \tag{3.9}$$

El conjunto de pesos que provee una solución del error cuadrado mínimo (*Wiener*) que extrae la señal $s_i(t)$:

$$w_i = R^{-1} p_i = \left(B^H B + \sigma_n^2 I \right)^{-1} 2 P_i b_i$$
[3.10]

En las técnicas Error Cuadrado Menor, el promedio de tiempo de un error cuadrado entre los datos observados y la respuesta deseada se minimiza sobre un intervalo de tiempo. En la aproximación Error Cuadrado Menor, el vector de pesos es óptimo solo para datos observados sobre un intervalo de tiempo dado.

$$w_{k} = (A^{H}A)^{-1}A^{H}d_{k}$$
[3.11]

donde

$$A^{H} = \begin{bmatrix} u_{0} & u_{1} & \dots & u_{P-1} \end{bmatrix}$$
 [3.12]

y

$$d_k = \begin{bmatrix} d_{k,0} & d_{k,1} & \dots & d_{k,P-1} \end{bmatrix}^T$$
 [3.13]

La solución del *Error Cuadrado Medio Mínimo* o *Error Cuadrado Menor* es un vector de pesos que dirige el haz de la dirección de llegada, *DoA*, de la señal deseada y minimiza el efecto del ruido difuso.

Cuando el nivel del ruido es bajo y existe un número pequeño de señales interferentes, el vector de pesos corresponde a un patrón de irradiación que elimina las direcciones interferentes.

3.1. Impacto del Trayecto Múltiple sobre el Filtro Espacial Óptimo

Cuando dos componentes de trayecto múltiple de un único transmisor son incidentes sobre un arreglo de antena, la señal incidente sobre un arreglo debido a la primera componente del trayecto múltiple se puntualiza por $\alpha_{k,0}$, y el retardo por $\tau_{k,0}$, mientras que la segunda componente se pesa por $\alpha_{k,1}$, y el retardo por $\tau_{k,1}$.

Las características del canal son conocidas, por lo tanto no son aleatorias. Se define el tiempo promedio de una función de autocorrelación promedio en conjunto entre dos componentes de trayecto múltiple.

$$\widetilde{r}_{m}(\tau_{k,1} - \tau_{k,0}) = \alpha_{k,0} \alpha_{k,1}^{*} \widetilde{r}_{s}(\tau_{k,1} - \tau_{k,0})$$
[3.14]

Donde $r_s(t,t+\tau)$ es la función de autocorrelación promedio en conjunto de la envolvente compleja de la señal, $s_k(t)$, dada por:

$$r_{s}(t_{1},t_{2}) = E[s_{k}(t_{1})s_{k}^{*}(t_{2})]$$
[3.15]

Y $\widetilde{r}_{s}(\tau) = \langle r_{s}(t,t+\tau) \rangle$ es el tiempo promedio de $r_{s}(\tau) = \langle rs(t,t+\tau) \rangle$. Las cantidades de $\widetilde{r}_{s}(\tau)$ y $r_{s}(t,t+\tau)$ serán iguales si $s_{k}(t)$ tiene un sentido estacionario amplio.

Las componentes trayecto múltiple llegan en tiempos diferentes y están correlacionas si $\tilde{r}_s(\tau_{k,1} - \tau_{k,0})$ no es igual cero. Dos componentes trayecto múltiple se dicen que son altamente correlacionadas en un tiempo cuando $\tau = \tau_{k,1} - \tau_{k,0}$, si $\tilde{r}_s(\tau)/\tilde{r}_s(0)=1$.

Una medida de la diferencia entre los retardos de tiempo de las componentes trayecto múltiple es el conjunto de promedios del retardo de propagación, σ_{τ} , la cual está dada por:

$$\sigma_{\tau}^{2} = E\left[\left(\tau_{k,1} - \overline{\tau}\right)^{2}\right]$$
[3.16]

Los retardos de las componentes trayecto múltiple son independientes con $\overline{\tau}$. Se puede expresar el valor supuesto de la diferencia cuadrada de los retardos entre dos componentes trayecto múltiple como:

$$E(\tau_{k,1} - \bar{\tau})^{2} = E\left[\left((\tau_{k,1} - \bar{\tau})^{2} - (\tau_{k,0} - \bar{\tau})^{2}\right)\right]$$

$$= E\left[\left(\tau_{k,1} - \bar{\tau}\right)^{2}\right] - 2E\left[\left(\tau_{k,1} - \bar{\tau}\right)^{2}(\tau_{k,0} - \bar{\tau})^{2}\right] + E\left[\left(\tau_{k,0} - \bar{\tau}\right)^{2}\right]$$

$$= 2\sigma_{\tau}^{2} - 2E\left[\tau_{k,1}\tau_{k,0} - \bar{\tau}\tau_{k,0} - \bar{\tau}\tau_{k,1} + \bar{\tau}^{2}\right]$$

$$= 2\sigma_{\tau}^{2}$$

$$= 2\sigma_{\tau}^{2}$$

$$[3.17]$$

En un canal con desvanecimiento plano, la coherencia de fase entre componentes de trayecto múltiple correlacionadas permite interactuar a cualquiera de ellas en forma constructiva o destructiva, llevando a potenciales desvanecimientos profundos en el peor de los casos. Si el retardo de propagación de las componentes de trayecto múltiple satisfacen que $2\sigma_{\tau} < T_c /\sqrt{2}$ (*donde T_c es el periodo del símbolo*) están correlacionadas

Por tanto si dos componentes llegan con pequeños retardos pero con diferentes frecuencias Doppler, un algoritmo adaptativo puede tratar ambas componentes como si fueran no correlacionadas o como correlacionadas. Esto indica que el grado de correlación no depende solamente de la frecuencia Doppler, $f_{d,i}$ sino también del intervalo de tiempo sobre la cual las señales son observadas.

Ahora si el retardo de propagación es grande en analogía al periodo de símbolos, $\sigma_{\tau} < T_{c}/(4\pi)$, el ancho de banda de la señal anulada es más grande que el ancho de banda coherente del canal, el desvanecimiento por frecuencia selectiva ocurrirá en una región de la señal espectral.

Combinando esta condición con la condición de que muchas componentes de trayecto múltiple no están correlacionadas si $\sigma_r/T_c > 1/\sqrt{2}$ y si el retardo de

propagación satisface $\sigma_r > T_c /\sqrt{2} \approx 0.7T_c$. En los canales de banda ancha, se da un desvanecimiento por frecuencia selectiva y las componentes de trayecto múltiple tienden a ser no correlacionadas.

3.1.1. Rendimiento de un Arreglo en Trayecto Múltiple

El filtro espacial óptimo implementado con un arreglo procesa en manera diferente la presencia de componentes trayecto múltiple correlacionado y no correlacionados incidentes sobre arreglo lineal con separación constante para este ejemplo con cuatro elementos espaciados de media longitud de onda. En las *Gráfica 3.2*, dos señales son incidentes sobre el arreglo la señal de interés, (*SoI,signal of interest*), y una señal de no interés, (*SnoI, signal not of interest*). La aproximación del Error Cuadrado Medio Mínimo se usa para encontrar el vector de pesos para extraer la señal de interés.

Caso (a)

Una sola componente llega de la señal de interés, *SoI*, de $\phi = 60^{\circ}$, y dos componentes de trayecto múltiple no correlacionadas llegan, señales de no interés, *SnoI*, de 90° y 135°. En el caso que el arreglo forma nulos en la dirección de cada componente de las señales de no interés reduciendo los efectos del trayecto múltiple en la salida del arreglo. El arreglo forma un vector de pesos, w_0 , el cual es ortogonal a la firma espacial para la interferencia de un usuario.

Caso (b)

Las componentes de trayecto múltiple para las señales de no interés están correlacionadas. En efecto, las dos componentes no correlacionadas de la señal de no interés no tienen la misma amplitud del modelo del arreglo, y los cambios de fase se aplican para el algoritmo para que las dos componentes se anulen mutuamente en la salida del arreglo.

Caso (c)

Una sola señal de no interés llega con dos componentes de la señal de interés no correlacionadas. Esto ocurre cuando la diferencia en los tiempos de llegada de las

señales de interés, SoI, es más grande que un símbolo o un periodo de chip. En este caso el arreglo trata a una componente de la *Señal de interés, SoI*, como una interferencia y coloca nulos en dirección de esa componente y de la de no interés.

Caso (d)

Ahora dos componentes trayecto múltiple de la *Señal de interés, SoI*, están correlacionadas; el arreglo forma dos haces y actúa como un combinador óptimo de la potencia en dos componentes de trayecto múltiple. Así el arreglo puede ser usado para tomar ventaja de la diversidad de trayecto en los sistemas de banda angosta operando en ambientes de trayecto múltiple.




3.2. Representación de los arreglos de Antenas Adaptativas

El comportamiento de una solución del algoritmo del *Error Cuadrado Medio Mínimo* óptima, w_i , se usa para extraer una componente de la señal conocida pero depende implícitamente si el arreglo esta sobrecargado o descargado.

Para ilustrar este comportamiento se tiene un arreglo lineal con separación constante de media longitud de onda y con cuatro elementos orientado a lo largo del *eje x*. Una señal de interés, *Señal de interés, SoI*, incide sobre el arreglo con un ángulo de ϕ =60°.

Inicialmente, dos señales interferentes son añadidas al sistema en las direcciones de llegadas de $\phi_1=30^\circ$ y $\phi_2=90^\circ$ con la misma potencia incidente como la señal deseada. Cada señal de no interés es la señal interferente por canal compartido o un trayecto múltiple no correlacionado del mismo transmisor.

Los vectores de pesos óptimos elaborados para esta configuración resulta en un vector, w_0 , el cual tiene una respuesta que no es igual a θ para $a(\phi_1)$ y es ortogonal a $a(\phi_2)$.

El modelo de la antena que corresponde a este vector de pesos mostrado en la *Gráfica 3.3(a)*. Los niveles de potencia de las señales en la respuesta del arreglo relativa a la *Señal de interés, SoI*, están dadas en la *Tabla 3.3*.

SnoI φ ₀ =60°	Potencia SnoI / SoI en la Respuesta del				
	2 Interferencias	3 Interferencias	4 Interferencias	5 Interferencias	
SnoI 1 φ ₁ =30°	-79.9	-76.5	-20.7	-18.4	
SnoI 1 $\phi_2=90^\circ$	-94.3	-84.0	-33.7	-23.5	
SnoI 1 φ ₃ 135°		-77.8	-20.4	-14.6	
SnoI 1 φ ₄ 150°			-16.5	-13.3	
SnoI 1 de=45°				-8.7	

Tabla 3.3. Niveles de Potencia de las señales en la respuesta del arreglo

Cuando una tercera señal interferente se añade, *SnoI–3*, el arreglo es todavía capaz de formar nulos en la dirección de todas las señales interferentes, como se muestra en la *Gráfica 3.3(b)*. Mientras que cuando una cuarta interferencia se añade *(SnoI–*

4), el arreglo no es capaz de formar nulos en las direcciones de las señales interferentes.

Como se muestra en la *Tabla 3.3*, los niveles de potencia en la respuesta del arreglo se elevan considerablemente cuando el arreglo está sobrecargo. Esta tendencia continúa hasta la quinta señal interferente (*SnoI*– 5) como se explica en *Gráfica3.3(d)* y la *Tabla 3.3*.

Cuando no existen señales de trayecto múltiple o interferentes, el arreglo con una técnica Error Cuadrado Menor, es capaz de lograr una ganancia máxima de 10log(M) con respecto a la ganancia individual de los elementos de la antena.

Como la interferencia se añade y el arreglo permanece descargado, la solución óptima del arreglo proveerá nulos en las direcciones de las señales interferentes.



Cuatro señales interferentes (sobrecargado) Gráfica 3.3. Modelo optimo para 4 elementos de un arreglo lineal.

Si la dirección de llegada de las señales interferentes no están muy cercanas a la dirección de llegada de la señal deseada, la ganancia del arreglo sobrecargado con respecto al ruido e interferencia se volverá ligeramente degradado en un $10 \log(M)$ con señales interferentes adicionales.

En un caso limitante, como el número de señales interferentes llega a ser muy grande, el arreglo continuará formando un haz en la dirección del usuario deseado; sin embargo, la interferencia puede afectar el rendimiento del arreglo.

3.3. Algoritmos Adaptativos

Típicamente el vector de pesos tiene que ser automatizado y actualizado en un ciclo para disminuir la función de error. Existen muchos tipos de algoritmos adaptativos, muchos de los cuales son iterativos y hacen uso de una información pasada para minimizar las sistematizaciones requeridas en cada ciclo actualizado.

La función de coste, J(w) define el error instantáneo. El error instantáneo es una parábola que indica que es una función de segunda orden y tiene un valor mínimo único por lo tanto siempre convergen monótonamente a una óptima solución única para el vector de pesos, w_{opt} .

Un cálculo exacto del gradiente $\nabla J(w)$, requerido en la [2.60] es dificultoso e involucra inversiones de las matrices. Por lo tanto, otras algoritmos adaptativos han sido desarrollados

3.3.1 Algoritmos Adaptativos Ciegos

Una de las técnicas que no requieren de secuencias de entrenamiento es el algoritmo adaptativo, que se adaptan para restaurar alguna propiedad conocida en la señal recibida⁴.

Una de estas técnicas es la *Bussgang*. La técnica *Bussgang* no lineal, usa la estimación de memoria cero denotada por $g(\cdot)$, trabaja sobre una señal y_n en la

⁴ HAYKING S, K "Adaptative Filter Theory" [HAY91]

salida del combinador del arreglo. La diferencia entre $d_n=g(y_n)$ y y_n forma una función de error para actualizar el vector de pesos del arreglo:

$$z_n = \hat{w}_n^H u_n \tag{3.18}$$

$$e_n = g(z_n) - z_n \tag{3.19}$$

$$\hat{w}_{n+1} = \hat{w}_n + \mu u_n e_n^*$$
[3.20]

El algoritmo Bussgang es una aproximación simple de implementar, sin embargo y una mejora es la aplicación del algoritmo de Módulo Constante donde $g(\cdot)$ se usa para extraer la fase de la señal de entrada⁵. En una aproximación de Módulo Constante, se aplica para señales transmitidas con portadoras constantes y la función de coste queda definida por:

$$J(w_k) = E\left[\left\|w_k^H u_i\right|^p - \left|\alpha\right|^p\right|^q\right]$$
[3.21]

donde

α amplitud de la señal deseada en la respuesta del arreglo.

Un arreglo adaptativo que usa la función de coste con un módulo constante tiene una envolvente constante con amplitud específica, α maneja la señal en la respuesta del arreglo. Los exponentes *p* y *q* son cada uno igual a o *1 o 2*.

La convergencia de este algoritmo no está bien caracterizada como las aproximaciones *MMSE y LSE*; y tienen una amplia gama de condiciones. Por ejemplo para p=1, q=2, también llamado *forma* 1-2 y $\alpha=1$, se obtiene el siguiente algoritmo:

$$y_k = w^H(k)u(k)$$
[3.22]

$$e(k) = 2\left(y(k) - \frac{y(k)}{|y(k)|}\right)$$
[3.23]

$$w(k+1) = w(k) - \mu u(k)e^{*}(k)$$
[3.24]

⁵ AGEE, Blunt. "Blind Separation and Capture of Communications Signals using a Multitarget Constant Modulus Beamformer" [AGE91]

Claramente la estimación de la señal deseada se requiere; el nuevo vector de pesos, w_{k+1} , depende solamente de la respuesta del arreglo, del vector de datos, u(k), y del vector de pesos anterior, w_k , los que hace que el sistema sea poco consistente.

3.3.2. Algoritmo de Módulo Constante por Cuadrados Mínimos

El algoritmo de módulo constante por cuadrados mínimos emplea una extensión del Método Gauss. En esta extensión, la función de coste puede ser expresado como:

$$F(w) = \sum_{k=1}^{K} |g_{k}(w)|^{2} = ||g_{K}(w)||^{2}$$
[3.25]

donde

 $g(w) = [g_1(w) \ g_2(w) \ \dots \ g_K(w)]^T$ [3.26]

La función de coste tiene una expansión de la *serie Taylor* con el método de la suma de los cuadrados:

$$F(w+d) = \|g(w) + D^{H}(w)d\|_{2}^{2}$$
[3.27]

donde

d vector de desplazamiento:

$$D(w) = \left[\nabla(g_1(w)) \quad \nabla(g_2(w)) \quad \dots \quad \nabla(g_K(w))\right]$$
[3.28]

Luego el gradiente del vector de F(w+d) con respecto a *d* es:

$$\nabla_{d} \left(F(w+d) \right) = 2 \frac{\partial F(w+d)}{\partial d^{*}}$$
$$= 2 \left\{ D(w)g(w) + D(w)D^{H}(w)d \right\}$$
[3.29]

Forzando el gradiente a cero, $\nabla_d (F(w+d)) = 0$, el desplazamiento que minimiza la función de coste F(w+d) es:

$$d = -[D(w)D^{H}(w)]^{-1}D(w)g(w)$$
[3.30]

Añadiendo d en w el vector de pesos puede ser actualizado por:

$$w(l+1) = w(l) - [D(w(l))D^{H}(w(l))]^{-1}D(w(l))g(w(l))$$
[3.31]

donde

L número de repeticiones.

Esta técnica se deriva aplicando la ecuación [3.31] a la función de módulo constante:

$$F(w) = \sum_{k=1}^{K} ||y(k)| - 1|^{2}$$

= $\sum_{k=1}^{K} ||w^{H}x(k)| - 1|^{2}$
[3.32]

Comparando [3.31] con la [3.25] se tiene:

$$g_{k}(w) = |[y(k)] - 1| = |w^{H}x(k)| - 1$$
[3.33]

Sustituyendo la [3.33] en la [3.26]:

$$g(w) = \begin{bmatrix} [y(1)] - 1 \\ [y(2)] - 1 \\ \vdots \\ [y(K)] - 1 \end{bmatrix}$$
[3.34]

El gradiente de $g_k(w)$ es:

$$\nabla g_{k}(w) = 2 \frac{\partial g_{k}(w)}{dw^{*}} = x(k) \frac{y^{*}(k)}{|y(k)|}$$
[3.35]

Sustituyendo [3.35] en la [3.28], *D*(*w*) puede ser escrita como:

$$D(w) = [\nabla(g_1(w)) \quad \nabla(g_2(w)) \quad \dots \quad \nabla(g_K(w))]$$

= XY_{cm} [3.36]

donde

$$X = [x(1)x(2)...x(K)]$$
[3.37]

y

$$Y_{cm} = \begin{bmatrix} \frac{y^{*}(1)}{|y(1)|} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{y^{*}(2)}{|y(2)|} & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{y^{*}(K)}{|y(K)|} \end{bmatrix}$$
[3.38]

Usando [3.34] y [3.36], se tiene:

$$D(w)D^{H}(w) = XY_{cm}Y_{cm}^{H}X = XX^{H}$$
[3.39]

y

$$D(w)g(w) = XY_{CM} \begin{bmatrix} [y(1)] - 1\\ [y(2)] - 1\\ \vdots\\ [y(K)] - 1 \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} y^{*}(1) - \frac{y^{*}(1)}{|y(1)|}\\ y^{*}(2) - \frac{y^{*}(2)}{|y(2)|}\\ \vdots\\ y^{*}(K) - \frac{y^{*}(K)}{|y(K)|} \end{bmatrix} = X(y - r)^{*}$$
[3.40]

donde

$$y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(K)]^T$$
 [3.41]

у

$$r = \begin{bmatrix} \frac{y(1)}{|y(1)|} & \frac{y(2)}{|y(2)|} & \dots & \frac{y(K)}{|y(K)|} \end{bmatrix}^T = L(y)$$
[3.42]

donde

L(*y*) *localiza un limite real sobre el eje y*

r vector de salida de datos

y salida compleja limitada del vector de datos de salida

Sustituyendo [3.39] y [3.40] en [3.31], se obtiene:

$$w(l+1) = w(l) - [XX^{H}]^{-1} X(y(l) - r(l))^{*}$$

= [XX^{H}]^{-1} Xr^{*}(l) [3.43]

donde

$$y(l) = \left[w^{H}(l)X\right]^{T}$$
[3.44]

luego

$$r(l) = L(y(l))$$

$$[3.45]$$

Esto es el algoritmo de módulo constante con cuadrados mínimos estáticos, los algoritmos se repiten usando un bloque de *K* vectores de datos, $\{x(k)\}$.

Una vez que el vector de pesos es computado, un nuevo estimado para la salida del filtro se obtiene, y(l+1), y un valor nuevo de r(l+1) se produce. El algoritmo se repite hasta que converja.

Una versión dinámica de este algoritmo, en vez de actualizar el cada peso del último vector de datos *K*, el cual ocurre cada *K* muestras, se denota el bloque de datos en el índice l como:

$$X(l) = [x(1+lK) \quad x(2+lK) \quad \dots \quad x(K+lK)]$$
[3.46]

Un dinámico algoritmo de módulo constante con cuadrados mínimos no se repite sobre el bloque de datos estáticos. En vez de eso, una interfase de *K* vectores de datos se usa para actualizar cada vector, el cual ocurre una vez sobre *K* muestras. Se denota el bloque de datos en el índice *l* como:

$$y(l) = \left[w^{H}(l)X(l) \right]^{T} = \left[y(1+lK) \quad y(2+lK) \quad \dots \quad y(K+lK) \right]^{T}$$
[3.47]

El algoritmo de Módulo Constante con cuadrados mínimos dinámico es:

$$y(l) = \begin{bmatrix} w^{H}(l)X(l) \end{bmatrix}^{l} = \begin{bmatrix} y(1+lK) & y(2+lK) \end{bmatrix}$$
[3.48]

$$r(l) = L(y(l))$$

$$[3.49]$$

$$w(l+1) = [X(l)X^{H}(l)]^{-1}X(l)r^{*}(l)$$
[3.50]

Se construye una estimación del promedio de la muestra de la matriz de correlación de la salida de datos y la correlación cruzada entre la entrada de datos y la salida para el bloque de datos disponible en la iteración l^{th} :

$$\hat{R}_{xx}\left(l\right) = \frac{1}{K} x\left(l\right) X^{H}\left(l\right)$$
[3.51]

$$\hat{p}_{xx}(l) = \frac{1}{K} x(l) r^*(l)$$
[3.52]

Luego [3.50] se puede escribir como:

$$w(l+1) = \hat{R}_{xx}^{-1} \hat{p}_{xr}(l)$$
[3.53]

Algunas de estas técnicas actúan restaurando la coherencia espectral la cual está presente en la mayoría de las señales de comunicaciones.

3.4. Algoritmo de la Estimación de la Dirección de Llegada, DoA

Un arreglo basado en las técnicas para hallar la dirección se divide en amplios grupos como:

- Técnica Convencional
- Técnica sub espaciada
- * Técnica de probabilidad máxima

3.4.1. Métodos convencionales

3.4.1.1. Método de retardo y suma

El método de retardo y suma se enfoca al formador de haces clásico o método de Fourier. La *Gráfica 3.4* indica una estructura de un formador de haces de banda angosta, donde la salida de la señal y(k) está dada por una suma de pesos de las salidas de los sensores. Esto es:

$$y(k) = w^H u(k)$$
[3.54]

La potencia de salida total de un formador de haces convencional queda expresada como:

$$P_{cbf} = E[[y(k)]^{2}] = E[|w^{H}u(k)|^{2}] = w^{H}E[u(k)u^{H}(k)]w = w^{H}R_{uu}w$$
[3.55]

La matriz de autocorrelación R_{uu} definida en la ecuación [3.2] contiene información útil acerca de los vectores de respuesta del arreglo y de las mismas señales, siendo posible estimar los parámetros de la señal para una interpretación de R_{uu} .



Gráfica 3.4. Estructura de un clásico formador de haces

Cuando una señal s(k) choca con el arreglo en ángulo ϕ_0 ; siguiendo un modelo de los datos de entrada de banda angosta expresada en la [3.5], la potencia en la respuesta del arreglo puede ser expresada como:

$$P_{cbf}(\phi_0) = E \left\| w^H u(k) \right\|^2 = E \left\| w^H (a(\phi_0) s(k) + n(k)) \right\|^2$$

= $\left(w^H a(\phi_0) \right)^2 (\sigma_s^2 + \sigma_n^2)$ [3.56]

donde	
$a(\phi_0)$	vector dirigido asociado con el ángulo de DoA, $\phi_{\scriptscriptstyle 0}$,
n(k)	vector de ruido en la respuesta del arreglo,
$\sigma_s = E[s(k)^2]$	potencia de la señal
$y \sigma_n = E[n(k)^2]$	potencia del ruido

Se muestra claramente en la ecuación [3.54] que la potencia de salida aumenta cuando $w=a(\phi_0)$. Por lo tanto, la antena receptora tiene una alta ganancia en la dirección $a(\phi_0)$, cuando $w = a(\phi_0)$. Esto ocurre porque $w = a(\phi_0)$ alinea las fases de las componentes de la señal que llegan de de los sensores, añadiéndose en forma negativa.

De la ecuación [3.56], la potencia de salida de un clásico formador de haces en función del ángulo de llegada está dada por:

$$P_{cbf}(\phi) = w^{H} R_{uu} w = a^{H}(\phi) R_{uu} a(\phi)$$
[3.57]

Por lo tanto, se tiene un estimado en la salida de la matriz de autocorrelación y se puede conocer el vector dirigido $a(\phi)$ para diferentes ϕ de interés. Así es posible estimar la potencia de salida como una función del ángulo de llegada ϕ . La potencia de salida en función del ángulo de llegada se llama también *espectro espacial*, y las direcciones de llegada pueden ser estimadas localizando picos en el espectro espacial definido en la ecuación [3.57]. Aquí todos los grados de libertad se usan para formar el haz en la dirección deseada, y tiene eficiencia alta cuando tiene una sola señal de interés.

3.4.1.2. Método de Varianza Mínima de Capón

Esta técnica usa alguno de los grados de libertad para formar un haz en la dirección deseada y simultáneamente usa los restantes grados de libertad para formar nulos en las direcciones interferentes.

Esta técnica minimiza la contribución de las interferencias no deseadas minimizando la potencia de salida mientras mantiene la ganancia a lo largo de la dirección vista, generalmente igual a uno.

$$\min_{w} E\left[\left|y(k)\right|^{2}\right] = \min_{w} w^{H} R_{uu} w \qquad sujeto \ a \ w^{H} a(\phi)_{0} = 1 \qquad [3.58]$$

El método para resolver la ecuación [3.58] y obtener el vector de pesos tiene por nombre *formador de haces de respuesta distorsionada de varianza mínima, (MVDR, minimum variance distortionless response)*, para una dirección vista; minimiza la varianza (*potencia promedio*) de la señal de salida y transmite la señal sin distorsión.

La ecuación [3.58] representa un problema de optimización límitada dentro de una no limitada, por consiguiente permite el uso de técnicas de mínimos cuadrados para determinar la solución. Usando *Lagrange*, el vector de pesos queda definido por:

$$w = \frac{R_{uu}^{-1}a(\phi)}{a^{H}(\phi)R_{uu}^{-1}a(\phi)}$$
[3.59]

Como la potencia de respuesta del arreglo en función del ángulo de llegada, usa un método de formador de haces de *Capon*, dada en el espectro espacial de *Capon*:

$$P_{Capón}(\phi) = \frac{1}{a^{H}(\phi)R_{uu}^{-1}a(\phi)}$$
[3.60]

Pese a que no es una técnica de máxima probabilidad, muchas veces hace relación a un estimador de máxima probabilidad para cualquier ϕ , $P_{Capón}(\phi)$ es el estimado de máxima probabilidad de la potencia de la señal que llega de una dirección ϕ con ruido Gaussiano con características espaciales.

La *Gráfica 3.5* ilustra el rendimiento obtenido por un método Capón sobre método de retardo y suma. Se muestra que usando seis elementos en un arreglo lineal con separación constante de media longitud de onda, el método de Capón es capaz de distinguir entre dos señales que llegan en *90 y 100 grados,* respectivamente, mientras el método de retardo y suma falla en diferenciar entre dos señales.



Gráfica 3.5. Método de Retardo y Suma vs. Método de Capón

3.4.2. Métodos de sub espacio

Si bien muchos de los métodos convencionales son ampliamente usados tienen limitaciones en su resolución, debido a que no explotan la estructura del modelo de datos de la ecuación [*3.5*]. *Schmidt*⁶ desarrolló la estructura de los modelos de datos más exactos para el caso de un arreglo de sensores de forma arbitraria.

Schmidt derivó una solución geométrica completa para el problema de la estimación de la dirección de llegada en ausencia del ruido, y extendió los conceptos geométricos para obtener una aproximación razonable en la presencia del ruido. La técnica propuesta por *Schmidt* se llama algoritmo *MUSIC*, (*MUSIC*, *MUltiple SIgnal Classification*).

3.4.2.1. Algoritmo MUSIC

El algoritmo *MUSIC* propuesto por *Schmidt* en *1 979* tiene una alta resolución de la técnica de clasificación de las señales múltiples explotando la infraestructura de la matriz de entrada de covarianza. El algoritmo *MUSIC* provee una muy alta resolución requiriendo una calibración del arreglo muy precisa.

El algoritmo MUSIC es muy extenso, por se sintetiza en los siguientes pasos:

⁶ SCHMIDT R. "Multiple Emitter Location and a Signal Parameter Estimation" [SCH79]

1. Recoge muestras de entrada u_k , para k=0, ..., K-1, y el estima la matriz de covarianza.

$$\hat{R}_{uu} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} u_k u_k^H$$
[3.61]

1. La descomposición eigen sobre \hat{R}_{uu} :

 $\hat{R}_{uu}V = V\Lambda$ Donde $\Lambda = diag \{\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_{M-I}\} \ \lambda_0 \ge \lambda_1 \ge ... \lambda_{M-I}$ son los valores eigen y $V = [q_0 \ q_1 \ ... \ q_{M-I}]$ los vectores eigen del ruido que corresponden a los vectores eigen de \hat{R}_{uu}

2. Estimar el número de señales \hat{D} , de multiplicidad *K*, de todos los valores eigen λ_{min} como:

$$\hat{D} = M - K \tag{3.63}$$

3. Automatizar el espectro MUSIC:

$$\hat{P}_{MUSIC}(\phi) = \frac{a^H(\phi)a(\phi)}{a^H(\phi)V_n V_n^H a(\phi)}$$
[3.64]

4. Encontrar el pico más largo \hat{D} de $\hat{P}_{MUSIC}(\phi)$ para obtener los estimados de la dirección de llegada.

El espectro espacial MUSIC no estima la potencia de la señal relacionada a la dirección de llegada; cuando se tiene el promedio conjunto de la matriz de covarianza de la entrada del arreglo bajo condiciones de no correlación y ruido, los picos de MUSIC son realmente garantizados.

La *Gráfica 3.6* indica que *MUSIC* da solución a señales poco espaciadas las cuales no pueden ser detectadas por el método de Capon y diferencia dos señales que llegan en ángulos de *90* y *95* grados, respectivamente, en la entrada de *6* elementos de un arreglo lineal con separación constante y pueden ser detectadas por *MUSIC*.



3.4.2.2. Algoritmo ESPRIT

La estimación de los parámetros de la señal por técnicas del de invarianza rotacional, ESPRIT, *(ESPRIT, Estimation of Signal Parameters via Rotacional Invariante Technique)*, es una técnica de estimación de la dirección de llegada desarrollada por *Roy*⁷. *ESPRIT* reduce los requerimientos computacionales y de almacenamiento de *MUSIC*.

A diferencia que *MUSIC, ESPRIT* no requiere que los vectores múltiples del arreglo sean precisamente conocidos y la calibración del arreglo no es estricto. *ESPRIT* requiriere que el sensor del arreglo tenga una estructura que pueda ser descompuesta en dos sub arreglos iguales del mismo tamaño con elementos correspondientes de dos sub arreglos desplazados uno de otro por una distancia de traslación fija (no rotacional).

El arreglo debe poseer una invarianza desplazada (por traslación), y los sensores deben estar en pares con igual desplazamiento. Afortunadamente, hay muchas situaciones prácticas como en el caso de un arreglo uniforme.

El algoritmo ESPRIT se puede resumirse como sigue:

- 1. Obtener un estimado \hat{R}_{uu} de R_{uu} de las medidas de u.
- 2. Realizar la descomposición eigen sobre \hat{R}_{uu} , por ejemplo

$$\hat{R}_{uu} = V\Lambda V$$
[3.65]

⁷ ROY – KAILATH "ESPRIT estimation of Signal Parameters via Rotational Invariante Technique" [ROY90]

Donde $\Lambda = diag \{\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_{M-1}\} \lambda_0 \ge \lambda_1 \ge ... \lambda_{M-1}$ y $V = [q_0 \ q_1 \ ... \ q_{M-1}]$ son los valores y vectores eigen de \hat{R}_{uu} respectivamente.

- 3. Usar la multiplicidad, *K*, de el valor eigen más pequeño λ_{min} , estima el número de señales \hat{D} , para $\hat{D} = M K$.
- 4. Obtener el estimado de la señal de sub espacio $\hat{V}_s = [\hat{V}_0, \dots, \hat{V}_{\hat{D}-1}]$ y lo descompone en una matriz con sub arreglos.

$$\hat{V}_{s} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{0} \\ \hat{V}_{1} \end{bmatrix}$$
[3.66]

5. Automatizar la descomposición eigen $(\lambda_1, \dots, \lambda_{2\hat{D}})$

$$\hat{V}_{01}^{H}\hat{V}_{01} = \begin{bmatrix} \hat{V}_{0}^{H} \\ \hat{V}_{1}^{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_{0} & \hat{V}_{1} \end{bmatrix} = V\Lambda V^{H}$$
[3.67]

6. Particionar V en sub matrices $\hat{D} \times \hat{D}$

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$$
[3.68]

7. Calcular los valores eigen de $\Psi = -V_{12}V_{22}^{-1}$,

$$\hat{\Phi}k = valor \ eigen \ de\left(-V_{12}V_{22}^{-1}\right), \quad \forall k = 0, \dots, \hat{D} - 1$$
[3.69]

8. El estimado del ángulo de llegada como:

$$\hat{\phi}k = \cos - 1 \left[c \, \frac{\left(\arg(\hat{\Phi}_k) \right)}{\beta \Delta x} \right]$$
[3.70]

ESPRIT elimina el proceso de investigación inherente en métodos de estimación *Dirección de llegada, DoA. ESPRIT* produce estimados *Dirección de llegada, DoA,* directamente en términos de valores eigen.

3.4.3. Métodos de Probabilidad Máxima

Las técnicas de probabilidad máxima *(ML, Maximum Likelihood)* fueron algunas de las primeras técnicas para investigar la estimación DoA. En términos de rendimiento, las técnicas *ML* son superiores a las técnicas de sub espacio, especialmente en tasas de señal a ruido bajas o cuando el número de muestras de la señal son pequeñas⁸ y rinden mejor en condiciones correlacionadas.

⁸ZISKIND - WAX, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by aAlterning Projection"

Para derivar el *estimado de máxima probabilidad*, los datos recogidos sobre un bloque de *N* snapshots se formula como:

$$U = A(\Phi)S + N$$
[3.71]

Donde U = [u(0), ..., u(N-1)] es vector de entrada de datos del arreglo de dimensión $M \ge N$, $A(\phi) = [a(\phi_0), ..., a(\phi_{D-1})]$ es la matriz de firma espacial de dimensión $M \ge D$, S = [s(0), ..., s(N-1)] es la matriz de ruido de dimensión $M \ge N$. Los sistemas de diversidad incorporan dos elementos de antena en la estación base, tienen una corta separación física de lo cual se vale para mejorar la recepción contrarrestando los efectos negativos del trayecto múltiple.

Para derivar un *estimado de máxima probabilidad* de los ángulos de llegada $\phi_0, ..., \phi_{D-1}$ de las *D* fuentes, tomando en cuenta las siguientes consideraciones como: el número de señales se conoce o estimado y es más pequeño que el número de sensores, el conjunto de vectores dirigidos *D*, son independientes.

La componente de ruido es un valor complejo ergódico de un proceso *Gaussiano* de promedio cero y covarianza $\sigma^2 I$, donde σ^2 es un escalar no conocido de la matriz identidad y las muestras de ruido son estadísticamente independientes.

Basadas en suposiciones hechas sobre la naturaleza del ruido, en conjunto con la función de la densidad de probabilidad de la muestra de datos como se dio en la ecuación [3.71] puede ser expresada como:

$$f(U) = \prod_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\pi \det[\sigma^2 I]} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} |u(k) - A\Phi s(k)|^2\right)$$
[3.72]

Donde *det*[] denota el determinante. Ignorando los términos constantes, la función de probabilidad logarítmica dada por:

$$J = -ND\log\sigma^{2} - \frac{1}{\sigma^{2}}\sum_{k=0}^{N-1} |u(k) - A\Phi s(k)|^{2}$$
[3.73]

El logaritmo de la ecuación [3.73] debe ser maximizada para minimizar la función de coste:

$$\min_{(\Phi,S)} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} |u(k) - A\Phi s(k)|^2 \right\}$$
[3.74]

Dando solución por el Mínimo Cuadrado se tiene:

$$\hat{s}(k) = (A^{H}(\Phi)A(\Phi))^{-1}A^{H}(\Phi)u(k)$$
[3.75]

Sustituyendo [375] en la [3.74] se obtiene:

$$\hat{s}(k) = (A^{H}(\Phi)A(\Phi))^{-1}A^{H}(\Phi)u(k)$$
[3.76]

Donde $P_{A(\Phi)}$ es el operador de proyección que proyecta vectores sobre el espacio que chocan por columnas de $A(\Phi)$, está dado por:

$$P_{A(\Phi)} = A(\Phi) (A^{H}(\Phi) A(\Phi))^{-1} A^{H}(\Phi)$$
[3.77]

Por tanto, el estimador de máxima probabilidad de direcciones de llegada $\Phi = [\phi_1, ..., \phi_{D-1}]$ obtenido de la maximización de la función de probabilidad logarítmica es:

$$J(\Phi) = \sum_{k=0}^{N-1} |P_{\mathcal{A}(\Phi)}u(k)|^2$$
[3.78]

La ecuación [3.78] se puede interpretar de una manera geométrica tal que la técnica de máxima probabilidad aparece como una variante del método basada en sub espacio.

En términos geométricos, la ecuación [3.78] el estimador de máxima probabilidad se obtiene de la investigación sobre los múltiples arreglos para vectores dirigidos D que forman una señal sub espacial de dimensión D la cual es muy cercana a los vectores {u(k), k=0, ..., N-1}.

La ecuación [3.78] es equivalente a:

$$J(\Phi) = trace \left[P_{A(\Phi)} \hat{R}_{uu} \right]$$
[3.79]

Donde \hat{R}_{uu} es la matriz de muestra de la matriz de la covarianza:

$$\hat{R}_{uu} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u(k) u^{H}(k)$$
[3.80]

La idea es mejorar la maximización con respecto a un parámetro mientras mantiene los parámetros restantes fijos. El valor de ϕ_i en la iteración $(n+1)^{th}$ se obtiene resolviendo el siguiente problema de maximización unidimensional:

$$\hat{\phi}_{i}^{(n+1)} = \arg\max_{\phi_{i}} trace \left[P_{\left[A\hat{\phi}_{i}^{(n)}, a(\phi_{i})\right]} \hat{R}_{uu} \right]$$

$$[3.81]$$

Donde $\hat{\Phi}_i^n$ denota el vector comprendido del ángulo de la dirección de llegada estimada de todas las señales ó computado:

$$\hat{\Phi}_{i}^{n} = \left[\hat{\Phi}_{0}^{n}, \dots, \hat{\Phi}_{i-1}^{n}, \hat{\Phi}_{i+1}^{n}, \dots, \hat{\Phi}_{D-1}^{n}\right]$$
[3.82]

El procedimiento de inicialización empieza resolviendo la maximización del problema para un único recurso:

$$\hat{\phi}_{i}^{(0)} = \arg\max_{\phi_{0}} trace \left[P_{a(\phi_{0})} \hat{R}_{uu} \right]$$
[3.83]

Usando el estimado ϕ_0 , ϕ_1 se calcula como:

$$\hat{\phi}_{i}^{(0)} = \arg\max_{\phi_{0}} trace \left[P_{a\phi_{0}^{-}(0), a\phi_{1}} \hat{R}_{uu} \right]$$
[3.84]

Continuando, $\Phi^{(0)} = \left[\hat{\phi}_{0}^{(0)} \ \hat{\phi}_{1}^{(0)} \ ,..., \ \hat{\phi}_{D-1}^{(0)} \right]$ se computa. Después de una inicialización adecuada, los algoritmos de proyección alterna se usan para maximizar una función de probabilidad logarítmica. Se puede mostrar que, usando las propiedades de la matriz de proyección [3.81] puede ser escrita como:

$$\hat{\Phi}_{i}^{(n+1)} = \arg\max_{\phi_{i}} trace \left[P_{a(\phi_{i})} \\ A(\Phi_{i}^{(n)}) \right]$$
[3.85]

donde:

$$a(\phi_i)_{A(\Phi_i^{(n)})} = \left(I - P_{A(\Phi_i^{(n)})}\right) a(\phi_i)$$
[3.86]

Definido el vector unitario

$$b(\phi_{i}, \Phi_{i}^{(n)}) = \frac{a(\phi_{i})_{A\Phi_{i}^{(n)}}}{\left\|a(\phi_{i})_{A\Phi_{i}^{(n)}}\right\|}$$
[3.87]

 $\langle \rangle$

La ecuación [3.85] puede ser escrita como:

$$\hat{\Phi}_{i}^{(n+1)} = \max_{\phi_{i}} b^{H}(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)}) R_{uu} b(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)})$$
[3.88]

Una proyección alterna basada en probabilidad máxima puede ser resumida como sigue:

1. Inicialización

$$\hat{\phi}_{i}^{(0)} = \max_{\phi_{i}} b^{H} \left(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)} \right) R_{uu} b \left(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)} \right), \quad para \ i = 0, \dots, D-1$$
[3.86]

2. Primera vuelta

Hasta
$$|\hat{\phi}_{i}^{(n)} - \hat{\phi}_{i}^{(n-1)}| < \varepsilon$$
, haga
 $\hat{\Phi}_{i}^{(0)} = \max_{\phi_{i}} b^{H}(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)}) R_{uu} b(\phi_{i}, \hat{\Phi}_{i}^{(n)}), \quad para \ i = 0, \dots, D-1$ [3.87]

3.4.4. Estimación DoA bajo condiciones bajo coherentes de la señal

Muchas de las técnicas bajo condiciones coherentes de la señal involucran modificaciones de la matriz de covarianza a través de un esquema del proceso llamado *regulador espacial*.

La idea de un esquema de regulación espaciales permitir a un arreglo lineal uniforme con sensores idénticos M sean divididos en sub arreglos delantero de tamaño p, cuyos sensores $\{0, ..., p-1\}$ forman el primer sub arreglo delantero y los sensores $\{1, ..., p\}$ forman el segundo sub arreglo delantero.

El $u_k(t)$ es el vector de las señales recibidas en el arreglo k^{th} basado en la ecuación [3.59]

$$u_k^f(t) = AF^{k-1}s(t) + n_k(t)$$
[3.88]

Donde $F^{(k)}$ denota la potencia k^{th} de la matriz diagonal:

$$F = diag \left\{ \exp\left(-j\beta\cos\phi_{0}\right), \dots, \exp\left(-j\beta\cos\phi_{D-1}\right) \right\}$$
[3.89]

La matriz de covarianza del sub arreglo k^{th} es por tanto dado por:

$$R_{k}^{f} = AF^{(k-1)}R_{ss}F^{H(k-1)}A^{H} + \sigma_{n}^{2}I$$
[3.90]

donde

Basado en lo anterior, la matriz de covarianza promediada y regulada espacialmente R^{f} se define como una muestra media de la matriz de covarianza del sub arreglo delantero.

$$R^{f} = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} R_{k}^{f}$$
[3.91]

Donde L=M-p+1 es el número de sub arreglos. Ahora sustituyendo [3.90] en [3.91], se obtiene:

$$R^{f} = A \left(\frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} F^{(k-1)} R^{f}_{ss} \left(F^{H(k-1)} \right)^{H} \right) A^{H} + \sigma_{n}^{2} I$$
[3.92]

Donde R_{ss}^{f} es la matriz de covarianza modificada de las señales dada por:

$$R_{ss}^{f} = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} F^{(k-1)} R_{ss} \left(F^{H(k-1)} \right)^{H}$$
[3.93]

Para $L \ge D$, la matriz de covarianza R_{ss}^{f} no será singular e indiferente de las señales coherentes.

El precio de detectar las señales coherentes usando este método es la reducción de la apertura del arreglo. Un elemento M del arreglo puede detectarse solo con M/2 señales coherentes usando MUSIC con el regulador espacial promedio opuesto a M-1 señales no coherentes que pueden ser detectadas por un MUSIC convencional.

En este esquema, además de dividir en sub arreglos coincidentes también se divide en arreglos posteriores coincidentes tal que el primer subarreglo posterior se forma usando elementos $\{M, M-1, ..., M-p+1\}$ y así.

Similar a la [3.92] el conjugado complejo del vector de la señal recibida k^{th} en el subarreglo posterior puede ser expresado como:

$$u_{k}^{b} = \left[u_{M-k+1}^{*}, u_{M-k}^{*}, \dots, u_{p-k+1}^{*}\right]^{T}$$

= $AF^{k-1}\left(F^{M-1}s\right)^{*} + n_{k}^{*}, \quad (0 \le k \le L - 1)$
[3.94]

Donde *F* se define en la [3.92]. La matriz de covarianza del arreglo posterior k^{th} es por tanto dado por:

$$R_{k}^{b} = AF^{k-1}R_{ss}\left(F^{k-1}\right)^{H}A^{H} + \sigma_{n}^{2}I$$
[3.95]

donde

$$R_{\tilde{s}s} = F^{-(M-1)} E[s^* s^T] (F^{-(M-1)})^H$$

= $F^{-(M-1)} R_{ss}^* (F^{-(M-1)})^H$ [3.96]

Ahora la matriz del subarreglo regulado espacialmente R^b puede ser definido como:

$$R_{b} = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} R_{k}^{b} = A R_{ss}^{*} A^{H} + \sigma_{n}^{2} I$$
[3.97]

Una matriz de covarianza regulada espacialmente posterior R^b será con filas llenas con tal que R_{ss}^b no sea singular, lo que garantiza que $L \ge D$.

Ahora una matriz de covarianza regulada adelante / conjugada por detrás se define como el promedio \hat{R} de R^f y R^b , por ejemplo:

$$\hat{R} = \frac{R^f + R^b}{2} \tag{3.98}$$

Usando un arreglo con *M* elementos, aplicando *MUSIC* sobre \hat{R} , es posible detectar *2M/3* señales coherentes.

La *Gráfica 3.8* muestra una comparación entre el MUSIC convencional y un regulador espacial *adelante / conjugado detrás* en un ambiente de señales trayecto múltiple coherentes. Las simulaciones con tres señales coherentes chocan sobre un arreglo lineal uniforme de 6 elementos de 60, 90, y 120 grados muestra que el *MUSIC* falla casi completamente, mientras un esquema de preproceso regulador espacial, de todas las tres señales trayecto múltiple se detectaron claramente.



Gráfica 3.8. MUSIC vs. atrás/adelante en trayectos múltiples coherentes.

La presencia de señales coherentes, la matriz de correlación R_{ss} llega a ser singular, y quebranta la premisa en la cual la derivación *MUSIC* se basa. Sin embargo, si todas las señales coherentes *(típicamente todas componentes trayecto múltiple asociadas con una fuente única dentro de un solucionable chip)* son agrupadas juntas como una única señal, la matriz de correlación de la señal puede retener su fila llena.

Sin embargo, la matriz del vector dirigido *A* no consiste de vectores dirigidos correspondientes en claras direcciones de llegada. En vez de eso las columnas de *A* consisten de firmas espaciales asociadas con cada fuente *(grupo de señales coherentes)*.

Esencialmente, R_{ss} con filas llenas aplicando el modelo de la ecuación [3.5]. Ahora los vectores de la columna *A* son combinaciones lineales en uno o más vectores dirigidos correspondientes a uno o más direcciones de llegada. Una vez que este la fila llena de R_{ss} se mantiene, el algoritmo *MUSIC* es válido, y la señal de sub espacio se choca con los vectores de firma espacial se tiene:

$$a_0 \quad a_{1,...,} \quad a_{D-1}$$
 [3.99]

En la cual el ruido de subespacio es ortogonal. Computando el espectro *MUSIC* involucra investigar a través de todos los vectores de la firma espacial posibles para encontrar picos en el espectro. Debido a que las firmas son combinaciones lineales de los vectores dirigidos, implica una investigación en un espacio

dimensional N_{mp} , donde N_{mp} es el número de componentes asociados con un único recurso *(grupo)*. El espectro *MUSIC* multidimensional está dado por:

$$P_{MD_{-}MUSIC} = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{N_{mp}^{-1}}) \\ = \left\{ \min_c \left[c^H a^H (\phi_1, \phi_{21}, \dots, \phi_{N_{mp}}) V_n V_n^H a (\phi_1, \phi_{21}, \dots, \phi_{N_{mp}}) c \right] \right\}^{-1}$$
[3.100]

Donde el vector *c* se define como:

$$c = \left[1, \frac{c_1}{c_0}, \frac{c_2}{c_0}, \dots, \frac{c_{N_{mp}-1}}{c_0}\right]^T$$
[3.101]

Donde los valores $\{c_i\}$ pesan un vector dirigido relativo a otro. Como claramente se muestra de la ecuación [3.10], el número de componentes trayecto múltiple se incrementa exponencialmente aumentando la complejidad de la investigación. La complejidad de la automatización de esta variación de *MUSIC* hace que la implementación en tiempo real se extremadamente difícil en más de dos dimensiones.

CAPÍTULO IV SISTEMAS DE LOCALIZACIÓN RF

Los sistemas para encontrar dirección estiman la posición y localización de una fuente móvil midiendo la dirección de llegada, o su ángulo, la fuente de la señal, usando los métodos descritos en la sección anterior. La medida de la *Dirección de llegada, DoA,* restringe la localización de una fuente a lo largo la línea del estimado *Dirección de llegada, DoA,*. Cuando múltiples medidas son hechas simultáneamente en múltiples estaciones bases, un método de triangulización se usa para formar una localización estimada de la fuente en la intersección de las *Líneas de Rodamiento, (LOB, Lines-of-Bearing).*

4.1. Diferentes Sistemas PL para el hallazgo de dirección

Los sistemas de *hallazgo de dirección,(PL, direction finding)*, utilizan arreglos de antenas y técnicas de dirección de llegada, *Dirección de llegada, DoA*,, para determinar la dirección de la señal de interés.

La medida *Dirección de llegada, DoA*, restringe la localización de la fuente a lo largo de una línea del *Dirección de llegada, DoA*, estimado, la cual se llama línea de rodamiento, *LoB*.

Cuando múltiples medidas *Dirección de llegada, DoA*, de múltiples estaciones bases son usadas en una configuración triangular, la estimación de la localización de una fuentes obtenidas de la intersección de estas líneas. La *Grafica 4.1* ilustra la solución *PL* en dos dimensiones, múltiples estimados *Dirección de llegada, DoA*, son comúnmente usadas para mejorar la precisión de la estimación



Gráfica 4.1. Solución de la Localización de Hallazgo de dirección en 2D

La estimación de la dirección de llegada se lleva a cabo por algoritmos discutidos en el capítulo anterior. Los arreglos de antena los cuales usan técnicas de solución o arreglos con aperturas grandes y un gran número de elementos capaces de proveer muy altas resoluciones angulares.

La estimación *Dirección de llegada, DoA*, puede sufrir deterioros del canal de radio móvil. En los sistemas de hallazgo de dirección son capaces de estimar el retardo de las componentes trayecto múltiple. La dirección de la fuente es frecuentemente aproximada usando la *Dirección de llegada, DoA*, de la componente de la señal con mayor fuerza.

4.1.1. Sistemas de posición y localización con Rango Verdadero

Los sistemas de posición y localización, *PL*, de rango, miden la distancia absoluta entre la fuente móvil y un conjunto de estaciones base a través de las medidas del tiempo de llegada, (*ToA time of arrive*), las medidas *ToA* son descritas para ir estimando lo que define una espera alrededor del receptor.

En la *Gráfica 4.2* ilustra la solución en *3D* de un sistema de posición y localización, *PL*, de rango, donde tres sensores (S_1, S_2, S_3) se usan para recibir la señal de la fuente. Si las esferas descritas intersecan más de un punto, el resultado es una solución ambigua a la posición de localización. Medidas de rango redundante, son comúnmente dispuestas para reducir o eliminar ambigüedades *PL*.



Gráfica 4.2. Solución de la Posición de Localización en 3D

Para ilustrar el concepto de sistema de posición y localización de rango, un sistema PL de rango 3D usando N estaciones bases. El tiempo de llegada de una señal en cada receptor se estima y describe a la medida del rango por una relación:

$$R_i = c \,\tau_i \tag{4.1}$$

Donde R_i es la medida del rango, c es la velocidad de propagación de la señal y τi es el estimado *ToA* en el *i*th receptor. Las relaciones matemáticas entre las medidas del rango en la *N* estación base, las coordenadas de la localización de la estación base conocida, y las coordenadas de la fuente son:

$$R_{i} = \sqrt{(X_{i} - x)^{2} + (Y_{i} - y)^{2} + (Z_{i} - z)^{2}} \quad para \ i = 1, 2, 3, ..., N$$

$$[4.2]$$

Donde (*Xi*, *Yi*, *Zi*) son las coordenadas geográficas del receptor de la estación base i^{th} , R_i es el i^{th} estimado del rango de la fuente, y (*x*,*y*,*z*) es la localización del usuario.

La ecuación [4.2] define a N X 3 conjunto de ecuaciones no lineares las cuya solución es la coordenada de localización de la fuente. Si el número de incógnitas, o coordenada de la fuente se resuelven, es igual al número de medidas de rango, el conjunto de ecuaciones es *consistente* y tiene una única solución.

La precisión de tiempo o medidas de fase en sistemas *PL* de rango requieren sincronización de reloj estricta entre la fuente y las estaciones base. Esto se logra a través del uso de relojes estacionarios como relojes estándares de rubidio o cesio, o señales recibidas de satélites en los receptores de la estación base.

4.1.1. Sistemas de posición y localización elípticos

Los sistemas *PL* elípticos localizan una fuente por la intersección de las elipses descritos por las medidas de la suma de rangos entre sensores receptores múltiples. La *Gráfica 4.3* muestra la solución en *2D* de un sistema de localización elíptica. La sumatoria de rangos se determina de la suma de tiempos de llegada en múltiples receptores. La relación entre la suma del rango, $R_{i,j}$ y el *ToA* entre los receptores de la estación base está dada por:

$$R_{i,j} = c \tau_{i,j} = c(\tau_i + \tau_j) = R_i + R_j$$
[4.3]

Donde *c* es la velocidad de propagación de la señal y $\tau_{i,j}$ es la suma de los *ToAs* en el receptor *i* e *j*. La medida de las suma de rangos restringe la localización de una posible fuente para un elipse. La elipse que describe la suma de rango entre receptores está dado por:

$$R_{i,j} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} + \sqrt{(X_j - x)^2 + (Y_j - y)^2 + (Z_j - z)^2}$$
[4.4]

Donde (X_i, Y_i, Z_i) y (X_j, Y_j, Z_j) definen las localizaciones de los receptores de la estación base *i* e *j*, y (x, y, z) es el estimado de la localización de la fuente.

Una localización de una fuente puede ser únicamente determinada por la intersección de tres o más elipses. Las medidas de sumatoria del rango redundantes pueden ser hechas para mejorar la precisión y ambigüedades de la solución de localización. Este método ofrece la ventaja de no requerir alta precisión en los relojes del móvil.



Gráfica 4.3. Solución de la posición de localización en 2D

Si el tiempo repunte de la retransmisión del móvil es conocida exactamente, y si cada estación base se sincroniza al tiempo *GPS*, un sistema elíptico se puede implementado.

4.1.2. Sistemas de posición y localización hiperbólicos

Los sistemas *PL* hiperbólicos estiman la localización de una fuente por la intersección de hiperboloides, la cuales son medidas por un conjunto de diferencias de rango entre tres o más estaciones bases.

El rango de diferencia entre dos receptores se determina midiendo la diferencia del tiempo de llegada de una señal entre ellos. La relación entre la diferencia de rango y el *Tiempo diferencial de llegada, (TDoA, time differential of Arrive)* entre receptores está dado por:

$$R_{i,j} = c \tau_{i,j} = c (\tau_i - \tau_i) = R_i - R_j$$
[4.5]

Donde $\tau_{i,j}$ es el *Tiempo diferencial de llegada, (TDoA, time differential of Arrive)* entre el receptor *i* e *j*. El estimado del *Tiempo diferencial de llegada,* en ausencia de ruido e interferencia restringe las posibles localizaciones de la fuente para un hiperboloide de revolución con el receptor como el foco.

La *Gráfica 4.4* ilustra una solución de localización de posición hiperbólica en 2D. En un sistema 3D, las hiperboloides que describen la diferencia de rango, $R_{i,j}$, entre receptores son dados por:

$$R_{i,j} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} - \sqrt{(X_j - x)^2 + (Y_j - y)^2 + (Z_j - z)^2}$$
[4.6]

Donde (X_i, Y_i, Z_i) y (X_j, Y_j, Z_j) definen las localizaciones de los receptores de la estación base *i* e *j* respectivamente, $R_{i,j}$ es la medida de la diferencia de rango entre las estaciones base *i* e *j*, y (x, y, z) son las coordenadas desconocidas de la fuente.

Si la fuente y receptores son coplanares, la localización de la fuente puede ser estimada de la intersección de dos o más hiperboloides producidos de tres o más

medidas *Tiempo diferencial de llegada*, resultando una solución de trilateración hiperbólica.

La estimación de la localización de una fuente en *3D* se produce por la intersección de tres o más hiperboloides generados independientemente de cuatro o más medidas *Tiempo diferencial de llegada*, resulta una solución de multilateración hiperbólica. Si la hipérbola determinada de múltiples receptores interseca en más que de un punto, hay ambigüedad en la posición estimada de la fuente. La localización ambigua puede ser resuelta usando una *información principal* acerca de la localización de la fuente aproximada (*tal como el emplazamiento sirve al móvil*).



Gráfica 4.4. Solución de Localización Hiperbólica

Como un resultado, las técnicas de posición de localización no requieren hardware adicional o implementación de software en el móvil. Sin embargo, la sincronización del reloj se requiere en todos los receptores usados por la estimación *PL*.

4.2. Técnicas de Estimación del Tiempo Diferencial de Llegada, TDoA

La estimación *PL* de localización de posición hiperbólica se consigue en dos etapas. La primera etapa involucra la estimación de la Diferencia de tiempo de llegada *Tiempo diferencial de llegada, (TDoA, time differential of Arrive)* entre los receptores de la estación base a través del uso de técnicas de la estimación del retardo de tiempo. Los estimados *Tiempo diferencial de llegada* son transformados

en medidas de la diferencia de rango en las estaciones base, resultando un conjunto de ecuaciones de rango de diferencia hiperbólicas no lineares.

La segunda etapa utiliza algoritmos eficientes para producir una solución ambigua para estas ecuaciones hiperbólicas no lineales. La solución producida por estos algoritmos resulta en una localización de la posición estimada de las fuentes.

La diferencia del tiempo de llegada de una señal puede ser estimada por dos métodos generales: sustrayendo las medidas del tiempo de llegada (*ToA, time of arrive*) de dos estaciones base para producir un *Tiempo diferencial de llegada, (TDoA, time differential of Arrive)* relativo, o a través del uso de técnicas de correlación cruzada, en la cual la señal recibida en una estación base esta correlacionada con la señal recibida en otra estación base.

4.2.1. Modelo general para la estimación Tiempo diferencial de llegada.

Para la señal, s(t), radiando de una fuente remota a través del canal con interferencia y ruido para la estimación del retardo de tiempo entre las señales recibidas en dos estaciones bases, $x_1(t)$ y $x_2(t)$, está dado por:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_1 s(t - d_1) + n_1(t) \\ x_2(t) &= A_2 s(t - d_2) + n_2(t) \end{aligned}$$

$$[4.7]$$

donde

$A_1 y A_2$	amplitud de cada señal	
$n_1(t) y n_2(t)$	señales de ruido e interferentes	
$d_1 y d_2$	tiempos de retardo de la señal, de los tiempos de llegada.	

Este modelo tiene la hipótesis que s(t), $n_1(t)$ y $n_2(t)$ son reales y juntamente estacionarios, de promedio cero (*promedio de tiempo*) en un proceso aleatorio y s(t) es no correlacionado con el ruido $n_1(t)$ y $n_2(t)$. Refiriéndose al retardo de tiempo y amplitudes a escala al receptor con el más pequeño el *Tiempo de Llegada*, y dado que $d_1 < d_2$, el modelo de [4.7] puede ser rescrito como:

$$x_{1}(t) = s(t) + n_{1}(t)$$

$$x_{2}(t) = As(t - D) + n_{2}(t)$$
[4.8]

Donde *A* es la amplitud del radio entre dos versiones de s(t), y $D = d_2 - d_1$. Es necesario estimar *D* y el *Tiempo diferencial de llegada* de s(t) entre dos receptores. El estimado de la amplitud a escala *A* se necesita para encontrar el estimado del *Tiempo diferencial de llegada* con consideraciones de pérdida de trayecto.

Si la señal transmitida tiene propiedades cíclicas se puede usar las propiedades ciclo-estacionarias para estimar la diferencia de tiempo D y la amplitud del radio A. El límite de la correlación cruzada cíclica y autocorrelaciones están dadas por:

$$R_{x_2x_1}^{\alpha}(\tau) = AR_s^{\alpha}(\tau - D)e^{-j\pi\alpha D} + R_{n_2n_1}^{\alpha}(\tau)$$

$$[4.9]$$

donde:

$$R_{x_1}^{\alpha}(\tau) = R_s^{\alpha}(\tau) + R_{n_1}^{\alpha}(\tau)$$

$$[4.10]$$

$$R_{x_{2}}^{\alpha}(\tau) = |A|^{2} R_{s}^{\alpha}(\tau) e^{-j\pi\alpha D} + R_{n_{2}}^{\alpha}(\tau)$$
[4.11]

Donde el parámetro α es la frecuencia cíclica⁹. Si $\alpha = 0$, las ecuaciones anteriores son las correlaciones cruzadas de límite convencional y autocorrelacionado.

Si *s*(*t*) muestra una frecuencia cíclica α no compartida por *n*₁(*t*) y *n*₂(*t*), el valor de α en las medidas en [4.10] y [4.11], se obtiene a través de un promedio de tiempo infinito:

$$R_{n}^{\alpha}(\tau) = R_{n2}^{\alpha}(\tau) = R_{n|n2}^{\alpha}(\tau) = 0$$
[4.12]

En modelo general para la estimación del retardo de tiempo entre las estaciones bases llega a ser:

$$R_{x_2 x_1}^{\alpha}(\tau) = A R_s^{\alpha}(\tau - D) e^{-j\pi\alpha D}$$
[4.13]

$$R_{x_1}^{\alpha}(\tau) = R_s^{\alpha}(\tau) \tag{4.14}$$

$$R_{x2}^{\alpha}(\tau) = \left|A\right|^2 R_s^{\alpha}(\tau) e^{-j\pi\alpha D}$$

$$[4.15]$$

⁹ GARDNER, W. "Simplification of MUSIC and ESPRIT by Explotation of Cyclostationary" [GAR91]

La estimación precisa de *D* usa técnicas de estimación que proveen resistencia al ruido e interferencia y la habilidad de encontrar las componentes de la señal trayecto múltiple.

Muchas técnicas han sido desarrolladas con la variación de grados de precisión y menos robustez. Estas incluyen la correlación cruzada generalizada *(GCC, generalized cross correlation)* y ciclo estacionario que se beneficia de los métodos de correlación cruzada.

4.2.2. Método de Correlación Cruzada generalizada

Las técnicas de correlación cruzada para resolver el problema de la estimación del *Tiempo diferencial de llegada* hacen relación a métodos de correlación cruzada generalizada, *GCC*. Estos métodos han sido explorados¹⁰ de versiones de prefiltrado con correlación cruzada de las señales recibidas en dos estaciones base receptoras.

El prefiltrado intenta frecuencias acentuadas para la cual la señal a ruido es la más alta y la atenuación del ruido después la señal se pasa al correlacionador. Generalizando varios métodos de correlación cruzada para la estimación del *Tiempo diferencial de llegada* se basa en la ecuación [4.13] para α =0. Por lo tanto se escribe como:

$$R_{x_{2}x_{1}}^{0}(\tau) = AR_{s}^{0}(\tau - D)$$
[4.16]

El argumento que maximiza la ecuación [4.16] provee un estimado del *Tiempo diferencial de llegada, D.* Equivalente a la ecuación [4.16] se tiene:

$$R_{x_{2}x_{1}}(\tau) = R_{x_{2}x_{1}}^{0}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{1}(t) x_{2}(t-\tau) dt \qquad [4.17]$$

Sin embargo, $R_{x_2x_1}(\tau)$ puede ser estimado en un tiempo de observación finita. Por tanto, un estimado de la correlación cruzada está dado por:

¹⁰ GARDNER, W. "Simplification of MUSIC and ESPRIT by Explotation of Cyclostationary" [GAR91]

$$\hat{R}_{x_{2}x_{1}}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x_{1}(t) x_{2}(t-\tau) dt$$
[4.18]

Donde *T* representa el intervalo de la observación. La ecuación [4.18] se basa en el uso de un correlacionador analógico. El proceso de correlación puede también ser implementado digitalmente si se muestrea forma de onda usada. La salida de un proceso de correlación discreta usa *N* muestras digitales de la señal está dada por:

$$\hat{R}_{x_{2}x_{1}}(m\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x_{1}(n) x_{2}(n+mt) d$$
[4.19]

La función de densidad espectral de la potencia cruzada, $G_{x_2x_1}(f)$, describe la correlación cruzada de $x_1(t)$ y $x_2(t)$ en la ecuación [4.18] y es:

$$R_{x_{2}x_{1}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{x_{2}x_{1}}(f) e^{j\pi f\tau} df$$
[4.20]



Gráfica 4.5. Método de correlación cruzada generalizada

Para mejorar la precisión del estimado del retardo, se filtra dos señales antes de integrar en la ecuación [4.18]. Como se muestra en la *Gráfica* 4.5, las señales recibidas $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son filtradas, luego correlacionadas, integradas y elevadas al cuadrado.

Esto se realiza para un cambios de tiempo, τ , hasta un pico de correlación se obtiene. El retardo de tiempo causa el pico de correlación cruzada \hat{D} , un estimado del *Tiempo diferencial de llegada* tiene un valor *D*. Si el correlacionador provee un estimado imparcial de *D*, los dos filtros deben mostrar las mismas características de fase y así son usualmente son casi idénticos.

Cuando $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son filtrados, el espectro de correlación cruzada entre las salidas filtradas está dado por:

$$G_{y_2y_1}(f) = H_1(f)H_2^*(f)G_{x_2x_1}(f)$$
[4.22]

Donde ^{*} denota el conjugado complejo. Por lo tanto, la correlación cruzada generalizada, especificada por el superíndice *G*, entere $x_1(t)$ y $x_2(t)$ es:

$$R^{G}_{y_{2}y_{1}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{G}(f) G_{x_{2}x_{1}}(f) e^{j\pi\tau} df$$
[4.23]

donde

$$\Psi_{G}(f) = H_{1}(f)H_{2}^{*}(F)$$
[4.24]

Y denota el peso de la frecuencia general, o la función de filtrado. Porque solo un estimado de $R_{y_2y_1}^{G}(\tau)$ puede ser obtenido de la ecuación [4.23] se rescribe como:

$$\hat{R}^{G}_{y_{2}y_{1}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{G}(f) \hat{G}_{x_{2}x_{1}}(f) e^{j\pi\tau} df \qquad [4.25]$$

Las cuales son usadas para estimar *D*. Los métodos *GCC* usa funciones de filtro, $\Psi_G(f)$, para minimiza el efecto del ruido e interferencia.

La opción de la función de frecuencia, $\Psi_{g}(f)$, es muy importante, especialmente cuando las señales recibidas tienen retardos resultado de ambientes de trayecto múltiple.

Nombre del Procesador	Función de Frecuencia Ψ _G (f)
Correlación Cruzada	1
Respuesta al Impulso Roth	$\frac{I}{G_{x_{1}x_{1}}}\left(f\right) \circ \frac{I}{G_{x_{2}x_{1}}}\left(f\right)$
Transformada de Coherencia Regulada	$\frac{I}{\sqrt{G_{xIxI}(f)G_{x_2x_2}(f)}}$
Eckart	$\frac{G_{s,s}(f)}{G_{n,n}(f)} \begin{bmatrix} G_{x_2,x_2}(f) \end{bmatrix}$
Máxima Probabilidad	$\frac{\left y_{2}x_{2}^{x}(f)\right }{\left G_{x_{1}x_{1}}(f)\left[\left 1-y_{1}x_{2}^{x}f\right ^{2}\right]\right }$

Tabla 4.1. Funciones de Frecuencia GCC

Varias funciones de frecuencia, o procesadores, han sido propuestos par facilitar el estimado *D*. Cunando los filtros $H_1(f) = H_2(f)$, $\forall f$, luego $\Psi_G(f) = 1$, el estimado \hat{G} es la abscisa de retardo en la cual la correlación cruzada llega a un pico. Esto considera un proceso de correlación cruzada. Otros procesadores incluyen otras funciones como se ve en la *Tabla 4.1*.

Los métodos *GCC* requieren las diferencias en el *ToAs* para cada señal a ser más grande que los anchos de las funciones de correlación cruzada tal que los picos pueden ser resueltos.

Consecuentemente, si el *Tiempo de Llegada, ToA* no está suficientemente separado, las coincidencias de las correlaciones cruzadas pueden introducir significantes errores en el estimado del *Tiempo diferencial de llegada*. También si s(t), $n_1(t)$ y $n_2(t)$ tienen picos resueltos, los métodos *GCC* convencionales deben seguir determinando picos que corresponden a la señal de interés y picos de interferencia.

Los métodos *GCC* producen picos del *Tiempo diferencial de llegada* para todas las señales de los datos recibidos a menos están espectralmente sueltos y pueden ser filtrados, lo cual no muestra solo la señal de interés.

4.2.3. Métodos para estimación PL hiperbólica

Para resolver la localización de dos dimensiones de una fuente que usa M receptores de la estación base, primero, se refiere a todos los tiempos diferenciales de llegada, *TDoA*, para la primera estación base que es la primera en recibir la señal transmitida. Luego, (x,y) es la localización de la fuente transmitida y (X_i, Y_i) es la localización conocida del receptor i^{th} de la estación base. Siguiendo a la ecuación [4.2], la distancia entre la fuente y el receptor i^{th} es:

$$R_i(x, y) = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2}$$
[4.26]

La diferencia de rango entre las estaciones bases con respecto a la primera estación base que llega, de la ecuación [4.6], es:

$$R_{i1}(x, y) = c \tau_i = R_i(x, y) - R_1(x, y)$$

= $\sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2} - \sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2}$ [4.27]

donde

c velocidad de la luz

 $R_{i,1}$ distancia de diferencia de rango entre la primera estación base y la ith estación base,

*R*₁ *distancia desconocida entre la primera estación base y la fuente*

 $\tau_{i,l}$ estimado Tiempo diferencial de llegada entre la primera estación base y la ith estación base.

Esto define un conjunto de ecuaciones hiperbólicas no lineales cuya solución se da en coordenadas de 2D de la fuente. Note que los argumentos de [4.26] y [4.27] puede ser exacto conocido coordenadas de el móvil (x,y), o estima la posición del móvil.

El resolver un conjunto de ecuaciones no lineales para (x,y) es difícil. Una manera de linealizar estas ecuaciones es a través de la expansión de las series de *Taylor* y reteniendo los dos primeros elementos. La solución de las series de *Taylor* se automatiza rescribiendo la primera orden de aproximación del *Tiempo diferencial de llegada* en la ecuación [4.27] como:

$$R_{i,1} = R_{i,1}(x_{\nu} + \delta x, y_{\nu} + \delta y)$$

$$= R_{i,1}(x_{\nu}, y_{\nu}) - \left(\delta x \frac{\partial}{\partial x} + \delta y \frac{\partial}{\partial y}\right) R_{i,1}(x, y) \bigg|_{x=x_{\nu}}$$

$$y=y_{\nu}$$

$$= R_{i,1}(x_{\nu}, y_{\nu}) - \delta x \left(\frac{(X_{i} - x_{\nu})}{R_{i}(x_{\nu}, y_{\nu})} - \frac{(X_{1} - x_{\nu})}{R_{1}(x_{\nu}, y_{\nu})}\right) + \delta x \left(\frac{(Y_{i} - y_{\nu})}{R_{i}(x_{\nu}, y_{\nu})} - \frac{(Y_{1} - y_{\nu})}{R_{1}(x_{\nu}, y_{\nu})}\right)$$

$$(4.28)$$

Donde la verdadera localización del móvil es (x,y). La solución de la series de *Taylor* se estima de una manera iterativa, donde el estimado corriente de la localización del móvil es (x_v, y_v) . La posición verdadera del móvil descrita también a la estimada localización es:

$$\begin{aligned} x &= x_v + \delta x \\ y &= y_v + \delta y \end{aligned}$$

$$[4.29]$$

La medida del *Tiempo diferencial de llegada*, contiene también un equipo inherente inducido a una medida de error, $e_{i,l}$. Luego el término de error, δx y δy , en la
posición estimada corriente puede ser expresada como una función lineal de variables medidas, variables calculadas de la posición estimada, y un término de error.

$$\begin{bmatrix} \frac{(X_i - x_v)}{R_i(x_v, y_v)} - \frac{(X_1 - x_v)}{R_1(x_v, y_v)} \end{bmatrix} \delta x + \begin{bmatrix} \frac{(Y_i - y_v)}{R_i(x_v, y_v)} - \frac{(Y_1 - y_v)}{R_1(x_v, y_v)} \end{bmatrix} \delta x$$

$$\approx R_{i,1}(x, y) - R_i(x_v, y_v) - e_{i,1}$$
[4.30]

Dado un conjunto de mediadas *Tiempo diferencial de llegada* entre dos o más estaciones base, a lo largo con un estimado previo de una localización del móvil, (x_v, y_v) y un estimado del término de error, $\{e_{i,l}\}$, se puede determinar valores de δx y δy , para actualizar la localización estimada (x_v, y_v) así cada vez va más cerca de la aproximada posición actual, (x, y). Este proceso se repite hasta que los valores de δx y δy , lleguen a ser tan pequeños que el umbral deseado, indicando la convergencia.

Un *método de División y Conquista, (DAC, Divide and Conquer),* propuesto por *Abel*¹¹, consiste en dividir las medidas del *Tiempo diferencial de llegada* en grupos, cada grupo tiene un tamaño igual al número de incógnitas. Una solución es calcular cada grupo, luego conviene proveer una solución final.

Una solución no repetitiva para una estimación de posición hiperbólica, la cual es capaz de alcanzar un rendimiento óptimo para sensores localizados arbitrariamente, fue propuesta por *Chan*¹². La solución está muy cerca y es valida para distancias y fuentes cercanas. Cuando el estimado del error del *Tiempo diferencial de llegada* es pequeño, este método es una aproximación de máxima probabilidad del estimado *ML*.

Los algoritmos de la estimación *PL* hiperbólicos presentes en diferentes precisiones y complejidades. El método de mínimos cuadrados con las series de *Taylor* ofrece una estimación de la localización de posición precisa en un nivel de

¹¹ ABEL J. "A divide of conquer approach to least Squares Estimation" [ABEL90]

¹² CHAN T. "A simple and eficiente estimator for Hyperbolic location" [CHAN94]

ruido razonable y es aplicable para cualquier número de las medidas de diferencia de rango.

4.3. Medidas de Posición de Localización Precisa

Un conjunto de puntos de referencia se requieren evaluar la precisión de la técnica de posición de localización hiperbólica. Una medida usada comúnmente de precisión *PL* es la comparación del *medio error cuadrado, (MSE, mean square error),* de la solución de posición de localización para la teoría *MSE* basada en *CRLB*.

4.3.1. MSE y salto bajo de Cramér Rao (CRLV)

Una medida comúnmente usada de la precisión de un estimador de localización de posición, *PL*, es la comparación del error cuadrado medio, *MSE* de la solución *PL* (x,y) para el teórico *MSE* basado en un salto bajo *Cramér – Rao* sobre la varianza de estimadores imparciales para sistemas de rango. El método clásico para computar el *MSE* del estimado de localización de posición en *2D* es:

$$MSE = \varepsilon = E[(x - x_{v})^{2} + (y - y_{v})^{2}]$$
[4.31]

Donde

 (x_{v}, y_{v}) estimado de la posición de la fuente

.

E promedio sobre todas las condiciones del canal y anomalías del hardware para un usuario en una posición de localización particular.

El error de la posición de localización de la *raíz de cuadrado media, (RMS, root mean square)*, la cual puede ser usada como una medida de precisión PL, se calcula como la raíz cuadrada del *MSE*, como sigue:

$$MSE = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{E[(x - x_{v})^{2} + (y - y_{v})^{2}]}$$
[4.32]

Este método coloca una salto bajo para la varianza de cualquier estimador imparcial y es típicamente usada para una señal *Gaussiana* estacionaria en la presencia de ruido *Gaussiano* estacionario. Para una señal *Gaussiana* no y estacionario y ruido, alternan los métodos usados para evaluar el rendimiento de los estimados. La derivación de *CRLB* para el ruido *Gaussiano* propuesto por *Chan*

Una simple forma de CRLB está dado por:

$$TDoA_{rms} = \left(2\pi f \sqrt{2b\tau} RSNR\right)^{-1}$$
[4.33]

Cuando el *Tiempo diferencial de llegada* representa el *error rms* en la medida de la diferencia de tiempo entre dos sensores, y donde el *RSNR* representa la proporción sin tratar la señal a ruido antes de cualquier proceso de ganancia, el *RSNR* está dado por:

$$RSNR = \frac{\sqrt{SNR_1SNR_2}}{\sqrt{1 + SNR_1 + SNR_2}}$$
[4.34]

Donde *SNR_i* representa el valor lineal (*no en dB*) de la proporción de la señal a ruido recibida por el sensor en la posición *1 o 2*. El valor τ en la [4.33] es el tiempo de integración coherente en segundos, *b* es el ancho de banda de la señal banda base de la fuente en *Hz* y *f* es el *rms* del ancho de banda de radiofrecuencia de la señal en *Hz*.

Usando la [4.33] es posible estimar el error en los estimados *Tiempo diferencial de llegada* para una par de estaciones base. Esta perturbación se usa en un algoritmo de posición de localización hiperbólica para determinar los errores geométricos en la solución *PL*.

4.3.2. Probabilidad de Error Circular

Una simple medida de la precisión de los estimados de la posición de localización es un una probabilidad de error circular *(CEP, circular error probablility)*. El *CEP* es una medida de una incierta en un estimador de localización relativa a su media. Par un sistema *2D*, el *CEP* es definido como el radio de un círculo que contiene mitades de realización de vectores aleatorios con el mínimo como su centro.

Si el estimado de la posición de localización es imparcial, el *CEP* es una medida de incertidumbre relativa a la verdadera posición del transmisor. Si el estimador es imparcial y el saldo por imparcial *B*, luego con una probabilidad media de un estimador particular es entre la distancia B + CEP de la posición verdadera del transmisor. La *Gráfica 4.6* ilustra las relaciones geométricas *2D*.



Para un estimador de posición de localización hiperbólica, la aproximación CEP con una precisión entre el 10% como:

$$CEP \approx 0.75 \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$
[4.35]

Donde σ_x^2, σ_y^2 son las varianzas en la posición estimada de los ejes x,y.

CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Las señales de cada elemento del arreglo de antenas aportan y en forma conjunta con el proceso digital de señales generan un modelo de haz dinámico hacia dirección del usuario deseado disminuyendo la potencia de transmisión en el enlace de descendente; y con la ganancia que nos proporciona el arreglo de antena se cubre un área mayor que las antenas convencionales.
- El filtro estadísticamente óptimo implementado mediante un cancelador de lóbulos laterales múltiple y el algoritmo LSE, presenta una salida óptima cuando se recibe una señal en presencia de ruido de 8 dB y señales de no interés. Cuanto menor sea el ruido mejor se aproximará la señal de salida del sistema a la señal deseada; aunque también se obtiene una buena aproximación cuando los niveles de ruido son comparables a la señal.
- Un algoritmo adaptativo puede remover el efecto de las componentes de trayecto múltiple, si las componentes están correlacionadas cuando las diferentes fuentes tienen un desvanecimiento plano y si todas las componentes de la señal de no interés no están correlacionadas, el arreglo se ve limitado a anular solo M 1 componentes de trayecto múltiple. (*M vector de pesos*)
- Los algoritmos adaptativos que usan una secuencia de entrenamiento tienen una mejor solución que los algoritmos adaptativos que no lo usan (ciegos) puesto que la actualización de pesos solo viene las aportaciones de las antenas y si éstos están errados la salida del arreglo no enfoca el haz hacia la señal desea dando un error en el sistema.

 Las técnicas de localización de posición son muy dependientes de la precisión sobre un sistema geométrico porque cuando existe ambigüedades los relojes estacionarios del móvil y la estación base dan la solución a esa ambigüedad.

5.2. Recomendaciones

- Una red formadora de haces fija mejora su rendimiento si se adiciona un procesador de un arreglo adaptativo que otorga al sistema una selección espacial, lo que implica que la interferencia se vea reducida.
- Si las componentes de trayecto múltiple que inciden los cuales están muy cerca uno de otro, un ecualizador temporal, puede ser usado para suprimir las componentes de trayecto múltiple retardado.
- Para minimizar la función de coste de los algoritmos adaptativos es necesario realizar pruebas debido a que se pueden producir errores cuando el gradiente es igual a cero.
- Para los sistemas localizadores de posición deben usar relojes estacionarios tanto en la fuente como en la estación base para obtener una mayor precisión en la localización de la fuente.

ANEXO 1

ESTADÍSTICAS DE SEGUNDO ORDEN

La evaluación de la salida de los filtros usualmente involucra la potencia o la varianza, por lo tanto las estadísticas de segundo orden juegan un papel muy importante.

La de los datos recibidos de los elementos del arreglo se considera que tienen una media igual a cero. La varianza o potencia esperada de la salida del filtro está dada por:

$$E\left\{y\right|^{2} = w^{H}\left\{Exx^{H}\right\}$$

Si los datos son Estacionarios en Sentido Amplio (*WSS, Wide Sense Stationary*), entonces la matriz de covarianza de los datos es independiente del tiempo, así:

$$R_{x} = E\left\{xx^{H}\right\}$$

Aunque a menudo encontramos datos no estacionarios, la suposición WSS se usa para desarrollar filtros estacionariamente óptimos y para evaluar la salida del estado estacionario.

Dado que *x* representa las muestras de una serie uniformemente muestreada en el tiempo con una densidad de potencia espectral $S(\omega)$ y energía cero fuera de la banda espectral $[\omega_a, \omega_b]$. R_x puede se expresando en términos de la densidad espectral de potencia de los datos utilizando la relación de la transformada de Fourier como:

$$R_{x} = \int_{\omega a}^{\omega b} S(\omega) d(\omega) d^{H}(\omega) d\omega$$

El arreglo de datos x se debe a una fuente ubicada en la dirección θ . De la misma manera que en el caso de la serie en tiempo podemos obtener la matriz de covarianza del arreglo de datos como:

$$R_{x} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega a}^{\omega b} S(\theta, \omega) d(\theta, \omega) d^{H}(\theta, \omega) d\omega$$

Se dice que una fuente es de banda angosta de frecuencia ω_0 si R_x puede ser representado como el rango uno del producto:

$$R_{x} = \sigma_{S}^{2} d(\theta, \omega_{0}) d^{H}(\theta, \omega_{0})$$

donde

 σ_s^2 varianza de la fuente o potencia.

Las condicione bajo las cuales una fuente puede considerarse de banda angosta dependen del ancho de banda de la fuente como también del tiempo durante el cual se observa la fuente.

Un arreglo provee una apertura temporal efectiva sobre la cual una fuente es observada. La apertura temporal $T(\theta)$ se da para una fuente que llega en dirección θ .

ANEXO 2 MODELO RALEIGH

El modelo *Raleigh* fue desarrollado para proveer las propiedades de una correlación espacial teórica y un desvanecimiento a pequeña escala *Rayleigh*.

La propagación ambiental considerada es densamente poblada con reflexiones, como se muestra en la gráfica. Se asume que en un instante de tiempo particular, el canal se caracteriza por una dominante reflexión L. El vector de la señal recibida es modelada como:

$$x(t) = \sum_{l=0}^{L(t)-1} a(\phi_l) \alpha_l(t) s(t-\tau) + n(t)$$

donde:

- a vector dirigido
- $\alpha l(t)$ amplitud de trayecto complejo

s(t) señal modulada

n(t) ruido aditivo.



Ambiente de la Señal en un modelo Raleigh

La única característica del modelo es un cálculo complejo de la amplitud, $\alpha_l(t)$, la cual es expresada como:

$$\alpha_{l}(t) = \beta_{l}(t) \cdot \sqrt{\Gamma_{l}} \cdot \psi(\tau_{l})$$

Donde

Γ_l	describe el desvanecimiento logarítmico normal
$\psi(\tau_l)$	describe el perfil total del retardo de potencia recibida
$\beta_l(t)$	intensidad compleja del modelo de radiación en función del tiempo.

La intensidad compleja se describe como:

$$\beta_l(t) = k \sum_{n=0}^{N_l-1} C_n(\phi_l) \exp(j 2n f_d \cos(\Omega_{n,l})t)$$

Donde

 N_t número de las componentes de la señal que contribuyen a la reflexión dominante l^{th} ,

 $C_n(\phi_l)$ radiación compleja de la componente nth de la superficie reflejada dominante lth con respecto al movimiento del móvil.

La intensidad compleja resultante, $\beta_l(t)$, pone a la vista una distribución Gaussiana Compleja en todas las direcciones lejos del móvil. ϕ

ANEXO 3 SIMULACIONES

SIMULACIÓN 1

Desvanecimiento a Pequeña Escala. - Desvanecimiento Rayleigh



Estas simulaciones se han realizado tomando las fases aleatorias para ψ_i tomando valores aleatorios de una distribución uniforme, *unifrnd*, entre $[0,2\pi]$ y los trayectos a_i con una distribución *weibrnd*.

Además se ha tomado una velocidad de 40 m/s que es normal en un móvil en las calles, para un número de trayectos igual a 10. Para realizar las simulaciones se toma como regencia el texto [PRA00] referenciado en la bibliografía. Se ha simulado en el programa Matlab utilizando las sentencias para comunicaciones. Casi se utilizan las mismas funciones para el desvanecimiento Rician.

SIMULACIÓN 2

Desvanecimiento a Pequeña Escala - Desvanecimiento Rician



Como se ve en ambos desvanecimientos a pequeña escala, las señales se encuentran distorsionadas, por tanto, en vez de mejorar la señal con la sumatoria de los trayectos múltiples mejor para este caso la distorsiona.

SIMULACIÓN 3

Desvanecimiento a Gran Escala - Pérdida de Trayecto para una macro célula



Pérdida de trayecto simulada para una macro – célula, tomando en cuenta los siguientes datos: $d_0 = 1$ km. d = 10 km. f = 900 MHz para diferentes valores n de la Tabla 2.2. haciendo uso de las ecuaciones.

 $\overline{PL}(d_0)$ se calcula con la ecuación de Friis, considerando G_t=G_r=1:

$$PL(d_0) = 10\log\left[\frac{P_t}{P_r} = -10\log\left[\frac{\lambda^2}{(4\pi)^2 d^2}\right] = 20\log\left[\frac{(4\pi) \cdot d}{\lambda}\right]$$

SIMULACIÓN 4

Haz Dirigido basada en un algoritmo LS

Hipótesis Generales:

Número de sensores:	M = 10
Separación entre sensores:	$d = \lambda/2$
Frecuencia de muestreo:	$f_s = 2\ 000\ \text{Hz}$
Paso	$\mu = 0.009$

Se tiene tres señales de direcciones $\theta_1 = 0^\circ \theta_2 = 60^\circ \theta_3 = -80^\circ$ de frecuencia $f_c = 100$ Hz. A los elementos de de arreglo estas señales con ruido blanco siendo la señal SNR mayor a 8 dB. La señal de interés es para $\theta_1 = 0^\circ$.

Señal de Entrada



Patrón de Radiación de respuesta del canal principal para una señal deseada con ruido





Vista superior del patrón de respuesta del canal principal para una señal deseada

Patrón de respuesta del canal auxiliar



Patrón de respuesta del canal auxiliar vista desde arriba.



Salida del filtro para la señal deseada



Salida del filtro para la señal deseada en 2D



Recuperación de la señal deseada casi perfectamente y se recupera con el tiempo.



GLOSARIO DE TÉRMINOS Y ACRÓNIMOS

ACRONIMOS

A

AoA	Angle of Arrive. Ángulo de llegada
	С
CAD CDMA	<i>Computer Arded Design</i> . Diseño Asistido por Computadora. <i>Code Division Multiple Access</i> . Acceso Múltiple por División de Código.
	D
DAC DoA	<i>Divide and Conquer</i> . División y Conquista. <i>Direction of Arrival</i> . Dirección de llegada
	Ε
ESPRIT	<i>Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariante Technique.</i> Estimación de los parámetros de la señal por la técnica de invarianza rotacional.
	\mathbf{F}
FDMA	Frequency Division Multiple Access. Acceso Múltiple por
forward channel	División de Frecuencias. Canal Descendente. Transmisión desde la estación base al terminal móvil.
	G
GPRS	<i>General Packet Radio Service</i> . Servicio General de Paquetes por Radio.
GCC	<i>General Cross Correlation</i> . Correlación Cruzada Generalizada.
	L
LCMV	<i>Linearly Constrained Minimum Variance</i> . Varianza Mínima restringida Linealmente.
LoB	Lines of Bearing. Líneas de Rodamiento.
LSE	Least Square Error. Error Cuadrado Menor.

MMSE	Mínimum Mean Square Error. Error Cuadrado Medio
	Mínimo.
MSC	<i>Multiple Sidelobe Canceller</i> . Cancelador de múltiples lóbulos laterales
MSE	Mean Square Error Error Cuadrado Medio
	Multiple Signal Classification Clasificador de señal
MUSIC	múltiple.
	Р
PL	Position Localization, Localización de la Posición
PSD	<i>Power Spectral Density</i> . Densidad de Potencia Espectral.
	R
reverse channel	Canal Ascendente. Transmisión desde el terminal móvil
	hacia la estación base.
	Т
TDMA	Time Division Multiple Access. Acceso Múltiple por
	División de Tiempo.
TdoA	<i>Time Differential of Arrive</i> . Tiempo Diferencial de Llegada.
ТоА	Time of Arrive. Tiempo de llegada
	S
SDMA	Spatial Division Multiple Access. Acceso Múltiple por
	División de Espacio.
SoI	Signal of Interest. Señal de Interés.
SnoI	Signal not of Interest. Señal de no Interés.
S/N – SNR	Signal to Noise Ratio. Relación Señal a Ruido.

BIBLIOGRAFÍA

(a) Artículos

CAMPANELLA, H. (2000). <u>Antenas Inteligentes con aplicación en SDMA</u>. Grupo de Telecomunicaciones y Señales, Universidad del Norte. Barranquilla. Colombia.

FRANCO Martín, MIRANDA José, MORENO Óscar. (2001). <u>Introducción a la</u> <u>tecnología de antenas inteligentes. Aplicación a UMTS</u>. Comunicaciones Telefónicas I+d.

KLENER, Meter. (2006). Communications technology laboratory. The OFDM multi carrier system. University of Bremen. Bremen. Alemania.

PENTEK, Inc. (2001). <u>Smart Antenna Experiment for 3G y 4G Cellular System</u>. http://www.pentek.com. New Jersey. Estados Unidos.

PUPALA, Raúl. (2005). *Introduction to Wireless Electromagnetic Channels & Large Scale Fading*. Rutgers University. New Yersey. Estados Unidos.

SCHLEGEL, Christian.(1997). <u>Mobile Radio Channels</u>. University of Alberta. Edmonton. Canada.

(b) Libros

PAULRAJ A, GESBERT D, PAPADIAS C. (2000). *Smart Antennas for Mobile Communications*. Encyclopedia for Electrical Engineering. John Wiley Publishing. New Yersey. Estados Unidos.

(c) **Presentaciones de Diapositivas**

ALBORNOZ, Rafael (2004). <u>Antenas Inteligentes</u>. Universidad de Carabobo (http://lant.ing.uce.edu.ve). Carabobo. Venezuela.

CRESPO, Carlos (2004). <u>*Comunicaciones Móviles. Canal Inalámbrico.*</u> Universidad de Sevilla. España

JURADO, Jairo (2001). <u>Tecnologías de Antenas Inteligentes en los Sistemas de</u> <u>Comuniciones de Móviles</u>. Universidad del Valle. Caracas. Venezuela. MARTINEZ, Javier Martín (2006). <u>Diseño de Arreglos de Antenas con Aplicación en</u> <u>Sistemas de Antenas Inteligentes</u>. Universidad de Guadalajara. Guadalajara. México.

O'HARA B, and PETRICK A, *IEEE 802.11 Handbook – A Designer's Companion*, IEEE Press, 1999.

SUHAS, Mathur (2005). <u>Small Scale Fading in Radio Propagation</u>. Department of Electrical Engineering, Rutgers University. New Jersey. Estados Unidos.

WINTERS, Jack (2002). *Fourth Generation Cellular Systems and Smart Antennas*. AT&T Labs – Research (*http://www.allcomms.com*). New Jersey. Estados Unidos.

(d) Referencias

[ABE90] ABEL, S. (1990) "<u>A divide of conquer approach to least Squares</u> <u>Estimation</u>". IEEE Acoustic, Speech, and Signal Processing Magazine. Agosto. Estados Unidos.

[CHA94] CHANT, T. (1994) "<u>A simple and efficient estimator for Hyperbolic</u> <u>location</u>". IEEE of Signal Processing Magazine. Vol 42. N° 8. Agosto. Estados Unidos.

[GAR91] GARDNER, W. (1991) "<u>Simplification of MUSIC and ESPRIT by</u> <u>Explotation of Cyclostationary</u>". IEEE Acoustic, Speech, and Signal Processing Magazine. Abril. Estados Unidos.

[PRA00] PRABHU Gayatri, SHANKAR Mohana. (2000). <u>Simulation of Flat</u> <u>Fading Using MATLAB For Classroom Instruction</u>. Department of Electrical and Computer Engineering – Drexel University. Philadelphia. Estados Unidos.

[ROY90] ROY R. – KAILATH T. (1990) "<u>ESPRIT estimation of Signal</u> <u>Parameters via Rotational Invariace Technique</u>". IEEE – Optical Engineering. Vol 29. Estados Unidos.

[SCH79] SCHMIDT Raphael. (1979). "<u>Multiple Emitter Location and Signal</u> <u>Parameter Estimation</u>". Griffiss AFB. New York. Estados Unidos.

[ZIS88] ZISKIND I – WAX M. (1988) "<u>Maximum Likelihood</u> <u>Localization of Multiple Sources by aAlterning Projection</u>". IEEE Signal Processing. Vol 36. Octubre. Estados Unidos.

(e) Tesis

KEYVANI, Ali. (2003). "<u>Modelling and Simulation of a Fading Channel</u>" Simon Fraser University. Fraser. Canada.

(f) Web – Páginas de Internet

- "Center for Communications Research".
 University of Bristol <u>http://www.fen.bris.ac.uk/elec/research/ccr/ccr.html</u>
- "Center for Personkommunikation" Aalborg University <u>http://www.kom.auc.dk/CPK/</u>
- "Center for Wireless Telecommunications" Virginia Tech <u>http://www.cwt.vt.edu/</u>
- "Mobile and Portable Radio Research Group" Virginia Tech <u>http://www.mprg.ee.vt.edu</u>
- "Research Group for RF Communications" University of Kaiserlautern <u>http://www.e-technik.uni-kl.de/</u>
- "Royal Institute of Technology" <u>http://www.s3.kth.se</u>
- "Smart Antenna Research Group" Stanford University <u>http://www-isl.stanford.edu/groups/SARG</u>
- "Telecommunications and Information Systems Engineering"
 <u>http://www.ece.utexas.edu/projects/tise/</u>
- Wireless Technology Group
 University of Texas at Austin— McMaster University
 <u>http://www.crl.mcmaster.ca</u>