

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO



CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

Tema:

“INCIDENCIA DE LA APLICACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR HERMANO MIGUEL DE LA CIUDAD DE LATACUNGA”.

Trabajo de investigación

**Previa a la obtención del Grado Académico de Magíster en
Docencia Matemática**

Autora: Dra. IRMA CRISTINA BEDOYA VACA

Director: Lic. Mg. SANTIAGO CAÑIZARES JARRÍN

Ambato – Ecuador

2013

Al Consejo de Posgrado de la UTA.

El Tribunal Receptor de la Defensa del Trabajo de Investigación con el tema: **“INCIDENCIA DE LA APLICACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR HERMANO MIGUEL DE LA CIUDAD DE LATACUNGA”**, presentado por la *Dra. Irma Cristina Bedoya Vaca* y conformado por: *Ing. Mg. Jorge Guamanquispe*, *Dr. Mg. Walter Jiménez Silva*, *Ing. Mg. Santiago Verdesoto Velastegui*, Miembros del Tribunal, *Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín*, Director del Trabajo de Investigación y presidido por el *Ing. Mg. Juan Garcés Chávez* Presidente del Tribunal; *Ing. Mg. Juan Garcés Chávez* Director del CEPOS – UTA, una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las Bibliotecas de la UTA.

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL
DE DEFENSA

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
DIRECTOR CEPOS

Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín
DIRECTOR DE TRABAJO
DE INVESTIGACIÓN

Ing. Mg. Jorge Guamanquispe
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Dr. Mg. Walter Jiménez Silva
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Ing. Mg. Santiago Verdesoto Velastegui
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: **“INCIDENCIA DE LA APLICACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR HERMANO MIGUEL DE LA CIUDAD DE LATACUNGA”**, nos corresponden exclusivamente a: Dra. Irma Cristina Bedoya Vaca Autor de la Investigación y Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín Director del Trabajo de Investigación; y el Patrimonio intelectual del mismo a la Universidad Técnica de Ambato.

Dra. Irma Cristina Bedoya Vaca
Autora

Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín
Director

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga de este trabajo de investigación o parte de él un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de investigación.

Cedo los derechos de mi trabajo de investigación, con fines de difusión pública además apruebo la reproducción de esta, dentro de las regulaciones de la Universidad.

Dra. Irma Cristina Bedoya Vaca
Autora

DEDICATORIA

A la memoria de mi querida madre Clarita, que siempre tuvo fe en mí, con su ejemplo cultivó en mi espíritu los sueños pero sobre todo me enseñó que gracias al esfuerzo y dedicación se construyen esos sueños buscando cada día rebasar los límites del cansancio.

Con amor, tu hija

Irmita

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Técnica de Ambato por haberme dado la oportunidad de actualizar y poner en práctica los conocimientos en beneficio de la comunidad educativa. A mis maestros por la probidad académica demostrada, merecedores de respeto y admiración, hoy dilectos amigos.

Al Mg. Santiago Cañizares, director de tesis, por sus sabios consejos y apoyo incondicional en la elaboración de este trabajo.

Irma Bedoya

INDICE GENERAL

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	iii
DERECHOS DE AUTOR	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTO	vi
RESUMEN	xx
SUMMARY	xxi
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I	4
EL PROBLEMA.....	4
1.1. TEMA:	4
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.2.1. Contextualización.....	4
1.2.2. Análisis Crítico	7
1.2.3. Prognosis.....	10
1.2.4. Formulación del Problema.....	11
1.2.5. Interrogantes de la investigación.....	11
1.2.6. Delimitación del Problema de Investigación	11
1.3. JUSTIFICACIÓN	12
1.4. OBJETIVOS	14
1.4.1. Objetivo General.....	14
1.4.2. Objetivos Específicos.....	14
CAPÍTULO II	15
MARCO TEÓRICO	15
2.1. ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS	15
2.2. FUNDAMENTACIONES	17
2.2.1. Fundamentación Filosófica	17
2.2.2. Fundamentación Sociológica	19
2.2.3. Fundamentación Psicopedagógica	19
2.2.4. Fundamentación Didáctica.....	20
2.2.5. Fundamentación Axiológica	21
2.2.6. Fundamentación Legal.....	21
2.3. RED DE INCLUSIÓN.....	24

2.3.1.	Categorías de la Variable Independiente: Recursos Didácticos.....	27
2.3.1.1.	Procedimiento Didáctico.....	27
2.3.1.2.	Estrategias Didácticas.....	27
2.3.1.3.	Clasificación de las estrategias didácticas.....	28
2.3.1.4.	Estrategias activas.....	32
2.3.1.5.	Estrategias de metodología activa: Enseñanza y Aprendizaje.....	33
2.3.1.6.	Recursos Didácticos.....	34
2.3.1.7.	Definición de Recurso Didáctico.....	35
2.3.1.8.	Componentes estructurales de los recursos didácticos.....	37
2.3.1.9.	Funciones.....	38
2.3.1.10.	Crear un recurso didáctico.....	39
2.3.1.11.	Tipologías de Recursos Semióticos.....	40
2.3.1.12.	Nuevas tecnologías:.....	41
2.3.2.	Categorías de la Variable Independiente: Aprendizaje Significativo.....	45
2.3.2.1.	Modelo Pedagógico Constructivista.....	45
2.3.2.2.	Aprendizaje.....	46
2.3.2.3.	Tipos de aprendizaje.....	47
2.3.2.3.1.	<i>Aprendizaje receptivo</i>	47
2.3.2.3.2.	<i>Aprendizaje por descubrimiento</i>	48
2.3.2.3.3.	<i>Aprendizaje memorístico</i>	48
2.3.2.4.	Modelo de Van Hiele.....	49
2.3.2.5.	Los niveles de razonamiento:.....	50
2.3.2.6.	Las fases de aprendizaje.....	51
2.3.2.7.	Aprendizaje significativo.....	53
2.3.2.8.	Tipos de aprendizaje significativo.....	54
2.3.2.9.	Condiciones para el aprendizaje significativo.....	56
2.3.2.10.	Principios y reglas para el aprendizaje significativo.....	57
2.3.2.10.1.	<i>Motivación</i>	58
2.3.2.10.2.	<i>Concentración</i>	58
2.3.2.10.3.	<i>Actitud</i>	59
2.3.2.10.4.	<i>Organización</i>	59
2.3.2.10.5.	<i>Comprensión</i>	60
2.3.2.10.6.	<i>Repetición</i>	60

2.3.2.10.7. Curva del olvido.....	61
2.3.2.11. Ventajas del aprendizaje significativo	62
2.4. HIPÓTESIS.....	63
2.5. SEÑALAMIENTO DE VARIABLES.....	63
2.5.1. Variable independiente:	63
2.5.2. Variable dependiente:	63
CAPÍTULO III	64
METODOLOGÍA	64
3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	64
3.2. MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN	64
3.2.1. Bibliográfica documental.....	64
3.2.2. De campo	64
3.2.3. De intervención social o proyectos factibles.....	65
3.3. NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN	65
3.3.1. Correlacional Causal o de Asociación de Variables	65
3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	65
3.5. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	66
3.6. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	69
3.6.1. Encuesta.....	69
3.6.2. Validez y confiabilidad	69
3.7. PLAN PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	69
3.8. PLAN PARA EL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	70
3.9. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	71
CAPÍTULO IV	72
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	72
4.1. ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES	72
4.2. ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES.....	99
4.3. VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS	121
4.3.1. Variable independiente	121
4.3.2. Variable dependiente.....	122
4.4. PLANTEAMIENTO DE LAS HIPÓTESIS	122
4.4.1. Hipótesis Nula.....	122

4.4.2.	Hipótesis Alternativa.....	122
4.4.3.	Modelo Matemático	122
4.4.4.	Modelo Estadístico.....	122
4.4.5.	Selección del nivel de significación	122
4.5.	DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN	123
4.5.1.	Especificación del estadístico	123
4.5.2.	Especificación de las regiones de aceptación y rechazo	123
4.6.	ANÁLISIS DE LOS DATOS ESTADÍSTICOS	124
4.6.1.	Análisis de las variables	124
CAPITULO V	131
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		131
5.1.	CONCLUSIONES	131
5.2.	RECOMENDACIONES.....	132
CAPITULO VI	134
LA PROPUESTA		134
6.1.	TÍTULO	134
6.2.	DATOS INFORMATIVOS	134
6.3.	ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA	135
6.4.	JUSTIFICACIÓN	137
6.5.	OBJETIVOS	138
6.5.1.	Objetivo General	138
6.5.2.	Objetivos Específicos.....	138
6.6.	ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD	139
6.6.1.	Factibilidad del Talento Humano.....	139
6.6.2.	Factibilidad Pedagógica	139
6.6.3.	Factibilidad Operativa.....	139
6.6.4.	Factibilidad Técnica.....	140
6.7.	FUNDAMENTACIÓN.....	140
6.7.1.	Fundamentación Filosófica	140
6.7.2.	Fundamentación Educativa	141
6.7.3.	Fundamentación Teórica.....	142
6.7.4.	Fundamentos Matemáticos	144
6.8.	METODOLOGÍA Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS	149

6.8.1.	Propuestas Didácticas	149
6.8.2.	Propuesta Metodológica.....	156
	UNIDAD 1	156
	CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE SEGMENTOS Y POLÍGONOS	156
	LO QUE DEBES SABER DE GEOGEBRA.....	159
	¡AHORA A PRACTICAR!	162
	Actividad A.-.....	162
	Construcción:	162
	Actividad B.-.....	163
	Construcción:	164
	Actividad C.-.....	165
	Construcción:	165
	PUNTOS Y LÍNEAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO.....	167
	Actividad D.-.....	167
	Construcción:	167
	Actividad E.-	168
	Construcción:	168
	Actividad F.-	169
	Construcción:	169
	Actividad G.-.....	170
	Construcción:	170
	ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA TRABAJAR EN EQUIPOS.-	171
	¡DESARROLLANDO LA CREATIVIDAD!!!!!!.....	171
	MOVIMIENTOS Y TRANSFORMACIONES EN EL PLANO	171
	Actividad H.-.....	172
	Construcción:	172
	Actividad I.-	173
	Construcción:	173
	UNIDAD 2.....	176
	LA LÍNEA RECTA	176
	LA RECETA DE COCINA	177
	¿CUÁNTO CUESTA LA GASOLINA?	179
	TRATANDO DE ESCAPAR	181

¡AHORA A PRACTICAR CON GEOGEBRA!	183
Actividad A.-.....	183
Construcción:	183
Actividad B.-.....	184
Actividad C.-.....	185
Construcción:	186
Actividad D.-.....	187
Construcción:	187
Actividad E.-	188
Construcción:	188
UNIDAD 3.....	191
LA CIRCUNFERENCIA.....	191
EL SOBREVUELO DEL AVIÓN.....	191
EL SISMO	193
¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!.....	195
Actividad A.-.....	195
Construcción:	195
Actividad B.-.....	196
Construcción:	196
Actividad C.-.....	197
Construcción:	197
Actividad D.-.....	198
Construcción:	198
Actividad E.-	199
Construcción:	199
UNIDAD 4.....	202
LA PARÁBOLA.....	202
LA ANTENA PARABÓLICA	202
TÚNEL vs VEHÍCULO.....	204
¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!.....	206
Actividad A.-.....	206
Construcción:	206
Actividad B.-.....	208

Construcción:	208
Actividad C.-	209
Construcción:	209
Actividad D.-	211
Construcción:	211
Actividad E.-	212
Construcción:	212
UNIDAD 5	216
LA ELIPSE	216
EL PUENTE	216
GALERÍA DEL MURMULLO	218
EL COMETA HALLEY	219
ELEMENTOS DE LA ELIPSE	221
¡A PRÁCTICAR CON GEOGEBRA!	223
Actividad A.-	223
Construcción:	223
Actividad B.-	224
Construcción:	224
Actividad C.-	225
Construcción:	225
Actividad D.-	227
Construcción:	227
Actividad E.-	228
Construcción:	228
Actividad F.-	229
Construcción:	229
Actividad G.-	231
Construcción:	231
UNIDAD 6	234
LA HIPÉRBOLA	234
LOCALIZANDO BARCOS	234
LA HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS	237
¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!	240

Actividad A.-.....	240
Construcción:	240
Actividad B.-.....	241
Construcción:	241
Actividad C.-.....	242
Construcción:	243
Actividad D.-.....	244
Construcción:	244
Actividad E.-	245
Proceso:.....	245
Actividad F.-	246
Construcción:	246
6.9. MODELO OPERATIVO.....	249
6.10. ADMINISTRACIÓN DE LA PROPUESTA	250
6.11. PLAN DE MONITOREO Y EVALUACIÓN	250
6.12. PRESUPUESTO	252
6.12.1. Gastos directos.....	252
BIBLIOGRAFÍA.....	253
LINKOGRAFÍA	255
ANEXO 1	259
Anexo 2	260
Anexo 3	261

Índice de Gráficos

Gráfico N° 1: Categorías Fundamentales.....	24
Gráfico N° 2: Subcategorías de la VI.....	25
Gráfico N° 3: Subcategorías de la VD	26
Gráfico N° 4: Pregunta N° 1- Encuesta a Docentes	72
Gráfico N° 5: Pregunta N°2 – Encuesta a Docentes	74
Gráfico N° 6: Pregunta N°3 – Encuesta a Docentes	75
Gráfico N° 7: Pregunta N° 4 – Encuesta a Docentes.....	76
Gráfico N° 8: Pregunta N°5 – Encuesta a Docentes.....	78
Gráfico N° 9: Pregunta N° 6 - Encuesta a Docentes	79
Gráfico N° 10: Pregunta N° 7 - Encuesta a Docentes	80
Gráfico N° 11: Pregunta N° 8 - Encuesta a Docentes	82

Gráfico N° 12: Pregunta N° 9 - Encuesta a Docentes	83
Gráfico N° 13: Pregunta N° 10 - Encuesta a Docentes	84
Gráfico N° 14: Pregunta Adicional - Encuesta a Docentes.....	86
Gráfico N° 15: Uso de algún software - Docentes.....	87
Gráfico N° 16: Uso del Geogebra - Docentes.....	88
Gráfico N° 17: Uso de presentaciones Power Point.....	90
Gráfico N° 18: Realiza talleres de aprendizaje cooperativo	91
Gráfico N° 19: Utiliza las TICs para la enseñanza.....	92
Gráfico N° 20: Utiliza el dibujo técnico.....	93
Gráfico N° 21: Realiza ensayos sobre Geometría Analítica	94
Gráfico N° 22: Utiliza solamente el pizarrón	96
Gráfico N° 23: Utiliza portafolio y/o diario de notas.....	97
Gráfico N° 24: Utiliza rúbricas	98
Gráfico N° 25: Pregunta N° 1 - Encuesta a Estudiantes	100
Gráfico N° 26: Pregunta N° 2 - Encuesta a Estudiantes.....	101
Gráfico N° 27: Pregunta N° 3 - Encuesta a Estudiantes.....	102
Gráfico N° 28: Pregunta N° 4 - Encuesta a Estudiantes.....	103
Gráfico N° 29: Pregunta N° 5 - Encuesta a Estudiantes.....	105
Gráfico N° 30: Pregunta N° 6 - Encuesta a Estudiantes.....	106
Gráfico N° 31: Pregunta N° 7 - Encuesta a Estudiantes.....	107
Gráfico N° 32: Pregunta N° 8 - Encuesta a Estudiantes.....	108
Gráfico N° 33: Pregunta N° 9 - Encuesta a Estudiantes.....	110
Gráfico N° 34: Pregunta N° 10 - Encuesta a Estudiantes.....	111
Gráfico N° 35: Graficas geométricas en GeoGebra	113
Gráfico N° 36: La explicación con diapositivas mejora la comprensión	114
Gráfico N° 37: Talleres de aprendizaje	115
Gráfico N° 38: Talleres de aprendizaje desarrolla competencias y valores	117
Gráfico N° 39: Elaborar ensayos y capacidad de investigación.....	118
Gráfico N° 40: Portafolio y/o diario de notas y reflexiones.....	119
Gráfico N° 41: La rúbrica de evaluación.....	121
Gráfico N° 42: Ji-Cuadrado - Docentes	126
Gráfico N° 43: Ji-Cuadrado - Estudiantes	129
Gráfico N° 44: Ventanas de trabajo de GeoGebra	147
Gráfico N° 45: Trazo del polígono, ángulo, pendiente	148
Gráfico N° 46: Trazo de cónicas	148
Gráfico N° 47: Reflexiones, rotaciones, traslaciones en GeoGebra.....	149
Gráfico N° 48: Deslizador, casilla de control, entre otros en GeoGebra.....	149
Gráfico N° 49: Datos del problema.....	156
Gráfico N° 50: Parque de la familia	159
Gráfico N° 51: Vistas en Geogebra.....	160
Gráfico N° 52: Perímetro del Paralelogramo	163
Gráfico N° 53: Polígono en una Circunferencia.....	165
Gráfico N° 54: Triángulos de Diverso Tipo.....	166

Gráfico N° 55: Circuncentro e Intersección Mediatrices	168
Gráfico N° 56: Medianas, su Intersección el Baricentro G	169
Gráfico N° 57: Alturas y Ortocentro H	170
Gráfico N° 58: Bisectrices – Incentro	171
Gráfico N° 59: Figura Geométrica Irregular	173
Gráfico N° 60: rotación de un Triángulo en Torno a un Punto	174
Gráfico N° 61: La receta de cocina	178
Gráfico N° 62: Incremento mensual de la gasolina.....	179
Gráfico N° 63: Razón de cambio	180
Gráfico N° 64: Espías & Bandidos.....	182
Gráfico N° 65: Determinación Lineal	184
Gráfico N° 66: Variaciones de la Pendiente y Ordenada en el Origen.....	185
Gráfico N° 67: Recta vertical	185
Gráfico N° 68: Para ayudar a Fausto.....	186
Gráfico N° 69: Rectas Paralelas	188
Gráfico N° 70: Ecuaciones lados de un triángulo	189
Gráfico N° 71: La Circunferencia considerada una cónica.....	191
Gráfico N° 72: Sobrevuelo del avión	192
Gráfico N° 73: Trayectoria del avión	192
Gráfico N° 74: Razón de cambio	193
Gráfico N° 75: Ecuación de una circunferencia	196
Gráfico N° 76: Ecuación de la circunferencia con centro en la recta.....	197
Gráfico N° 77: Ecuación de la Circunferencia con Punto y Tangente	198
Gráfico N° 78: Ecuación de la Circunferencia que pasa por Tres Puntos	199
Gráfico N° 79: Ecuaciones de la Rectas Tangentes a la Circunferencia	200
Gráfico N° 80: La Parábola es una de las cónicas	202
Gráfico N° 81: Imagen prediseñada de antena parabólica	202
Gráfico N° 82: Parábola horizontal	203
Gráfico N° 83: Túnel vs Vehículo.....	204
Gráfico N° 84: Parábola vertical	205
Gráfico N° 85: Construcción de una Parábola	207
Gráfico N° 86: Construcción de una Parábola	208
Gráfico N° 87: Trinomio Segundo Grado	209
Gráfico N° 88: Elementos de la Parábola.....	211
Gráfico N° 89: Tiro Parabólico	212
Gráfico N° 90: Función Cuadrática.....	213
Gráfico N° 91: Función Cuadrática.....	214
Gráfico N° 92: La Elipse es una de las cónicas.....	216
Gráfico N° 93: El puente	216
Gráfico N° 94: Semi elipse del puente	217
Gráfico N° 95: Arco de galería de murmullo	218
Gráfico N° 96: Elipse órbita del cometa	220
Gráfico N° 97: Elementos de la Elipse.....	223

Gráfico N° 98: Construcción de la Elipse	224
Gráfico N° 99: Elipse Vertical	225
Gráfico N° 100: Elipse como lugar Geométrico	226
Gráfico N° 101: Relación de los Coeficientes en la Elipse	228
Gráfico N° 102: Herramienta cónica dados 5 puntos	229
Gráfico N° 103: Elipse: Ejes y Excentricidad	230
Gráfico N° 104: Simulador de Elipses	232
Gráfico N° 105: La Hipérbola es una de las cónicas.....	234
Gráfico N° 106: Posición del barco.....	235
Gráfico N° 107: Hipérbola posición del barco	235
Gráfico N° 108: Elementos de la hipérbola.....	239
Gráfico N° 109: Razón de cambio	239
Gráfico N° 110: la Hipérbola	241
Gráfico N° 111: Hipérbola: producto de la Diferencia de dos Radios	242
Gráfico N° 112: Hipérbola: producto de la Diferencia de dos Radios	242
Gráfico N° 113: Dinámica de una Hipérbola	244
Gráfico N° 114: Hipérbola no Centrada en la Circunferencia.....	245
Gráfico N° 115: Hipérbola: Funciones Racionales	246
Gráfico N° 116: Simulación Hipérbola	247

Índice de Cuadros

Cuadro N° 1: Población y Muestra	65
Cuadro N° 2: Variable Independiente: Recursos Didácticos	67
Cuadro N° 3: Variable Dependiente: Aprendizaje Significativo	68
Cuadro N° 4: Recolección de información	69
Cuadro N° 5: Recolección de Información.....	69
Cuadro N° 6: Recursos interactivos para desarrollar la asignatura – Encuesta Docentes ...	72
Cuadro N° 7: Recursos didácticos tradicionales permiten desarrollar aprendizajes lógicos – Encuesta Docentes	73
Cuadro N° 8: Estudiantes motivados cuando se utiliza recursos innovadores – Encuesta Docentes.....	75
Cuadro N° 9: Desarrollo de habilidades de comunicación, atención y comprensión – Encuesta Docentes	76
Cuadro N° 10: Actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento – Encuesta Docentes	77
Cuadro N° 11: Explican y relacionan conceptos formando proposiciones – Encuesta Docentes.....	79
Cuadro N° 12: Conceptualizan y representan ideas con los nuevos conocimientos. Encuesta Docentes.....	80
Cuadro N° 13: Interpreta y resuelve problemas – Encuesta Docentes	81
Cuadro N° 14: La adquisición de aprendizajes significativos permite la comprensión de la realidad – Encuesta Docentes	83

Cuadro Nº 15: El aprendizaje significativo mejora con la utilización de problemas de la realidad – Encuesta Docentes	84
Cuadro Nº 16: La elaboración de un texto con modelos y aplicaciones tecnológicas aporta al aprendizaje significativo – Encuesta Docentes	85
Cuadro Nº 17: Utiliza algún software para la enseñanza de la G. Analítica	87
Cuadro Nº 18: Utiliza el software Geogebra para la enseñanza	88
Cuadro Nº 19: Utiliza presentaciones Power Point para la enseñanza	89
Cuadro Nº 20: Realiza talleres de aprendizaje cooperativo.....	91
Cuadro Nº 21: Utiliza las TICs para la enseñanza.....	92
Cuadro Nº 22: Utiliza el dibujo técnico.....	93
Cuadro Nº 23: Realiza ensayos sobre Geometría Analítica	94
Cuadro Nº 24: Utiliza solamente el pizarrón en la enseñanza.....	95
Cuadro Nº 25: Utiliza portafolio y/o diario de notas	97
Cuadro Nº 26: Utiliza rúbricas	98
Cuadro Nº 27: Recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos – Encuesta Estudiantes	99
Cuadro Nº 28: Actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos – Encuesta Estudiantes.....	101
Cuadro Nº 29: Recursos innovadores motiva a recibir nuevos conocimientos – Encuesta Estudiantes	102
Cuadro Nº 30: Atención y comprensión a través de recursos multimedia – Encuesta Estudiantes	103
Cuadro Nº 31: La aplicación de recursos innovadores permite adquirir valores – Encuesta Estudiantes	104
Cuadro Nº 32: Los aprendizajes son significativos cuando se relaciona conceptos – Encuesta Estudiantes.....	106
Cuadro Nº 33: Conceptualización y representación de ideas – Encuesta Estudiantes	107
Cuadro Nº 34: Interpreta y resuelve problemas – Encuesta Estudiantes	108
Cuadro Nº 35: Texto con problemas creados para adquirir aprendizajes significativos – Encuesta Estudiantes.....	109
Cuadro Nº 36: Frecuencia de uso del texto creado – Encuesta Estudiantes	111
Cuadro Nº 37: Graficas geométricas en GeoGebra – Encuesta Estudiantes	112
Cuadro Nº 38: La explicación con diapositivas mejora la comprensión – Encuesta Estudiantes	114
Cuadro Nº 39: Talleres de aprendizaje– Encuesta Estudiantes	115
Cuadro Nº 40: Talleres de aprendizaje desarrolla competencias y valores	116
Cuadro Nº 41: Elaborar ensayos y capacidad de investigación.....	118
Cuadro Nº 42: Portafolio y/o diario de notas y reflexiones	119
Cuadro Nº 43: La rúbrica de evaluación	120
Cuadro Nº 44: Frecuencias Observadas Docentes.....	124
Cuadro Nº 45: Frecuencias Esperadas Docentes	125
Cuadro Nº 46: Cálculo Chi-Cuadrado Docentes	125
Cuadro Nº 47: Frecuencias Observadas Estudiantes	127

Cuadro Nº 48: Frecuencias Esperadas Estudiantes	128
Cuadro Nº 49: Cálculo Chi-Cuadrado Estudiantes.....	128
Cuadro Nº 50: Propuesta Didáctica Unidad 1	150
Cuadro Nº 51: Propuesta Didáctica Unidad 2	151
Cuadro Nº 52: Propuesta Didáctica Unidad 3	152
Cuadro Nº 53: Propuesta Didáctica Unidad 4	153
Cuadro Nº 54: Propuesta Didáctica Unidad 5	154
Cuadro Nº 55: Propuesta Didáctica Unidad 6	155
Cuadro Nº 56: Descripción Vistas en GeoGebra.....	160
Cuadro Nº 57: guía metodológica 1	tema: Conceptos
Básicos sobre Rectas, Segmentos y Polígonos	175
Cuadro Nº 58: guía metodológica 2	tema: La Línea
Recta	190
Cuadro Nº 59: guía metodológica 3	tema: La
Circunferencia.....	201
Cuadro Nº 60: guía metodológica 4	tema: La
Parábola	215
Cuadro Nº 61: guía metodológica 5	tema: La Elipse
.....	233
Cuadro Nº 62: guía metodológica 6	tema: La
Hipérbola	248
Cuadro Nº 63: Modelo operativo de la Propuesta	249
Cuadro Nº 64: Preguntas Básicas - Plan de Monitoreo	251
Cuadro Nº 65: Presupuesto – Gatos Directos	252

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

**“INCIDENCIA DE LA APLICACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN
EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA
DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA
PARTICULAR HERMANO MIGUEL DE LA CIUDAD DE LATACUNGA”**

Autora: Irma Cristina Bedoya Vaca

Director: Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín

Fecha: Febrero del 2013

RESUMEN

El presente trabajo tiene un enfoque innovador, de mucho interés para la práctica docente que busca mejorar el rendimiento en sus educandos, construyendo aprendizajes significativos de la geometría analítica a través de la aplicación de recursos didácticos, en virtud de que los docentes se enfrentan al desafío de educar a las nuevas generaciones que se desenvuelven en un entorno de avance tecnológico y digital, que exige profundizar en procesos de análisis crítico y los conocimientos llevarlos a la vida real, pues el diario vivir representa una gama de experiencias que permiten obtener aptitudes y actitudes positivas en los estudiantes. Los contenidos de geometría analítica ofrecen la búsqueda de relaciones que jamás se encuentran aisladas, en los cuales los estudiantes redescubren los conocimientos aprendidos y posteriormente los aplican. Con esta investigación se pretende aportar una propuesta de recurso didáctico para presentar el tema en una forma interesante, profunda y amena, apoyándose en el uso de una herramienta tecnológica el software GeoGebra que facilitará la visualización de las nociones, comprender y asimilar el verdadero sentido de las definiciones geométricas, el desarrollo del pensamiento lógico, reflexivo y crítico en la práctica de la geometría analítica.

Descriptores: Recursos didácticos, aprendizaje significativo, construcción del conocimiento, aprendizaje, desarrollo de actitudes, software GeoGebra, Geometría Analítica.

**TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO
POSGRADUATE STUDIES CENTER
MASTERY ON TEACHING MATHEMATICS**

**“IMPACT OF THE APPLICATION OF TEACHING RESOURCES IN
MEANINGFUL LEARNING GEOMETRY ANALYSIS STUDENTS OF THE
PARTICULAR TECHNICAL EDUCATIONAL UNIT BROTHER MIGUEL
OF THE CITY OF LATACUNGA”**

Author: Irma Cristina Bedoya Vaca

Director: Lic. Mg. Santiago Cañizares Jarrín

Date: February 2013

SUMMARY

This work has an innovative approach, of great interest for the teaching practice that seeks to improve performance in their trainees, building meaningful learning of analytic geometry through the implementation of teaching resources, under that teachers are faced with the challenge of educating new generations that they operate in an environment of digital and technological advancement, which requires further processes of critical analysis and knowledge bring them to real life, as the daily live represents a range of experiences that allow to obtain skills and positive attitudes in students. The content of analytical geometry offered the search for relationships that are never isolated, in which students rediscover the knowledge learned and the apply them. This research is intended to provide a proposal for teaching resources to introduce the topic in an interesting, deep and enjoyable way relying on the use of technological tool software GeoGebra to facilitate the visualization of the notions, understand and assimilate the true meaning on the geometric definitions, the development of logical, reflective and critical thinking in analytic geometry practice.

Key words: Teaching resources, significant learning, construction of knowledge, learning, attitudes, GeoGebra, geometry analytical software development.

INTRODUCCIÓN

El crecimiento vertiginoso de la información en la actualidad hace que junto a nuestros estudiantes vivamos más a prisa de ahí que la enseñanza para estar acorde a las necesidades de estos discentes y a los nuevos tiempos debe modernizarse. En la enseñanza de las matemáticas por lo general se lleva al estudiante a tratar las situaciones que se les presentan como problemas de almacenamiento de información, haciéndolos memorizar datos, reglas y procedimientos mecánicos a manera de recetas a aplicar. En este contexto situando a la Geometría Analítica resulta árida y demasiado abstracta para el estudiante.

La Geometría Analítica establece una relación entre la Geometría y el Álgebra, a través del análisis de las figuras geométricas como son: recta, triángulos, cuadriláteros, circunferencia, elipses, parábola e hipérbola, con expresiones algebraicas.

La aplicación de la Geometría Analítica en la resolución de problemas geométricos implica la utilización de un sistema de referencia de coordenadas, al que se traslada la condición geométrica que debe satisfacerse, lo que permite visualizar las nociones y definiciones geométricas.

El trabajo desarrollado en esta investigación, pretende presentar a la Geometría Analítica como una asignatura formativa para el estudiante ya que enlaza las habilidades adquiridas con anterioridad y las que desarrolla en su estudio, habilidades aritméticas, algebraicas y geométricas. La propuesta no pretende ser un mero recurso tecnológico que refuerce un aprendizaje repetitivo, carente de significado, sino que busca ser un recurso de uso flexible para dar la oportunidad de presentar diversas representaciones de un concepto, conceptos en movimiento manipulando gráficas a partir de la modificación de sus parámetros, ayudándolo a lograr mayor interactividad cuando utiliza diferentes representaciones como la algebraica, la numérica y la gráfica al mismo tiempo.

La presente investigación consta de seis capítulos.

CAPÍTULOS	TEMAS
Capítulo I	Problema de Investigación
Capítulo II	Marco Teórico
Capítulo III	Marco Metodológico
Capítulo IV	Marco Administrativo
Capítulo V	Conclusiones y Recomendaciones
Capítulo VI	Propuesta

El Capítulo I, se relaciona con el problema de investigación en donde se hace referencia al análisis del contexto, estableciendo causas y consecuencias así como su delimitación. En el problema de investigación se plantea los objetivos que se desean alcanzar, las interrogantes de estudio que regirán el proceso de investigación y la respectiva justificación e importancia.

En el Capítulo II, está determinado el marco teórico que servirá de base al desarrollo de la problemática enunciada, los antecedentes, las variables inmersas en el problema con su respectiva definición y el planteo de la hipótesis.

El Capítulo III, está formado por el marco metodológico en el cual se explicarán los métodos y técnicas utilizadas para el desarrollo del tema.

El Capítulo IV, contiene el marco administrativo donde se expresa los recursos que se utilizará en la investigación, el presupuesto que requiere la misma y todas las actividades a realizarse hasta llegar a su fin.

El Capítulo V, contiene las conclusiones y recomendaciones del trabajo de investigación.

El capítulo VI, contiene la propuesta de solución al problema planteado, esto es “Elaboración del texto sobre la Recta y las Cónicas con aplicaciones en GeoGebra y su utilización en la enseñanza de la Geometría Analítica para elevar

la adquisición de aprendizajes significativos en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel.”

Consta de datos informativos, antecedentes, justificación, objetivos generales y específicos, análisis de factibilidad, fundamentación científica técnica, el texto, administración, plan de monitoreo.

Finalmente tenemos las referencias bibliográficas que sirvieron para la fundamentación teórica de la investigación, y los anexos donde se encuentran los cuestionarios de la investigación. Se acompaña al trabajo un CD que reúne las aplicaciones en GeoGebra.

Es importante señalar que si bien el trabajo aspira ser una contribución para mejorar la calidad de la educación que brinda la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel, se constituye en una propuesta para ser perfeccionada, una motivación para que mis compañeros docentes se apropien de ella y también produzcan investigaciones futuras.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1. TEMA:

“INCIDENCIA DE LA APLICACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR HERMANO MIGUEL EN LA CIUDAD DE LATACUNGA”.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La aplicación de recursos didácticos y su incidencia en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga.

1.2.1. Contextualización

Desde el siglo XX la matemática paulatinamente se ha convertido en el centro y la génesis del desarrollo de la ciencia y la tecnología, aportando al progreso de la sociedad, al tiempo que se han desarrollado en distintas latitudes incluyendo los países **iberoamericanos**, una serie de proyectos orientados al dominio del aprendizaje con tecnología digital, recursos gráficos e interactivos para mejorar los intercambios y la cooperación científica.

Barbero (2002), “La escuela ha dejado de ser el único lugar de legitimación del saber, pues hay una multiplicidad de saberes que circulan por otros canales y no le piden permiso a la escuela para expandirse socialmente”.

Es decir que las corrientes actuales obligan a tomar en cuenta a la sociedad de la información, los avances de la tecnología (calculadoras científicas, computadores y videos) deben incorporarse como recursos didácticos que liberan a los alumnos de cálculos tediosos y permiten abandonar el énfasis en lo puramente mecánico, para concentrarse en conceptos importantes y resolución de problemas. Los conocimientos se proponen como estructuras conceptuales ricas en relaciones, procedimientos y estrategias, permitiendo que los estudiantes experimenten aprendizajes significativos.

Camilloni Alicia (2009), en referencia a los estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática, formulados por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) de los **Estados Unidos**, manifiesta que “los estándares no se limitan a enunciar los resultados deseados del aprendizaje sino que se definen por los procesos orientados a que el estudiante logre comprensión”.

Es decir concretizan criterios que han determinado cambios sustanciales en qué matemáticas se deben enseñar y cómo se van a enseñar. Aunque la mayor parte de los contenidos propuestos son temas conocidos, el enfoque es totalmente distinto, puesto que enfatizan las matemáticas como resolución de problemas, como comunicación y como razonamiento.

Estos criterios conducen a reconocer a las matemáticas como producto social de ahí que su práctica, comprensión y validez tienen lugar en contextos de cultura, con recursos didácticos apropiados que ayudan al estudio así como aquellos instrumentos semióticos y bajo las siguientes orientaciones:

- Reconocer que las matemáticas están relacionadas con otros conocimientos y por consiguiente los problemas de otras áreas son fuente de su conocimiento.
- Destacar la potencia del conocimiento matemático pues es modelo para matematizar aspectos de la vida científica, social y cultural.

- Destacar las finalidades utilitarias del conocimiento matemático y su valor como instrumento de comunicación, su enfoque es hacia el desarrollo de competencias necesarias para crear, resolver problemas, argumentar, razonar, establecer conexiones y comunicar resultados.
- Mostrar que el proceso de construcción de las matemáticas proviene, en gran parte, del razonamiento empírico deductivo.

En el **Ecuador** la aplicación constante de metodología tradicional, repetitiva y memorística en la enseñanza de la matemática ha generado estudiantes con poco desarrollo en habilidades algebraicas, importante razón para la elaboración de propuestas metodológicas innovadoras. El uso de las herramientas tecnológicas es una destreza con criterio de desempeño que debe desarrollarse para alcanzar el perfil del bachiller ecuatoriano.

Las políticas educativas ecuatorianas han planteado como consta en el Acuerdo 242-11 en relación a la implementación del Nuevo Bachillerato General Unificado una reforma no sólo curricular sino que en su enfoque exige al maestro y aún más al docente de matemática el uso de recursos didácticos y herramientas tecnológicas que ayuden a optimizar el tiempo, se prevé también que el estudiante construya procesos cognitivos y meta cognitivos que le permitan insertarse a otras materias.

Esperan que para el 2015 se lleguen a logros de calidad, en tal virtud cada subsistema educativo debe generar una serie de transformaciones que se dirijan a cumplir este propósito, luego se requiere adaptar las necesidades del aprendizaje de los estudiantes a las condiciones socioeducativas, en las que utilicen las herramientas tecnológicas puestas a su disposición para apropiarse de la cultura que necesitan para la vida.

La provincia de **Cotopaxi** no se excluye de esta realidad, dentro de los colegios se reconoce que existen deficiencias en el aprendizaje de la matemática, determinadas por dificultades al aplicar los conocimientos en la solución de

ejercicios, planteamiento y resolución de problemas, estos resultados se evidenciaron en la aplicación de las pruebas SER Ecuador en el 2008 en Matemática, revelan que los estudiantes de la provincia de Cotopaxi alcanzaron puntajes de 488 ubicándose por debajo de la media, ocupando el puesto 14 por ende es una de las provincias con bajo nivel de eficiencia de aprendizajes.

En la provincia pocos establecimientos utilizan recursos didácticos actualizados para la enseñanza de la matemática y de la Geometría Analítica, y de ese grupo la mayoría son establecimientos de carácter privado como la **Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel** los preocupados por incluir en sus prácticas educativas las herramientas tecnológicas; en los establecimientos de carácter fiscal existe un retraso notorio por la falta de equipamiento tecnológico, por el tiempo o porque el docente no tiene el conocimiento del manejo de estos recursos.

El docente en este sentido juega un papel de gran importancia pues tiene la misión de determinar las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes y sobre esa base, considerando también el intercambio de experiencias con diferentes docentes de matemáticas así como de la propia experiencia, posibilita determinar la existencia de limitaciones que afectan el aprendizaje significativo de la matemática.

1.2.2. Análisis Crítico

(Ver Anexo 1)

La inadecuada aplicación de recursos didácticos para la geometría analítica incide en el aprendizaje significativo, se debe fundamentalmente a las siguientes causas:

Existen docentes desactualizados tanto en recursos didácticos manipulativos tangibles así como en manipulativos gráfico-textuales-verbales sin olvidar el

avance de la tecnología en cuanto a programas de ordenador de Geometría dinámica se refiere y si los conocen no los aplican de manera apropiada en el aprendizaje de la Geometría Analítica, no considerar su adecuada utilización ha llevado a que el proceso de enseñanza aprendizaje siga siempre los mismos esquemas en que se privilegia el memorismo de los contenidos y la repetición de procesos.

El desconocimiento tecnológico de los docentes de la institución es evidente cuando a pesar de que se ha implementado un macro proyecto consistente en la dotación de un proyector en cada aula de clase que ha obligado al maestro a adquirir un computador portátil, su uso se ha limitado a la realización de presentaciones sobre aspectos teóricos y no como un recurso para generar conocimiento en el aula, luego la incorporación de nuevos recursos a la práctica docente no ha significado una innovación pedagógica.

La inconsistencia al momento de incorporar la tecnología como herramienta didáctica se debe a que el docente no ha sido capacitado para realizar innovaciones pedagógicas mediante el uso de la tecnología.

El menosprecio por parte del docente hacia la importancia de la Geometría elemental que por años ha sido relegada para desarrollarse al final de la programación en donde muchas veces no se alcanza a tratarla y si se lo hace es de manera superficial, siendo ésta la base de la Geometría Analítica, responde a la concepción de ciencias independientes más no a los objetivos de la educación donde prevalece la interdisciplinariedad para ayudar en la comprensión de la realidad.

El perfil de salida del bachiller que se alcanza en la institución es considerado débil, de baja significatividad, porque no se logra cumplir con la exigencia de una formación integral tanto en el conocimiento como en los valores para generar actitudes de emprendimiento que le preparen en la voluntad de aprender para el resto de la vida.

Todas estas causas nos conducen a los siguientes efectos:

Escasa utilización de recursos didácticos innovadores para motivar al aprendizaje de la Geometría Analítica, que provoca en los estudiantes aversión o desinterés al estudio de la Matemática en general y por ende de la Geometría Analítica, con el apoyo de recursos didácticos apropiados el estudiante logrará asimilar conceptos abstractos, facilitando en el alumno las visualizaciones matemáticas desde diferentes perspectivas.

Por ello, el maestro debe tratar de innovar periódicamente su accionar en el proceso de enseñanza aprendizaje para lograr experiencias de aprendizaje significativo cuando podemos relacionar los conceptos geométricos con múltiples elementos, por ejemplo la solución de problemas que están relacionados con eventos de la vida real como las ganancias máximas al realizar un negocio, relacionar con otras asignaturas como el movimiento parabólico, en las aplicaciones de software para gráficas, entre otros.

El bajo nivel en el desarrollo de competencias digitales es un efecto de la escasa innovación tecnológica en la didáctica de la Geometría Analítica, que no ha permitido el dominio en el uso de herramientas tecnológicas para generar el conocimiento o para relacionar propiedades geométricas en diferentes contextos que no ayudan en el proceso del pensamiento lógico crítico llevando a que el aprendizaje siga siempre los mismos esquemas en que se privilegia el memorismo de los contenidos y la repetición de procesos.

Lo que a su vez no propicia la aplicación de los conocimientos previos que tienen los estudiantes, el diagnóstico de sus ideas matemáticas erróneas y su respectivo tratamiento para que el alumno pueda situarse en un rol activo que intenta comprender y darle significado a los objetos matemáticos.

No relacionar a la Geometría elemental como materia básica para otras ciencias

genera que el estudiante no la tome en cuenta y peor aún considere que es importante y tenga trascendencia para aplicarse en otras disciplinas como en el Dibujo Técnico, Física, por mencionar algunas; ésta descontextualización es una debilidad que no motiva al interés por su estudio.

Cada año es preocupante el bajo perfil de salida del bachiller ecuatoriano y cada año miles de estudiantes intentan ingresar a las universidades, cuando lo logran lo hacen con la perspectiva de cumplir con una meta profesional, más la realidad es que inmediatamente en el primer semestre se ven a sí mismos con debilidades importantes para enfrentarse a las exigencias de los estudios universitarios.

Una de estas debilidades se centra en la Matemática y dentro de ella en la Geometría Analítica, debilidades dadas ya sea por las malas bases académicas de la secundaria, ya sea por el bajo rendimiento, ya sea por el limitado desarrollo de destrezas y competencias que favorecen el pensamiento lógico y sistemático, hasta por las emociones involucradas en el proceso de aprendizaje de esta disciplina.

1.2.3. Prognosis

En el proceso de enseñanza aprendizaje coexisten al menos dos maneras de enseñar el conocimiento de la Geometría Analítica: mediante el aprendizaje pasivo del alumnado (denominado pasivo porque el protagonismo lo asume el docente durante la hora clase de transmisión) y el aprendizaje significativo, en el que el alumno asume mayor protagonismo por la introducción de ciertos elementos, interactivo y cooperativo, en su participación en su aprendizaje.

Estos elementos pretenden que el estudiante se implique en el aprendizaje para consolidarlo y significarlo más pero que el alumno participe no quita protagonismo al docente ya que tiene un papel importante en tanto que es diseñador de espacios de aprendizaje y como guía del proceso de enseñanza aprendizaje.

Si la Unidad Educativa Hermano Miguel no ofrece una alternativa que permita implementar recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica, persistirá en la institución un aprendizaje poco significativo lo que siempre conllevará a desmotivar al estudiante generando un bajo rendimiento académico en Geometría Analítica.

1.2.4. Formulación del Problema

¿Cómo incide la aplicación de recursos didácticos para el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga?

1.2.5. Interrogantes de la investigación

¿Qué tipo de recursos didácticos aplican actualmente los maestros de Geometría Analítica de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel?

¿Demuestran los estudiantes que se han generado aprendizajes significativos en la Geometría Analítica?

¿Se ha planteado alternativas de solución al problema de la escasa aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica, en la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel?

1.2.6. Delimitación del Problema de Investigación

- **Delimitación de contenido**

Campo: Educativo

Área: Aprendizaje significativo de la Geometría Analítica

Aspecto: Recursos didácticos

- **Delimitación Espacial**

La presente investigación se realizará en la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la provincia de Cotopaxi, cantón Latacunga, parroquia La Matriz, ubicada en la Avenida Velasco Ibarra y Jaime Roldós.

- **Delimitación Temporal**

La presente investigación se realizará hasta Abril del 2013

- **Unidades de Observación**

Docentes del área de Matemática

Estudiantes de segundo de bachillerato

1.3. JUSTIFICACIÓN

En la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel hay una escasa aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica, los docentes tal vez por motivo de planificación no aplican nuevas herramientas didácticas que contribuyan en forma significativa a la formación integral del estudiante, debemos considerar que la innovación de recursos didácticos es de utilidad porque permite generar nuevas formas de procesar la información acorde al acelerado avance de la ciencia y la tecnología.

Es importante por cuanto se pretende hacer que los estudiantes con el uso de recursos adecuados alcancen un aprendizaje más efectivo que permita mejorar el rendimiento en la asignatura y desde luego mejorar la calidad de la educación lo que incidirá directamente no solo en mejores índices de ingreso a la universidad, sino como agente productivo para su comunidad.

La aplicación de recursos didácticos y tecnológicos es factible ya que se aspira que los estudiantes tengan una visión diferente del proceso de aprendizaje de la

Matemática y la Geometría Analítica, permitiendo la participación y creatividad de docentes y estudiantes en este proceso y así lograr aprendizajes significativos.

Pues las principales ventajas de utilizar recursos manipulables deben ser aprovechadas para conseguir que los estudiantes recobren el interés por su educación para alcanzar la autonomía y se logre mejorar el rendimiento e involucrar a los profesores en el manejo de nuevos recursos didácticos.

Existe la acertada decisión y ayuda de las autoridades del plantel y de los docentes del área de Física y Matemática que han visto la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje para buscar alternativas que por su originalidad generen mejores resultados, nunca será una tarea de riesgo sino al contrario de superación y desafío.

Este trabajo permitirá fortalecer y beneficiara la labor del docente y al estudiante para poder contribuir al cumplimiento de la visión institucional de formar bachilleres de la más alta calidad con conocimientos acorde a los avances científicos y tecnológicos para coadyuvar al desarrollo del cantón, la provincia y el país.

Pues no se puede concebir una educación de calidad mientras existan factores que perturben el normal desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje alejándose del cumplimiento de la misión institucional, que los estudiantes tengan formación integral con capacidad de desempeño, sean críticos, con autonomía y libertad para el cambio.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo General

Determinar cómo incide la aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica, en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga.

1.4.2. Objetivos Específicos

- ❖ Diagnosticar qué tipo de recursos didácticos aplican actualmente los maestros de Geometría Analítica de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel.
- ❖ Analizar las ventajas de utilizar nuevos recursos didácticos para generar en los estudiantes aprendizajes significativos en la Geometría Analítica.
- ❖ Proponer alternativas de solución al problema de la escasa aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica en la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

Se ha ubicado que hay temas relacionados con la presente investigación que servirán como referente, así se tiene:

Manjarrez García, G. (2007). *Diseño e implementación de un ambiente virtual de aprendizaje, basado en recursos visuales, que permita hallar y aplicar la ecuación general de la línea recta en el campo bidimensional (R^2) desde los enfoques analítico y geométrico*. (Tesis de Especialista, Corporación Universitaria Minuto de Dios). Recuperado de http://dspace.uniminuto.edu/TEDAA_ManjarresGarciaGuillermoAntonio_07.pdf, el objetivo de este trabajo es verificar que usando recursos visuales se logra un mejor aprendizaje en los estudiantes que hacen uso de un ambiente de aprendizaje virtual sobre los conceptos de la ecuación general de la línea recta. La metodología de la investigación realizada es de tipo cuantitativo – experimental, con levantamiento de muestras, utilizando un muestreo aleatorio simple, combinando las metodologías Pre-Post y Experimental – Control. Concluye que la utilización de ambientes de aprendizaje para la adquisición de conocimientos es un gran recurso didáctico, donde los temas tratados pueden ser plasmados en imágenes dinámicas que permiten al estudiante la adquisición del conocimiento y su interrelación con otras ciencias.

Además existe un trabajo de: Mata Pérez, F. (2006). *Análisis sobre el razonamiento en el aprendizaje de los conceptos de la geometría analítica: el caso particular de las secciones cónicas aplicando el modelo de Van Hiele*. (Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional). Recuperado de www.mateduc.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/mata_2006.pdf, el objetivo de este trabajo es el de estudiar los procesos de aprendizaje en el aula, enfatizando en el proceso de razonamiento de estudiantes de bachillerato en el aprendizaje de las

cónicas empleando como referente teórico y metodológico, el modelo de Van Hiele en sus dos partes: niveles de razonamiento y fases de aprendizaje. El método en la investigación es no experimental, longitudinal por su origen, y del tipo de tendencias, ya que en él se analizan cambios a través del tiempo de las variables y categorías. Concluye que al aplicar este modelo de Van Hiele el estudiante realmente efectúa un aprendizaje por medio de experiencias que el maestro programa como actividades significativas, la materia debe impartirse en forma de taller para que los alumnos aprendan satisfactoriamente la parte axiomática, es necesario que sean ellos quienes lo expresen con sus palabras y que tomen como suyos los descubrimientos que hacen al trabajar con materiales elementales como el cordel y el lápiz.

Por otra parte existe un trabajo de: Gamboa, R. & Morales, Y. (2008). *Análisis de las estrategias empleadas en el uso de programas dinámicos de geometría y tipos de actividades para la enseñanza de la geometría*, (Tesis de Maestría, Universidad Nacional Costa Rica). Recuperado de www.tec-digital.itcr.ac.cr/.../Gamboa_Morales.../pdf, el objetivo de este trabajo es indagar sobre las principales estrategias que se emplean en el manejo de distintos tipos de programas dinámicos de geometría. La metodología utilizada es la investigación documental – bibliográfica. Se concluye que este análisis se inscribe dentro de las posibles utilidades que pueden tener los recursos manipulables virtuales en la mediación del proceso de aprendizaje de la geometría orientado a una propuesta metodológica de tipo constructivo-deductivo. La utilidad pedagógica tanto para docentes como para estudiantes radica en la necesidad de utilizar razonamientos lógicos para justificar los conceptos pues confronta lo que sabe y lo que visualiza en el computador.

Es importante mencionar que existe una investigación didáctica de: Galagovsky, L. (2004). *Del Aprendizaje Significativo al Aprendizaje Sustentable*, (Tesis Doctoral, Universidad de Buenos Aires). Recuperado de ddd.uab.cat/pub/edlc/LR_Galagovsky.pdf, se propone como objetivo cuestionar ciertas significaciones que se desprenden de la teoría de la asimilación del

aprendizaje, concluye que: El modelo de aprendizaje cognitivo consciente sustentable, tiene elementos teóricos que, en forma verbal y gráfica, nos dicen que un aprendizaje sustentable surge al vincular una información como nuevo conocimiento relacionado con conceptos sostenidos correctos, ya existentes en la estructura cognitiva del alumno. Un aprendizaje significativo sustentable, es un aprendizaje de contenidos nuevos que se relacionan con otros anteriormente aprendidos ponen en evidencia si los saberes de un sujeto son aislados o sustentados; es decir que no solo estén guardados en la memoria de largo plazo, de esta forma, podría distinguirse a posteriori si el proceso de aprendizaje fue aislado o sustentable, respectivamente.

En el docente, existe el compromiso de incentivar el estudio de la Geometría Analítica, mediante el estímulo con el uso de recursos didácticos cuya orientación pedagógica permita trabajar mediante procesos interactivos, que buscan la participación directa de los estudiantes en la construcción y reconstrucción de los conocimientos utilizando el razonamiento lógico y crítico, motivándolos a obtener aprendizajes significativos que los guíen hacia la superación personal para actuar positivamente en la sociedad.

2.2. FUNDAMENTACIONES

2.2.1. Fundamentación Filosófica

Desde la concepción constructivista del conocimiento, los planteamientos respecto al aprendizaje son mucho menos "formalistas". Se ocupan no sólo de la forma en que se presenta la información o la estructura cognitiva del sujeto al que va dirigido, sino también y de modo muy fundamental de la situación en la que se desarrolla ese aprendizaje. Los estudiantes no sólo interactúan entre sí, sino también con las variables que definen la situación pedagógica.

Para R. Chrobak, (1998), el constructivismo constituye: “una cosmovisión del conocimiento humano como un proceso de construcción y reconstrucción

cognoscitiva llevada a cabo por los individuos que tratan de entender los procesos, objetos y fenómenos del mundo que los rodea, sobre la base de lo que ya ellos conocen”.

El Constructivismo es básicamente un enfoque epistemológico, basándose en la relación o interacción que se establece entre el objeto de conocimiento y el sujeto que aprende, es decir, la relación objeto-sujeto, para otros se trata de una nueva forma de conceptualizar el conocimiento (aprendizaje). Sabemos además, que el constructivismo se basa en una serie de perspectivas filosóficas, psicológicas, epistemológicas y pedagógicas totalmente diferentes, entre ellas.

Este modelo centra su desarrollo en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, que luego van a producir más razonamientos intelectuales. Además considera que dicha construcción se consume: Cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (Piaget). Cuando esto lo realiza en interacción con otros (Vigotsky, 1991). Cuando es significativo para el sujeto (Ausubel).

Básicamente el constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. En consecuencia según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), es decir con lo que ya construyó en su medio.

El constructivismo según Piaget. Plantea que el mundo es un mundo humano, donde la interacción humana provista de sus estímulos naturales y sociales alcanza a procesar desde sus operaciones mentales una construcción. Esta posición filosófica deja claro que el constructivismo implica que todo

conocimiento humano no es recibido en forma pasiva ni del mundo ni de nadie, sino que es procesado y construido activamente. Además, la función cognoscitiva está al servicio de la vida, es una función adaptativa, y por lo tanto el conocimiento permite que la persona organice su mundo experimental y vivencial.

2.2.2. Fundamentación Sociológica

Castro, Aguirre, y otros, (2007), dicen: “no existe, pues, una educación “pura” o “autónoma”, desvinculada del quehacer social, de las relaciones entre las clases que conforman la sociedad concreta y de la concepción del mundo y la ideología que imperan en ésta”.

La combinación de la teoría de Piaget, Jean (1952) y Vygotsky, Lev (1991) “enmarcados en el constructivismo, fomentan el desarrollo del ser humano tanto en la parte individual (factores endógenos), como en la parte externa (factores sociales) la interrelación con el medio y la sociedad”.

El hombre no es un ser aislado, individualista, forma parte de una sociedad, de hecho la educación es un acto eminentemente social de ahí que en los procesos de construcción de aprendizajes, intervienen tres tipos de contextualizaciones: la contextualización en la situación del aula, en la construcción del conocimiento y en los procesos de interacción social (solución social de los problemas) en el que debe manejarse con el criterio de grupo.

Es importante que se interiorice la necesidad de cultivar el acto creativo, que permite la formación en el hombre del espíritu innovador con la capacidad de utilizarlo en la transformación de su realidad social.

2.2.3. Fundamentación Psicopedagógica

De Zubiría, M. y Otros (2004) “La Pedagogía Constructivista sugiere al maestro:

- ✓ Fomentar la autonomía para que los alumnos adquirieran aprendizajes significativos
- ✓ Enseñar a partir de problemas que tengan importancia para los alumnos
- ✓ Relacionar los programas curriculares con el contexto natural y social
- ✓ Promover en los alumnos la realización de proyectos relacionados con su entorno
- ✓ Diagnosticar los problemas, necesidades, recursos e intereses del entorno donde se va a enseñar
- ✓ Recordar que construir no es crear de la nada, sino elaborar los nuevos aprendizajes a partir de los conocimientos previos”.

De Zubiría, M. (2002) “La Pedagogía Conceptual postula dos propósitos formativos de la escuela: formar el talento de todos y cada uno de sus estudiantes y formar las competencias afectivas. Propósitos que se logran a través de la enseñanza de instrumentos de conocimiento (nociones, proposiciones o pensamientos, conceptos) y operaciones mentales propios de cada etapa del desarrollo del estudiante”.

El maestro debe proveer un clima psicológico favorable que sugieren la necesidad de una preparación del proceso de asimilación de los nuevos conocimientos sobre la base de una intensa interacción social.

Lo que hay que considerar para poder trabajar incansablemente en el aspecto pedagógico y así pueda estimar, creer, alegrarse y admirar el trabajo realizado, utilizando las emociones en los momentos duros y críticos en la construcción y adquisición del conocimiento, desarrollando el conocimiento y posteriormente los aprendizajes significativos.

2.2.4. Fundamentación Didáctica

Es necesario también considerar algunos aspectos especiales de la Didáctica que servirán de sustento a la investigación. Las categorías fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje son: los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas de organización de la enseñanza, y la evaluación.

Ahora bien, cuando se analiza la estructura de una clase se pueden percibir distintos eslabones que explican la lógica interna de la misma. Cada uno de ellos desempeña una función concreta en el desarrollo de la clase, o bien se crean condiciones para la apropiación de la nueva materia, o bien se trabaja en la nueva materia, o se labora con la nueva materia. A estos eslabones se les denomina Funciones Didácticas. Son reconocidas como tales: el aseguramiento del nivel de partida, la motivación, la orientación hacia el objetivo, el tratamiento de la nueva materia, la fijación, la aplicación, y el control y valoración del rendimiento de los alumnos.

2.2.5. Fundamentación Axiológica

La presente investigación se fundamenta en valores como son: el compromiso, la responsabilidad, la calidad, la ética, el mejoramiento continuo, el respeto a los recursos humanos, y la innovación. Mediante la combinación de estos elementos expuestos, se puede lograr en conjunto que los objetivos comunes que se persigue sean realizables y sobre todo que el trabajo sea dado con una base de control. Si algunos de estos elementos llegan a fallar, no se habla de un verdadero fundamento, para lo cual es menester encausarlos en todos y en cada uno, en pos de la excelencia académica.

2.2.6. Fundamentación Legal

La parte legal que fundamenta el trabajo de investigación consta en:

La Constitución del 2008 que en su Artículo 343, literal 8.- “El sistema nacional de educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y

potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, y la generación y utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema tendrá como centro el sujeto que aprende, y funcionará de manera flexible y dinámica, incluyente, eficaz y eficiente.”

La ley de Educación, Ley No. 127. RO/ 484 de 3 de Mayo de 1983 que en su Artículo 2 dice “La educación se rige por los siguientes principios:

- a. La educación es deber primordial del Estado, que lo cumple a través del Ministerio de Educación y de las Universidades y Escuelas Politécnicas del país;
- b. Todos los ecuatorianos tienen derecho a la educación integral y la obligación de participar activamente en el proceso educativo nacional;
- c. Es deber y derecho primario de los padres, o de quienes los representan, dar a sus hijos la educación que estimen conveniente. El Estado vigilará el cumplimiento de este deber y facilitará el ejercicio de este derecho.”

En cuanto a la capacitación del maestro ecuatoriano, la ley contempla:

"El desarrollo profesional es un proceso permanente e integral de actualización psicopedagógica y en ciencias de la educación" (LOEI, artículo 112).

El desarrollo profesional promueve la formación continua del docente a través del Sistema de Desarrollo Profesional Educativo (Sí Profe).

Según el artículo 112 de la LOEI, el desarrollo profesional de los educadores del sistema educativo fiscal conduce al mejoramiento de sus conocimientos, habilidades y competencias, lo que permitirá ascensos dentro de las categorías del escalafón o la promoción de una función a otra dentro de la carrera profesional educativa.

El Sistema de Desarrollo Profesional Educativo (Sí Profe) realiza diversas acciones que buscan:

- Afianzar la calidad del sistema educativo.
- Incidir directamente en la mejora del desempeño de los diversos actores de la educación.
- Mantener la relación entre calidad del desempeño profesional y ascenso en la carrera educativa.

2.3. RED DE INCLUSIÓN

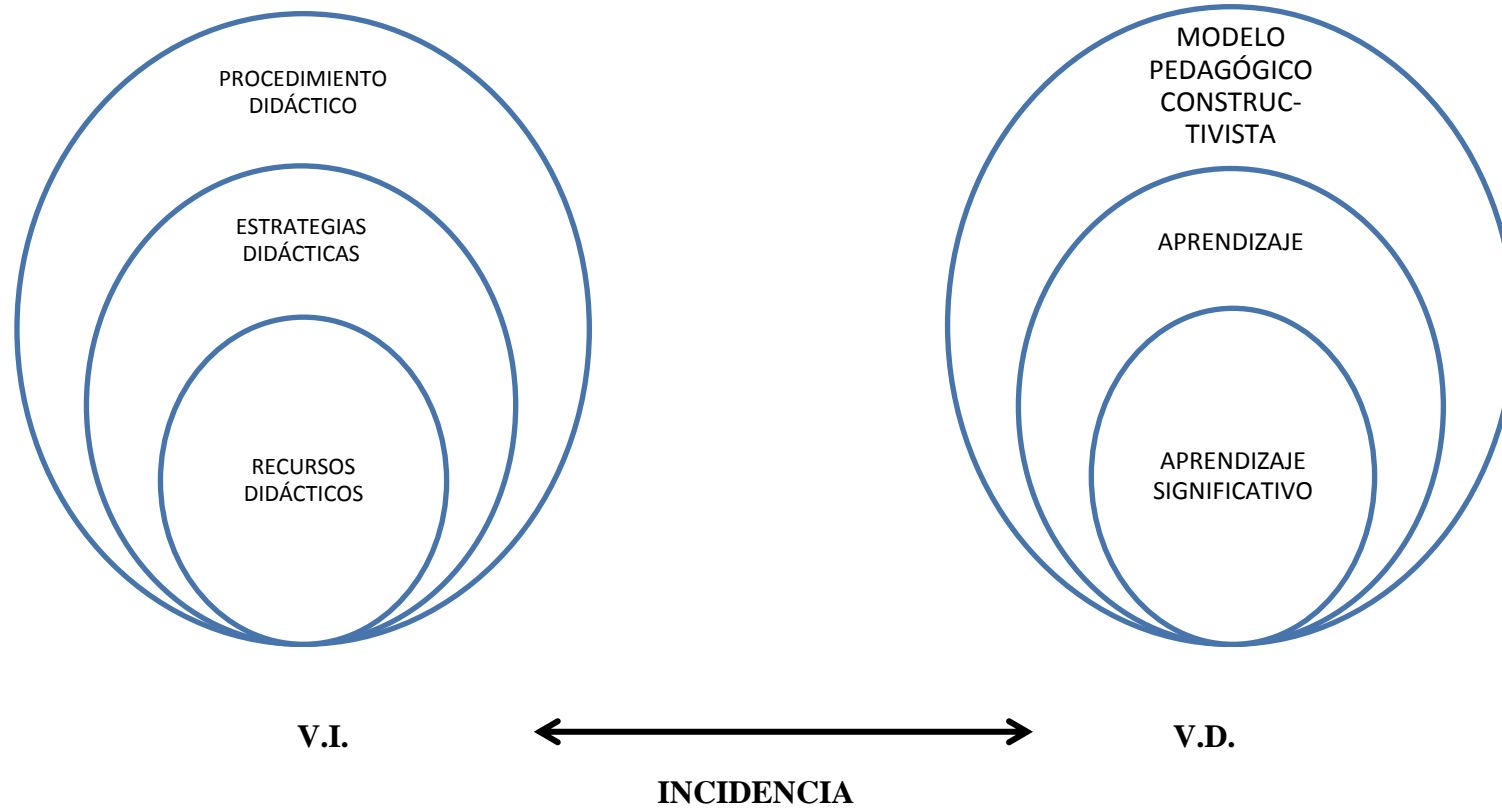


Gráfico N° 1: Categorías Fundamentales
Elaborado por: Bedoya Irma

Constelación de Ideas Conceptuales de la V.I.

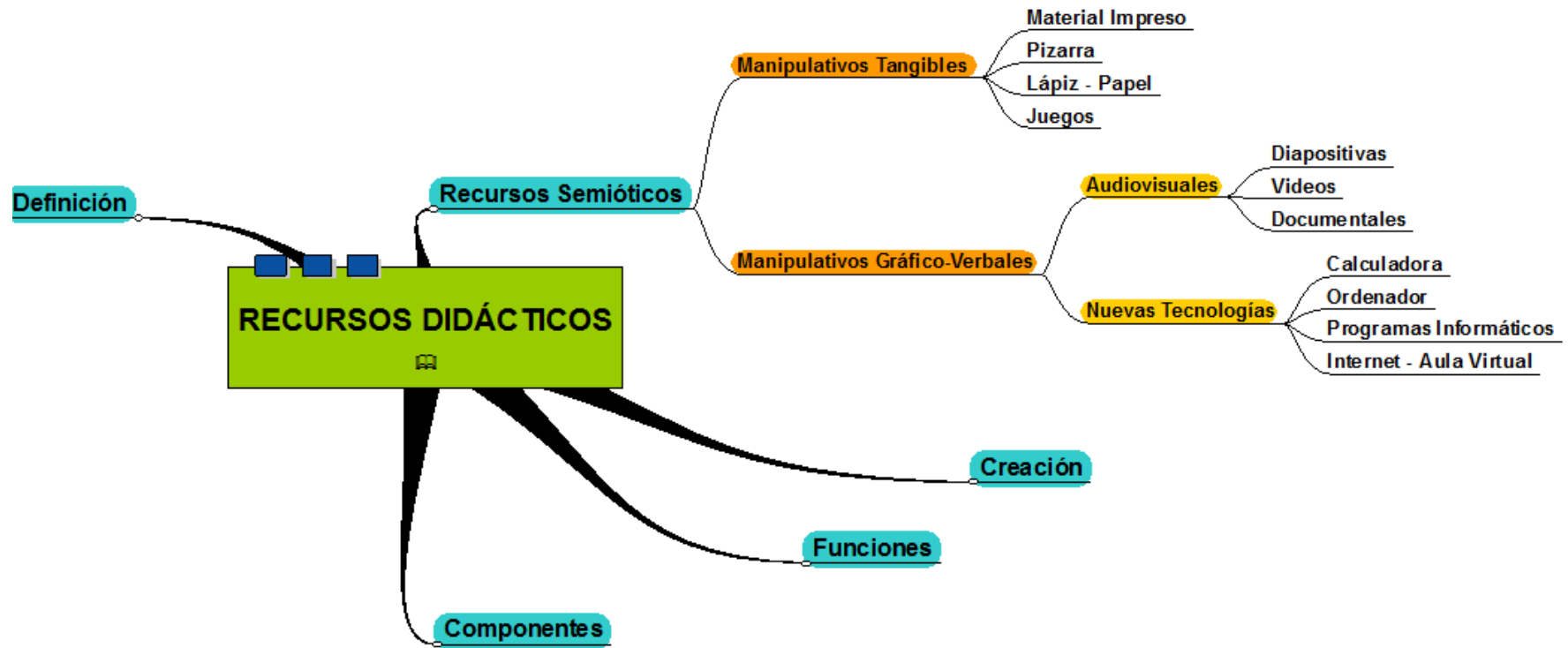


Gráfico N° 2: Subcategorías de la VI
Elaborado por: Bedoya Irma

Constelación de Ideas Conceptuales de la V.D.

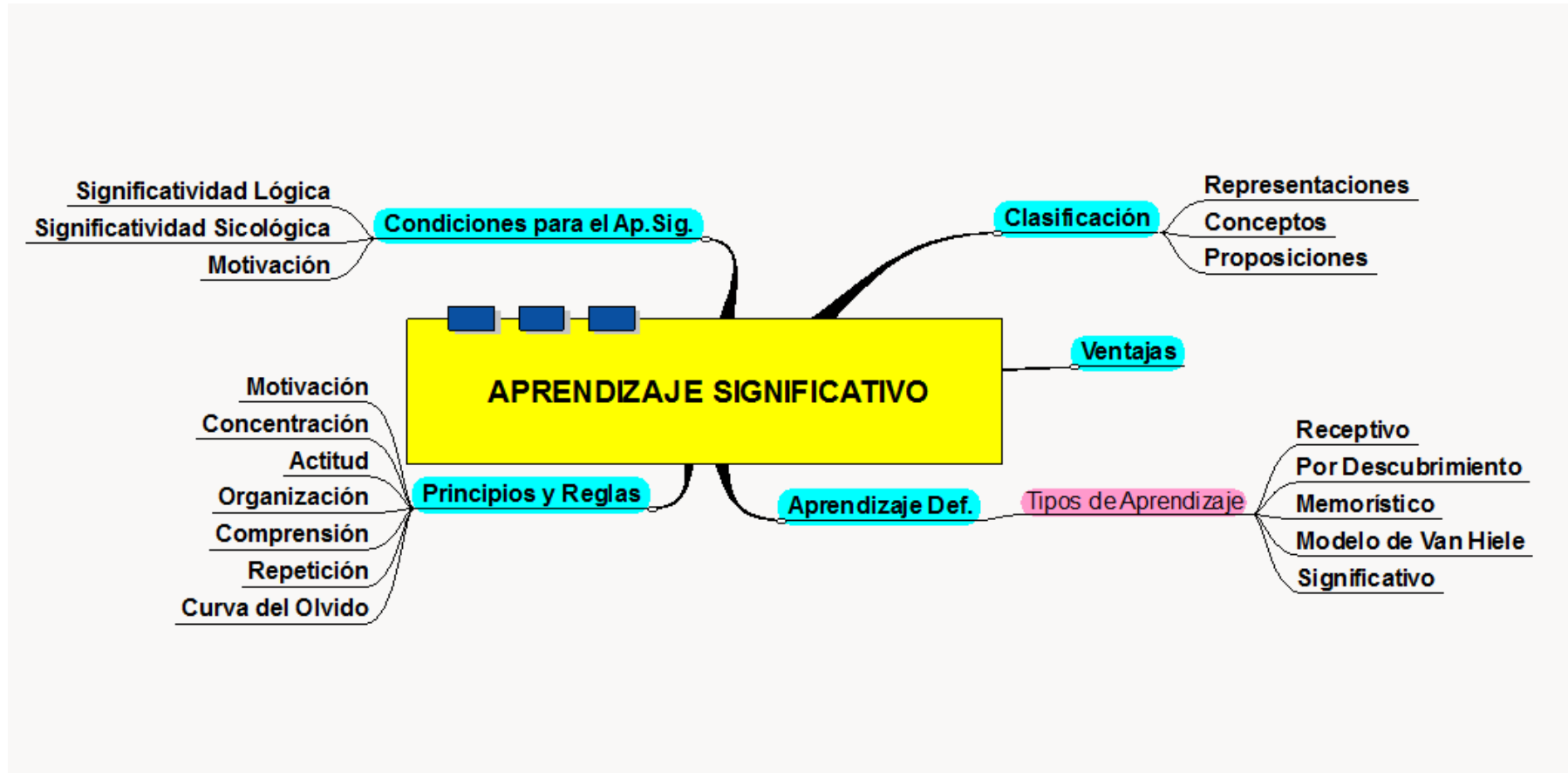


Gráfico N° 3: Subcategorías de la VD
Elaborado por: Bedoya Irma

2.3.1. Categorías de la Variable Independiente: Recursos Didácticos

2.3.1.1. Procedimiento Didáctico

Bassi (1945) citado por Bastidas (2000), considera que, un procedimiento didáctico es uno de los caminos concretos, que conducen hacia el logro de los objetivos específicos de la enseñanza, dentro de la orientación señalada por el método.

Para Koonts y Weihrich (1995), citados por Bastidas (2000), son series cronológicas de acciones requeridas, son pautas de acción más que de pensamiento que detallan la forma en que se deben realizar determinadas actividades.

Según Oviedo (1983), un procedimiento didáctico comprende estrategias y técnicas (recursos didácticos). Vale entonces decir que es el conjunto de actividades específicas, realizadas por el profesor y el estudiante, y que han de seguirse para cumplir con los objetivos del sistema enseñanza aprendizaje, donde hay método hay procedimiento, luego el procedimiento es parte del método didáctico y coexiste con él.

2.3.1.2. Estrategias Didácticas

Hernández y Szcurek (1995-1989) citados por Bastidas (2000), consideran que, estrategias de enseñanza aprendizaje son un conjunto de acciones deliberadas para desarrollar el proceso enseñanza aprendizaje, estas acciones las lleva a cabo el profesor y/o el estudiante con el fin de adquirir nuevos esquemas para el desarrollo cognitivo de las estructuras mentales. A lo manifestado por los autores anteriores el ITESM. (2005) agrega que mientras se pone en práctica la estrategia, todas las acciones tienen un sentido, una orientación porque está fundamentada en un método. La estrategia es un sistema de planificación aplicado a un conjunto articulado de acciones que permite conseguir un objetivo, sirve para

obtener determinados resultados, de manera que no se puede hablar de que se usan estrategias cuando no hay una meta hacia donde se orienten las acciones.

Por otro lado Martínez, R. y Bonachea, O. (2005) establecen diferencias entre estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje, en las estrategias de enseñanza las acciones las realiza el maestro, con el objetivo consciente que el alumno aprenda de la manera más eficaz, son acciones secuenciadas que son controladas por el docente. Tienen un alto grado de complejidad e incluyen medios de enseñanza para su puesta en práctica, el control y evaluación de los propósitos. Las acciones que se planifiquen dependen del objetivo derivado del objetivo general de la enseñanza, las características psicológicas de los alumnos y del contenido a enseñar, entre otras. Son acciones externas, observables. Mientras que en las estrategias de aprendizaje las acciones las realiza el alumno, con el objetivo siempre consciente de apoyar y mejorar su aprendizaje, son acciones secuenciadas que son controladas por el estudiante. Tienen un alto grado de complejidad. Las acciones que ejecuta el estudiante dependen de su elección, de acuerdo a los procedimientos y conocimientos asimilados, a sus motivos y a la orientación que haya recibido, por tanto media la decisión del alumno.

Para Symons citado por Bastidas (1998), las estrategias didácticas forma parte del aprendizaje estratégico: un pensador competente analiza la situación de la tarea para determinar las estrategias que serían apropiadas. A continuación, se va formando un plan para ejecutar las estrategias y para controlar el progreso durante la ejecución. En el caso de dificultades, las estrategias ineficaces son abandonadas en favor de otras más adecuadas. Estos procesos son apoyados por creencias motivacionales apropiadas y por una tendencia general a pensar estratégicamente.

2.3.1.3. Clasificación de las estrategias didácticas

Aun reconociendo la gran diversidad existente a la hora de categorizar las estrategias de aprendizaje, suele haber ciertas coincidencias entre algunos autores como: Weinstein y Mayer (1986); González y Tourón, (1992) en establecer tres

grandes clases de estrategias: las estrategias cognitivas, las estrategias meta-cognitivas, y las estrategias de manejo de recursos.

1. **Las estrategias cognitivas** hacen referencia a la integración del nuevo material con el conocimiento previo. La mayor parte de las estrategias incluidas dentro de esta categoría; en concreto, las estrategias de selección, organización y elaboración de la información, constituyen las condiciones cognitivas del aprendizaje significativo (Mayer, 1992). Este autor define el aprendizaje significativo como un proceso en el que el aprendiz se implica en seleccionar información relevante, organizar esa información en un todo coherente, e integrar dicha información en la estructura de conocimientos ya existente.

Díaz, S. (1990), manifiesta que son aquellas estrategias destinadas a crear o potenciar enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva que ha de aprenderse, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. De acuerdo con Mayer citado por Díaz, a este proceso de integración entre lo "previo" y lo "nuevo" se le denomina: construcción de "conexiones externas".

Para Díaz, F. y Hernández, G. (1999), las estrategias típicas de enlace entre lo nuevo y lo previo son las de inspiración ausubeliana: los organizadores previos (comparativos y expositivos) y las analogías.

2. **Las estrategias meta-cognitivas** hacen referencia a la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición. Son un conjunto de estrategias que permiten el conocimiento de los procesos mentales, así como el control y regulación de los mismos con el objetivo de lograr determinadas metas de aprendizaje (González y Tourón, 1992). El conocimiento meta-cognitivo requiere conciencia y conocimiento de variables de la persona, de la tarea y de la estrategia (Flavell, 1987; Justicia, 1996). En relación con las variables personales está la conciencia y conocimiento que tiene el sujeto de sí mismo y de sus capacidades y limitaciones cognitivas; aspecto que se va

formando a partir de las percepciones y comprensiones que desarrollamos nosotros mismos en tanto sujetos que aprenden y piensan (Justicia, 1996). Por consiguiente, una buena base de conocimientos de las características y demandas de la tarea, de las capacidades, intereses y actitudes personales, y de las estrategias necesarias para completar la tarea, son requisitos básicos de la consciencia y conocimientos meta-cognitivo; a lo que debemos añadir la regulación y control que el propio sujeto debe ejercer sobre todo lo anterior.

Para Kurtz (1990), la meta-cognición regula de dos formas el uso eficaz de estrategias: en primer lugar, para que un individuo pueda poner en práctica una estrategia, antes debe tener conocimiento de estrategias específicas y saber cómo, cuándo y por qué debe usarlas. Así, por ejemplo, debe conocer las técnicas de repaso, subrayado, resumen, etc. y saber cuándo conviene utilizarlas. En segundo lugar, mediante su función auto-reguladora, la meta cognición hace posible observar la eficacia de las estrategias elegidas y cambiarlas según las demandas de la tarea.

Las estrategias meta cognitivas equivalen a lo que Weinstein y Mayer (1986) denominan como estrategias de control de la comprensión. Según Monereo y Clariana (1993), estas estrategias están formadas por procedimientos de autorregulación que hacen posible el acceso consciente a las habilidades cognitivas empleadas para procesar la información. Para estos autores, un estudiante que emplea estrategias de control es también un estudiante meta-cognitivo, ya que es capaz de regular el propio pensamiento en el proceso de aprendizaje.

3. **Las estrategias de manejo de recursos** son una serie de estrategias de apoyo que incluyen diferentes tipos de recursos que contribuyen a que la resolución de la tarea se lleve a buen término (González y Tourón, 1992). Tienen como finalidad sensibilizar al estudiante con lo que va a aprender; y esta sensibilización hacia el aprendizaje integra tres ámbitos: la motivación, las actitudes y el afecto (Beltrán, 1996; Justicia, 1996). La importancia de los

componentes afectivo-motivacionales en la conducta estratégica es puesta de manifiesta por la mayor parte de los autores que trabajan en este campo. Todos coinciden en manifestar que los motivos, intenciones y metas de los estudiantes determinan en gran medida las estrategias específicas que utilizan en tareas de aprendizaje particulares. Por eso, entienden que la motivación es un componente necesario de la conducta estratégica y un requisito previo para utilizar estrategias.

Parece que no es suficiente con disponer de las estrategias de aprendizaje adecuadas; es necesario también saber cómo, cuándo y porqué utilizarlas, controlar su mayor o menor eficacia, así como modificarlas en función de las demandas de la tarea. Por tanto, el conocimiento estratégico requiere saber qué estrategias son necesarias para realizar una tarea, saber cómo y cuándo utilizarlas; pero, además, es preciso que los estudiantes tengan una disposición favorable y estén motivados, tanto para ponerlas en marcha como para regular, controlar y reflexionar sobre las diferentes decisiones que deben tomar en el momento de enfrentarse a la resolución de esa tarea. Symons, Snyder, Cariglia-Bull y Pressley expresan con bastante nitidez estas ideas al afirmar lo siguiente: Corresponde a los educadores la tarea de construir estrategias de enseñanza que formen en sus alumnos la capacidad para responder a las exigencias del aprendizaje de la manera más adecuada. Nos referimos al desarrollo integral de la personalidad, es decir, la capacidad para auto-regular su conducta, auto-conocerse, percatarse incluso de las reacciones de los demás, pensar reflexivamente.

Por el contrario para Kindsvatter (1988) citado por Bastidas (2000). Las estrategias de enseñanza pueden ser: Enseñanza directa o estrategia magistral, enseñanza cooperativa o estrategia grupal, estrategia individual. La **estrategia magistral o directa**, se refiere al modelo académico donde el docente dirige, controla y desarrolla las actividades del sistema enseñanza aprendizaje. La **estrategia grupal o de aprendizaje cooperativo**, enfatiza el trabajo conjunto de los estudiantes en actividades de aprendizaje cooperativo, supeditados a la tutoría del profesor y de los compañeros, al respecto Mario Carretero (1993) citado por Bastidas (2000) plantea que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino

que se construye de la realidad del interactuar del ser humano; este autor cita a los autores: Violeta Barreto (1994) nos dice que el aprendizaje cooperativo es aquel en que el alumno construye su propio conocimiento mediante un complejo proceso interactivo en el que intervienen tres elementos claves: los alumnos, el contenido y el profesor que actúa como facilitador y mediador entre ambos. Vigotsky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudios y trabajo. En primera instancia, porque es en el trabajo en grupo donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en su desarrollo cognitivo, tener acceso al conocimiento o mejorar sus aprendizajes. El rol del docente es muy diferente a las otras dos, ya que actúa como facilitador del aprendizaje y la **estrategia individual** es un modelo de instrucción individualizada sobre la base de un programa estructurado para cada alumno. El propósito de esta estrategia es que cada estudiante realice su tarea de acuerdo a su nivel.

2.3.1.4. Estrategias activas

Según Ismera y Paéz (2006) considera que las estrategias de aprendizaje son planes cognitivos orientados a un desempeño exitoso.

Pérez Villamar, L.(2006) considera que una estrategia de metodología activa es la forma o manera como los docentes y estudiantes organizan aprendizajes significativos desde la programación de contenidos, la ejecución y la evaluación hasta la organización de los ambientes de aprendizaje, estructuración y utilización de materiales educativos y uso óptimo de los espacios y tiempos del aprendizaje manejando capacidades. Las estrategias metodológicas son activas cuando se evidencian el manejo de procesos, las capacidades lo son por excelencia en situaciones de aprendizaje. Estos procesos son secuencias sistematizadas de eventos dialécticos implicados en el acto de aprender y enseñar de parte de los estudiantes y maestros como: La observación, identificación, discriminación, establecimiento de relaciones, organización, análisis, inferencia, evaluación, abstracción, conceptualización, las que integradas a la atención, memoria

retentiva, comprensión, adquisición, memoria evocativa, reproducción y transferencia mediante comunicación integral que permiten el logro del aprendizaje.

2.3.1.5. Estrategias de metodología activa: Enseñanza y Aprendizaje

Paggioli (1997) citado por Bastidas (2000), indica que en la medida en que docentes y alumnos están involucrados en el proceso enseñanza- aprendizaje es que sustentamos que las estrategias de metodología activa abarcan: Estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje: Las primeras inherentes a los maestros y las segundas inherentes a los alumnos. La necesidad de contar con una metodología de enseñanza adecuada obliga usualmente al docente a escoger la estrategia que considere la más apropiada, y muchas veces en esa elección, prima el área y el tipo de contenido a enseñar; de manera que la estrategia metodológica usada permite no sólo llegar al docente de manera clara sino que ayude al alumno a construir sus propios aprendizajes de manera constructiva menciona el inicio del estudio sobre estrategias de aprendizaje con la determinación de ocho métodos específicos:

1. Utilización de técnicas de estudio.
2. Utilización de semejanzas y diferencias físicas de las palabras.
3. Selección de una parte de las palabras o la lectura.
4. Formar imágenes mentales.
5. Elaborar información de manera significativa relacionando el material de aprendizaje con experiencias previas.
6. Encontrar semejanzas y diferencias.
7. Construcción de frases y oraciones.
8. Categorizar.

Asimismo Schunk (1997) citado por Díaz y Hernández (1999), considera que el uso de estrategias activas es una parte integral de las actividades de aprendizaje y consiste en técnicas para crear y mantener un clima de aprendizaje

positivo y a la vez constituye formas de superar la ansiedad, mejorar la autosuficiencia de precisar el valor del aprendizaje, etc.

Díaz y Hernández (1999) afirman que una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea en forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas.

2.3.1.6. Recursos Didácticos

Marcano (1986) citado en Bastidas (2000) y en <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>, señala que el docente puede utilizar muchos recursos (ayudas externas) para facilitar en el estudiante el procesamiento, codificación y recuperación de la información. Estos recursos se denominan genéricamente, procesadores de información. Los recursos didácticos pueden ser, **directos** cuando obtienen la información de la realidad que puede ser natural o artificial (como de un laboratorio), es decir son recursos concretos; o pueden ser **indirectos**, cuando reciben la información de símbolos que pueden ser visuales o electrónicos (como películas, proyector, computador, paquetes informáticos, fotografías, maquetas, etc.), escritos (como diagramas, mapas conceptuales, mente factos, diario de notas y reflexiones, pizarra, textos impresos, etc.), verbales (como preguntas, anécdota, discusión, relato de experiencias, etc.), es decir son recursos abstractos. De ahí que no todos los recursos que se utilizan en educación han sido creados con una intencionalidad didáctica, por ejemplo un video del National Geographic sobre los volcanes del mundo a pesar de que pueda utilizarse como recurso educativo, no es en sí mismo un material educativo pues solo pretende informar, entonces un medio educativo puede ser utilizado con la finalidad de facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, con lo que se constituye en un recurso didáctico.

Zabalza (1987) citado en Bastidas (2000), manifiesta que las referencias a la idea de recursos se distribuyen entre dos polos: Un polo de máxima reducción del

concepto, que lo liga a su aspecto material de aparatos y materiales para la enseñanza. Otro polo de máxima expansión, que lo conceptualiza como el proceso o técnica articulado a cualquier instrumento pedagógico que se emplea en la enseñanza.

Busot (1991), considera que la técnica es una forma particular de emplear un instrumento y/o recurso en el que se apoya la enseñanza, responde a la pregunta: ¿Con qué enseñar?

Los recursos se presentan de acuerdo a tres tipos de técnicas, y de acuerdo con Oviedo (1993), son: Audiovisual (o electrónica); Escrita; y Verbal. Las modalidades que comprendan cada una no se agotan pues son innumerables las posibilidades que pueden ser usados en el proceso de enseñanza aprendizaje, la ampliación de las mismas está supeditada a la creatividad de los docentes y a las condiciones específicas de los estudiantes.

Al tiempo que las combinaciones de ellas y que están disponibles hacen más difícil y necesaria una acertada selección e integración, así según Kaye (1981) citado por Bastidas (2000), resulta más importante prestar atención especial a las cualidades pedagógicas y atributos de las modalidades, que a su naturaleza misma, lo que no invalida que en una situación, una modalidad pueda ser más útil que otra.

2.3.1.7. Definición de Recurso Didáctico

Una definición sencilla de recurso didáctico expresada en <http://www.pedagogia.es/recursos-didacticos/>, dice que, un recurso didáctico es cualquier **material** que se ha elaborado con la **intención de facilitar al docente su función** y a su vez la del alumno. No olvidemos que los recursos didácticos deben utilizarse en un contexto educativo.

Rodríguez, M. (2009), en su artículo de Didácticas Contemporáneas, manifiesta que estas privilegian el recurso didáctico, es decir el recurso pedagógico: Se refiere al recurso que ha sido elaborado con intencionalidad y propósito pedagógico y se aplica únicamente para cumplir este fin (talleres, guías de trabajo, ejercicios, ejemplos, conferencia del docente, esquemas, diagramas, mapas conceptuales, mentefactos, entre otras). Los Medios, son aquellos elaborados con intencionalidad diferente a la pedagógica, que se pueden utilizar para complementar, apoyar y motivar los procesos pedagógicos. Estos pueden derivarse de tecnología dura(TV, radio, computador) o de tecnología blanda (juegos como loterías, ajedrez, entre otros).

Del Pozo, M. (2008), desde su punto de vista considera que, los recursos didácticos son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas. En este sentido los docentes, desde su rol, tienen el reto de lograr manifestaciones creativas en la solución de los problemas de su práctica pedagógica, como garantía de atención a la diversidad de escolares que aprenden.

Desde esta perspectiva se procura un cambio regulado en la cantidad y cualificación de los apoyos, ayudas, estrategias, metodologías, acciones y recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje, considerando aspectos tan diversos como la esfera motivacional y afectiva, el manejo de los procesos de atención, los recursos de memorización analítica, la inducción del aprendizaje y los procedimientos para el manejo eficiente de la información. La eficacia de los recursos didácticos se basa en: Formas de uso, en relación a la organización y las interacciones; Calidad, en relación a la potencialidad didáctica; Acierto en la

elección, acorde a la adecuación a estudiantes, objetivos, contenido, contexto, sin olvidar también estar acorde al esfuerzo personal del profesor.

Por ello, al planificar una intervención educativa y antes de iniciar una sesión de clase en la que pensamos utilizar un recurso didáctico conviene que el maestro se asegure en tres apoyos clave:

- El apoyo tecnológico. Nos aseguraremos de que todo está a punto y funciona: revisaremos el hardware, el software, todos los materiales que vamos a precisar.
- El apoyo didáctico. Antes de la sesión, haremos una revisión del material y prepararemos actividades adecuadas a nuestros alumnos y al currículo.
- El apoyo organizativo. Nos aseguraremos de la disponibilidad de los espacios adecuados y pensaremos la manera en la que distribuiremos a los alumnos, el tiempo que durará la sesión, la metodología que emplearemos (directiva, semi directiva, uso libre del material)

2.3.1.8. Componentes estructurales de los recursos didácticos

Según Marqués (2000), se puede identificar los siguientes elementos:

- El sistema de símbolos (textuales, icónicos, sonoros) que utiliza.
En el caso de un vídeo aparecen casi siempre imágenes, voces, música y algunos textos.
- El contenido material (software), integrado por los elementos semánticos de los contenidos, su estructuración, los elementos didácticos que se utilizan (introducción con los organizadores previos, subrayado, preguntas, ejercicios de aplicación, resúmenes, etc.), la forma de presentación y el estilo. En definitiva: información y propuestas de actividad.
- La plataforma tecnológica (hardware) que sirve de soporte y actúa como instrumento de mediación para acceder al material.

- En el caso de un vídeo el soporte será por ejemplo un cassette y el instrumento para acceder al contenido será el magnetoscopio.
- El entorno de comunicación con el usuario, que proporciona unos determinados sistemas de mediación en los procesos de enseñanza y aprendizaje (interacción que genera, pragmática que facilita...). Si un medio concreto está inmerso en un entorno de aprendizaje mayor, podrá aumentar su funcionalidad al poder aprovechar algunas de las funcionalidades de dicho entorno.

2.3.1.9. Funciones

Para Marqués (2000), según como se utilicen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, los medios didácticos y los recursos didácticos en general pueden realizar diversas funciones; entre ellas se destaca como más habituales las siguientes:

- **Proporcionar información**, prácticamente todos los medios didácticos proporcionan explícitamente información: libros, vídeos, programas informáticos.
- **Guiar los aprendizajes**, de los estudiantes, instruir. Ayudan a organizar la información, a relacionar conocimientos, a crear nuevos conocimientos y aplicarlos. Es lo que hace un libro de texto por ejemplo.
- **Ejercitar habilidades**, entrenar. Por ejemplo un programa informático que exige una determinada respuesta psicomotriz a sus usuarios.
- **Motivar**, despertar y mantener el interés. Un buen recurso didáctico siempre debe resultar motivador para los estudiantes.
- **Evaluar** los conocimientos y las habilidades que se tienen, como lo hacen las preguntas de los libros de texto o los programas informáticos. La corrección de los errores de los estudiantes a veces se realiza de manera explícita (como en el caso de los materiales multimedia que tutorizan las actuaciones de los usuarios) y en otros casos resulta implícita ya que es el

propio estudiante quien se da cuenta de sus errores (como pasa por ejemplo cuando interactúa con una simulación).

- **Proporcionar simulaciones** que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación. Por ejemplo un simulador de vuelo informático, que ayuda a entender cómo se pilota un avión.
- **Proporcionar entornos para la expresión** y creación. Es el caso de los procesadores de textos o los editores gráficos informáticos.

No obstante hay que tener en cuenta que los recursos didácticos no solamente transmiten información, también hacen de mediadores entre la realidad y los estudiantes, y mediante sus sistemas simbólicos desarrollan habilidades cognitivas en sus usuarios.

2.3.1.10. Crear un recurso didáctico

Según <http://www.pedagogia.es/recursos-didacticos/>, el maestro debe tener claro las siguientes cuestiones al momento de crear un recurso didáctico para ser aplicado en el proceso de enseñanza aprendizaje:

1. **Qué queremos enseñar** al alumno.
2. **Explicaciones** claras y sencillas. Realizaremos un desarrollo previo de las mismas y los ejemplos que vamos a aportar en cada momento.
3. La **cercanía del recurso**, es decir, que sea conocido y accesible para el alumno.
4. **Apariencia del recurso**. Debe tener un aspecto agradable para el alumno, por ejemplo añadir al texto un dibujo que le haga ver rápidamente el tema del que trata y así crear un estímulo atractivo para el alumno.
5. **Interacción** del alumno con el recurso. Qué el alumno conozca el recurso y cómo manejarlo.
6. **Aplicable** para elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas, con el fin de lograr la transposición didáctica, es decir la adaptación de los contenidos para hacerlos comprensibles a los alumnos.

2.3.1.11. Tipologías de Recursos Semióticos

Godino (1998) manifiesta que el nombre genérico de los instrumentos semióticos del trabajo matemático, es el de manipulativos u objetos ostensivos, donde se distingue: **manipulativos tangibles o concretos** que ponen en juego la percepción táctil; y por otra parte los **manipulativos gráfico, textuales y verbales** en los que participan la percepción visual y/o auditiva como gráficos, palabras, textos, símbolos matemáticos, programas de ordenador que también pueden manipularse, pues podemos actuar sobre ellos. Sirven como medio de expresión de las técnicas y conceptos matemáticos y al mismo tiempo son instrumentos de trabajo matemático. El carácter dinámico y "manipulable" de los sistemas de signos matemáticos está siendo potenciado recientemente por el uso de las nuevas tecnologías en las distintas ramas de las matemáticas (Geometría, GeoGebra, Cabri; Análisis de datos, Statgraphics; Cálculo, Derive; etc.).

La acción cognitiva humana es siempre una acción mediada por alguna forma de herramienta o instrumento, para el aprendizaje se deriva una consecuencia nodal: la naturaleza del conocimiento originado depende de la herramienta o instrumento (semiótico). La calculadora graficadora, los programas informáticos, los emuladores, también es una herramienta semiótica (instrumento de mediación), pues sirve para establecer la comunicación a través de sistemas de signos, la semiosis es fundamentalmente un acto comunicativo, construir y estructurar el conocimiento matemático de los estudiantes, en la interrelación de representaciones visuales y analíticas simbólicas. (Winslow 2000, citado por Moreno 2002).

Para Duval (1999), las herramientas semióticas (que se transforman en instrumentos mediadores), suministran un amplio abanico de representaciones de objetos y relaciones matemáticas en diferentes registros, permiten la conversión de registros (exploración sistemática), lo cual plantea la necesidad de la utilización de estos "recursos computacionales" en Educación Matemática. Los estudiantes superan la simple manipulación de expresiones y se "detienen" en

observar el procedimiento analítico-simbólico comunicando significados y razonando sobre las expresiones.

Para Marqués (2000): *A partir de la consideración de la plataforma tecnológica* en la que se sustenten, los medios didácticos, y por ende los recursos educativos en general, se suelen clasificar en tres grandes grupos, cada uno de los cuales incluye diversos subgrupos:

Materiales convencionales:

- Impresos (textos): libros, fotocopias, periódicos, documentos.
- Tableros didácticos: pizarra, franelograma.
- Materiales manipulativos: recortables, cartulinas, escalímetro, escuadras, compás, rapidógrafo, transportador, lápiz, borrador.
- Juegos: arquitecturas, juegos de sobremesa.
- Materiales de laboratorio.

Materiales audiovisuales:

- Imágenes fijas proyectables (fotos): diapositivas, fotografías.
- Materiales sonoros (audio): casetes, discos, programas de radio.
- Materiales audiovisuales (vídeo): montajes audiovisuales, películas, vídeos, programas de televisión.

2.3.1.12. Nuevas tecnologías:

- Programas informáticos (CD u on-line) educativos: videojuegos, lenguajes de autor, actividades de aprendizaje, presentaciones multimedia, enciclopedias, animaciones y simulaciones interactivas.
- Servicios telemáticos: páginas web, weblogs, tours virtuales, webquest, cazas del tesoro, correo electrónico, chats, foros, unidades didácticas y cursos on-line.

- TV y vídeo interactivos.
- Aula Virtual: es un sitio de encuentro privado en Internet en el que los profesores pueden intercambiar información con sus alumnos, llevar a cabo discusiones en línea, crear ejercicios de práctica, hacer trabajos en grupos, permite la aplicación y evaluación de los conocimientos. Solamente pueden tener acceso a ella el profesor y los alumnos pertenecientes al curso; el maestro puede utilizar las herramientas de comunicación con sus alumnos (agenda, anuncios, charlas, foros de discusión), incluir todos los materiales del curso, recomendar enlaces a sitios de la Web; los alumnos a su vez pueden reunirse en grupos de trabajo, presentar tareas y exámenes, participar en los foros de discusión y examinar los materiales del curso.

A partir de la consideración de la funcionalidad que tienen para los estudiantes:

1. Presentar la información y guiar la atención y los aprendizajes:

- Explicitación de los objetivos educativos que se persiguen.
- Diversos códigos comunicativos: verbales (convencionales, exigen un esfuerzo de abstracción) e icónicos (representaciones intuitivas y cercanas a la realidad).
- Señalizaciones diversas: subrayados, estilo de letra, destacados, uso de colores.
- Adecuada integración de medias, al servicio del aprendizaje, sin sobrecargar. Las imágenes deben aportar también información relevante.

2. Organizar la información:

- Resúmenes, síntesis
- Mapas conceptuales
- Organizadores gráficos: esquemas, cuadros sinópticos, diagramas de flujo

3. Relacionar información, crear conocimiento y desarrollar habilidades:

- Organizadores previos al introducir los temas.
- Ejemplos, analogías.
- Preguntas y ejercicios para orientar la relación de los nuevos conocimientos con los conocimientos anteriores de los estudiantes y su aplicación.
- Simulaciones para la experimentación.
- Entornos para la expresión y creación

Los autores Godino, Batanero y Font, en Geometría y su Didáctica para Maestros, pdf. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> , señalan que para comprender mejor la importancia de los recursos o material didáctico, se usan diferentes clasificaciones de los mismos. Una de ella consiste en diferenciar dos tipos de recursos: *Ayudas al estudio*: recursos que asumen parte de la función del profesor (organizando los contenidos, presentando problemas, ejercicios o conceptos). Un ejemplo lo constituyen las pruebas de autoevaluación o los programas tutoriales de ordenador, etc. También se incluyen aquí los libros de texto, libros de ejercicios, etc. *Materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático*: objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas, sistemas de signos etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático.

Los mismos autores hacen referencia a los **libros de texto y libros de ejercicios**, como el recurso didáctico más común en la enseñanza de cualquier tema por ello es importante tener un criterio para elegir los que se han de recomendar a los alumnos. El libro de texto "conserva y transmite" de alguna forma el conocimiento matemático, puesto que el alumno lo usa como referencia, cuando tiene que resolver un problema o recordar una definición o propiedad. Hay que tener en cuenta además que en didáctica se habla de *transposición didáctica* para referirse al cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado

como objeto de enseñanza. La transposición didáctica es necesaria porque: Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar a los alumnos de un cierto nivel escolar. Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los alumnos; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos. Hay que buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen y que permitan a los alumnos apropiarse de los conocimientos pretendidos.

Por otra parte estos autores manifiestan que, el aprendizaje matemático no es consecuencia directa y exclusiva de la confrontación de los alumnos con tareas más o menos problemáticas. Los problemas matemáticos propuestos en clase formarán parte de dispositivos más generales y complejos que son las secuencias de *situaciones didácticas*. Estas secuencias de situaciones, deben contemplar no sólo los momentos de la acción e investigación personal de los alumnos con las tareas (fase para la cual el material tangible puede desempeñar un papel importante) sino que deben diseñarse e implementarse, además, momentos de formulación y comunicación de las soluciones, justificación y discusión de las mismas, e institucionalización de los conocimientos pretendidos (compaginar las técnicas, el lenguaje y los conceptos puestos en juego con la cultura matemática correspondiente).

Finalmente Godino, Batanero y Font en relación a los **recursos tecnológicos** dicen que los estudiantes pueden aprender más matemáticas y de manera más profunda con el uso de una tecnología apropiada. Hay que tener en cuenta, no obstante, que la tecnología no se debería usar como sustituto de intuiciones y comprensiones básicas; al contrario, deberá enfocarse de manera que estimule y favorezca tales intuiciones y comprensiones más sólidas. Los recursos tecnológicos se deben usar de manera amplia y responsable, con el fin de enriquecer el aprendizaje matemático de los estudiantes. En Matemática y Geometría Analítica hoy por hoy un recurso muy usado es la **calculadora** y el **ordenador** por su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango de software que soportan, de esta manera, permiten a los estudiantes experimentar y

explorar todos los aspectos de la matemática y tienen oportunidad de poder trabajar sobre preguntas de investigación reales, las cuales brindan mayor interés. Los tipos de software para la enseñanza son: lenguajes de programación, paquetes profesionales, software didáctico (Geogebra, Cabri en geometría), micromundos, software de uso general (como EXCELL, WORD, PAINT, etc.), tutoriales.

2.3.2. Categorías de la Variable Independiente: Aprendizaje Significativo

2.3.2.1. Modelo Pedagógico Constructivista

Para Salazar, Martorell, Cerezo. (2011-2005) coinciden que el constructivismo es principalmente una epistemología, es decir una teoría de cómo los humanos aprenden a resolver los problemas y dilemas que su medio ambiente les presenta, es una teoría que intenta explicar cuál es la naturaleza del conocimiento humano, es simplemente una teoría de cómo ponemos conocimiento en nuestras cabezas.

A más de lo dicho anteriormente Cerezo y Sanhueza.(2005-2011) agregan: El constructivismo asume que nada viene de nada, es decir que conocimiento previo da nacimiento a conocimiento nuevo, básicamente puede decirse que el constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores.

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), es decir con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea. Como lo expresa en www.salesianoscam.org/.../modelospedagogicoscw1sep8-03.ppt, el eje del modelo es el aprender haciendo; el maestro es un facilitador que contribuye al desarrollo de capacidades de los estudiantes para pensar, idear, crear

y reflexionar. El objetivo de la escuela es desarrollar las habilidades del pensamiento de los individuos de modo que ellos puedan progresar, evolucionar secuencialmente en las estructuras cognitivas para acceder a conocimientos cada vez más elaborados.

2.3.2.2. Aprendizaje

De acuerdo con Esteves (1995), el aprendizaje es una actividad que debe realizar uno mismo para obtener un conocimiento. Para aprender es necesario estudiar. Por lo dicho, se debe definir lo que es estudiar.

Según Hernández (1986), estudiar es algo más que asistir a clases o ponerse delante de un libro, es lograr nuevos conocimientos (habilidades, actitudes o valores y destrezas), mediante el esfuerzo personal y el uso de técnicas apropiadas.

Alonso y otros (1994): Consideran que “Aprendizaje es el proceso de adquisición de una disposición, relativamente duradera, para cambiar la percepción o la conducta como resultado de una experiencia”. Es una definición que integra los conceptos relacionados al área de la didáctica.

Knowles y otros (2001:15) se basan en la definición de Gagné, Hartis y Schyahn, para expresar que el aprendizaje es en esencia un cambio producido por la experiencia, pero distinguen entre: El aprendizaje como producto, que pone en relieve el resultado final o el desenlace de la experiencia del aprendizaje. El aprendizaje como proceso, que destaca lo que sucede en el curso de la experiencia de aprendizaje para posteriormente obtener un producto de lo aprendido. El aprendizaje como función, que realza ciertos aspectos críticos del aprendizaje, como la motivación, la retención, la transferencia que presumiblemente hacen posibles cambios de conducta en el aprendizaje humano.

En las definiciones hay algunos puntos de coincidencia, sobre todo los que hablan de un cambio de conducta y como resultado de la experiencia.

2.3.2.3. Tipos de aprendizaje

Ausubel (1990). Determina varias *clases* de aprendizaje, que considera las más interesantes desde el punto de vista escolar, señala también una distinción, que él estima (definitiva) entre los procesos por los que se adquieren esas clases de aprendizaje:

- aprendizaje por recepción
- aprendizaje por descubrimiento
- aprendizaje mecánico o repetitivo
- aprendizaje significativo
- actualmente se considera el modelo de Van Hiele, para Matemática y Geometría

A. Aprendizaje receptivo

Según Ausubel, el alumno recibe el contenido que ha de internalizar, sobre todo por la explicación del profesor, el material impreso, la información audiovisual, los ordenadores, etc.

- Es un aprendizaje por instrucción expositiva que comunica el contenido que va a ser aprendido en su forma final.
- Se debe dar una instrucción que active en los alumnos los conocimientos previos necesarios, es decir, hacer un puente cognitivo entre los conocimientos previos y los nuevos.
- Se debe hacer una presentación de los contenidos de manera estructurada y con una organización explícita que capte el interés de los alumnos.

B. Aprendizaje por descubrimiento

Para Ausubel, el alumno debe descubrir el material por sí mismo, antes de incorporarlo a su estructura cognitiva. Este aprendizaje por descubrimiento puede ser guiado por el profesor.

- El alumno construye sus conocimientos de una forma autónoma, sin la ayuda permanente del profesor.
- Se exige mayor participación del alumno, ya que ellos son los que buscan.
- Requiere un método de búsqueda activa por parte del alumno.
- El profesor da las ideas principales, los objetivos, las metas.
- El profesor es un mediador y guía y serán los alumnos quienes recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos.
- Es un aprendizaje útil, ya que cuando se lleva a cabo de modo eficaz, asegura un conocimiento significativo y fomenta hábitos de investigación y rigor en los alumnos.
- Desventaja: emplea mucho tiempo, es por eso que no es un aprendizaje muy frecuente.

C. Aprendizaje memorístico

El aprendizaje de memoria. Ausubel (1990) hace una distinción entre memoria y aprendizaje significativo, lo cual es importante para la enseñanza de pensamiento de orden superior. El aprendizaje memorístico se produce cuando el alumno memoriza la información de manera arbitraria. El conocimiento o información se almacena en un compartimento aislado y no se integra en la persona de mayor estructura cognitiva. Con conceptos establecidos en la estructura cognitiva del alumno. Debido a la memoria el aprendizaje no se basa en los conceptos existentes, es más fácil de olvidar. La educación está llena de ejemplos de aprendizaje de memoria. Si la tarea fue tratada como un fin en sí mismo más que como un medio para una mayor fluidez conversacional, entonces era el aprendizaje de memoria.

- Los hechos o datos se memorizan sin comprenderlos.
- Se memorizan de forma repetitiva.
- Si no se lleva a la práctica lo que se ha memorizado se olvida.
- A mayor volumen de datos más difícil es la memorización de éstos.
- El que los datos estén ordenados según algún criterio, ejemplo por bloques, se facilita la memorización.

2.3.2.4. Modelo de Van Hiele

El Modelo de Van Hiele como lo proponen sus creadores, explica desde una perspectiva cognitiva, cómo se desarrolla el pensamiento geométrico de los estudiantes, y desde una perspectiva didáctica la manera en que el profesor puede guiar este desarrollo para alcanzar niveles de razonamiento más altos.

Pierre y Dina Van Hiele, a partir de sus experiencias docentes, elaboraron un modelo que trata de explicar por un lado cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y por otro cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos para que mejoren la calidad de su razonamiento.

De esta forma los componentes principales del modelo van Hiele son la **teoría de los niveles de razonamiento**, que explica cómo se produce el desarrollo en la calidad de razonamiento geométrico de los estudiantes cuando éstos estudian geometría, y las **fases de aprendizaje**, que constituye su propuesta didáctica para la secuenciación de actividades de enseñanza aprendizaje en el aula, con el objeto de facilitar el ascenso de los estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediato superior.

Las ideas centrales del Modelo de Van Hiele son:

- Se pueden encontrar diferentes niveles de perfección en el razonamiento geométrico de los estudiantes.

- Un estudiante sólo podrá comprender aquellos conceptos que correspondan a su nivel de razonamiento geométrico.
- Si una noción matemática no puede ser presentada a un estudiante de acuerdo a su nivel actual de razonamiento geométrico, entonces se deberá esperar a que alcance el adecuado para abordarla.
- No se puede enseñar a una persona a razonar de determinada manera. Pero sí se puede, mediante actividades diseñadas para ello, ayudarla a que lo haga.

Por tanto el desarrollo del razonamiento se considera como un proceso independiente a la madurez biológica de la persona, de manera que un profesor mediante actividades adecuadas, puede influir y acelerar la evolución del razonamiento del individuo.

2.3.2.5. Los niveles de razonamiento:

En el modelo de Van Hiele los *niveles de razonamiento* describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de pre-escolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias.

De acuerdo con el modelo, si el aprendiz es guiado por instrucciones adecuadas avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como un todo, sin identificar características especiales (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5).

Godino, J. (1998). Expresa que los siguientes son los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele: nivel 1 es denominado nivel de *reconocimiento o*

visualización; el nivel 2, *nivel de análisis*; el nivel 3 *clasificación o abstracción*; el nivel 4 *deducción*, y el nivel 5 *rigor*.

Los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global. El modelo es recursivo, es decir cada nivel se construye sobre el anterior, coincidiéndose el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas. No es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado el nivel anterior.

Las diferentes capacidades de razonamiento asociadas a cada nivel no solo se reflejan en la forma de resolver problemas sino también en la forma de expresarse o de interpretar el vocabulario. Esto implica que una palabra puede entenderse de distinta forma en los distintos niveles de razonamiento y este hecho debe ser tomado muy en cuenta por el profesor, siendo que el lenguaje es la vía de comunicación entre docente alumno, si el primero quiere ser comprendido deberá dirigirse a sus alumnos con palabras adecuadas a su nivel de razonamiento y a partir de ahí transitar con ellos por cada etapa hasta alcanzar un nivel superior.

2.3.2.6. *Las fases de aprendizaje*

De acuerdo al modelo de Van Hiele, para pasar de un nivel de razonamiento geométrico al nivel inmediato superior es necesario que el estudiante realice distintas actividades, las cuales deben ser diseñadas para que transite por el nivel en el que se encuentra hacia el siguiente pasando por cinco fases a las que se les llama *fases de aprendizaje*.

Las características generales de las actividades en cada fase de aprendizaje son:

- ***Información.*** En esta fase las actividades deben revelar a los estudiantes el área de la geometría a estudiar; también tienen como objetivo que

conozcan el material a utilizar y el dirigir la atención de los estudiantes. Los problemas que aquí se planteen, si se hace, no deben necesariamente ser resueltos sino hacer ver la necesidad del conocimiento matemático.

- ***Orientación dirigida.*** En esta etapa las actividades debe enfocarse a delimitar los elementos principales (conceptos, propiedades, etc.) que los estudiantes deben reconocer y aprender a razonar, es decir, en ellas los alumnos deben descubrir y comprender los conceptos y propiedades deseados. Los problemas deberán plantear una situación en cuya resolución aparezcan dichos elementos. Los conceptos y estructuras deben presentarse en forma progresiva.
- ***Explicitación.*** Aquí los estudiantes deberán intercambiar sus experiencias, explicar cómo ha resuelto sus actividades y justificar sus resultados. Es una fase de revisión del trabajo realizado y de perfeccionamiento del lenguaje (entendiéndose como el vocabulario correspondiente al nuevo nivel de razonamiento al que se desea acceder).
- ***Orientación libre.*** En esta fase las actividades deben plantear problemas más complejos donde los estudiantes combinen sus conocimientos y los apliquen en situaciones diferentes a las iniciales, en donde deban emplear una nueva forma de razonar. Si en la primera fase no se resolvió algún problema, aquí puede volver a formularse.
- ***Integración.*** En esta etapa final las situaciones que se revisen deben representar una acumulación, comparación y combinación de conceptos adquiridos y en donde no se vislumbre ningún conocimiento nuevo. En esta fase también se puede comprobar si el conocimiento fue adquirido.

Para cada nivel de razonamiento las actividades deben contener elementos explícitos, que se abordan y manipulan abiertamente en ellas, que ya han sido adquiridos por los estudiantes, y elementos implícitos, es decir, aquellos que deben incorporarse paulatinamente y que empiezan a adquirirse, pero de los cuales los estudiantes no son conscientes de su importancia y por lo cual no los emplearán explícitamente sino hasta encontrarse en el nivel superior de razonamiento. El reconocimiento por parte del profesor de ambos tipos de

elementos, implícitos y explícitos, en las nociones que pretenda que el estudiante construya, y su conocimiento del nivel en que se encuentran sus alumnos será su guía en el diseño de las actividades.

2.3.2.7. *Aprendizaje significativo*

Es parte integrante de mayor pensamiento de orden. Esa forma de pensar tiene lugar cuando nos aferramos a la interrelación entre dos o más ideas, viejas y nuevas. Un primer requisito para el aprendizaje significativo, que según Ausubel y Robinson (1969) sostienen, es que el material presentado para el alumno sea capaz de que la nueva información debe ser instalada en un patrón más amplio o general. En segundo lugar, el alumno debe poseer ideas relevantes para que la nueva idea pueda estar relacionada o anclada. Finalmente, el alumno debe realmente relacionar, de alguna manera sensible, las nuevas ideas a las que posee actualmente. Si alguna de estas condiciones falta, el resultado final será una repetición. Se considera que:

- Se aprenden conceptos. Existe una comprensión de lo que se aprende.
- Como existe una comprensión de lo aprendido, es difícil que se olvide
- Los contenidos de cualquier materia deben poseer una organización conceptual interna, que mantengan coherencia todos los elementos entre sí.
- La organización conceptual debe estar en un vocabulario que los alumnos lo entiendan.
- El profesor debe conocer las ideas previas que los alumnos tienen sobre el tema a tratar.

El aprendizaje significativo, se refiere a que el proceso de construcción de significados es el elemento central del proceso de enseñanza aprendizaje. El alumno aprende un contenido cualquiera cuando es capaz de atribuirle un significado. Por eso lo que procede es intentar que los aprendizajes que lleve a cabo, sean, en cada momento de la escolaridad, lo más significativo posible, para lo cual la enseñanza debe actuar de forma que los alumnos profundicen y

amplíen los significados que construyen mediante su participación en las actividades de aprendizaje. En este sentido, las nuevas tecnologías que han ido desarrollándose en los últimos tiempos y siendo aplicadas a la educación juegan un papel vital.

El aprendizaje significativo surge cuando el alumno, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. Dicho de otro modo, construye nuevos conocimientos a partir de los conocimientos que ha adquirido anteriormente; el estudiante no aprende solo sino que es necesaria su participación grupal; y, debe aplicar el nuevo conocimiento que aprende.

2.3.2.8. Tipos de aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

1. Aprendizaje de Representaciones

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice: Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan (Ausubel, 1990).

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra "Pelota", ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño

los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

2. Aprendizaje de Conceptos

Los conceptos se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos (Ausubel, 1990), partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos: Formación y Asimilación.

En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del ejemplo anterior podemos decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra "pelota", ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural "pelota", en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de "pelota" a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

3. Aprendizaje de proposiciones.

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva.

Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e idiosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición. (Ausubel, 1990)

2.3.2.9. Condiciones para el aprendizaje significativo

De acuerdo a la teoría de Ausubel, para que se puedan lograr aprendizajes significativos es necesario se cumplan tres condiciones:

1. **Significatividad lógica del material:** se refiere a la estructura interna organizada (cohesión del contenido) que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados. Para que un contenido sea lógicamente significativo se requiere una serie de matizaciones que afectan a:

Definiciones y lenguaje (precisión y consistencia -ausencia de ambigüedad, definiciones de nuevos términos antes de ser utilizados y adecuado manejo del lenguaje), datos empíricos y analogías (justificación de su uso desde el punto de vista evolutivo, cuando son útiles para adquirir nuevos significados, cuando son útiles para aclarar significados pre-existentes), enfoque crítico (estimulación del análisis y la reflexión, estimulación de la formulación autónoma -vocabulario, conceptos, estructura conceptual-) y epistemología (consideración de los supuestos epistemológicos de cada disciplina -problemas generales de causalidad, categorización, investigación y mediación- consideración de la estrategia distintiva de aprendizaje que se corresponde con sus contenidos particulares).

2. **Significatividad psicológica del material:** se refiere a que puedan establecerse relaciones no arbitrarias entre los conocimientos previos y los

nuevos. Es relativo del alumno que aprende y depende de sus relaciones anteriores.

Este punto es altamente crucial porque como señaló Piaget el aprendizaje está condicionado por el nivel de desarrollo cognitivo del alumno y a su vez, como observó Vigotsky, el aprendizaje es un motor del desarrollo cognitivo. En consecuencia, resulta extremadamente difícil separar desarrollo cognitivo de aprendizaje, sin olvidar que el punto central es el que el aprendizaje es un proceso constructivo interno y en este sentido debería plantearse como un conjunto de acciones dirigidas a favorecer tal proceso.

3. **Motivación:** Para Ausubel (1990) debe existir además una disposición subjetiva, una actitud favorable para el aprendizaje por parte del estudiante. Debe tenerse presente que la motivación es tanto un efecto como una causa del aprendizaje.

En suma, que para que se dé el aprendizaje significativo no es suficiente solamente con que el alumno quiera aprender es necesario que pueda aprender para lo cual los contenidos o material ha de tener significación lógica y psicológica.

2.3.2.10. Principios y reglas para el aprendizaje significativo

Negrete, J. (2007) que cita a Ausubel (1990). El aprendizaje es un proceso, el cual se realiza de acuerdo a los siguientes principios y reglas:

1. Motivación
2. Concentración
3. Actitud
4. Organización
5. Comprensión
6. Repetición
7. Curva del olvido

A. Motivación

Motivación quiere decir tener el deseo de hacer algo. Tenemos motivación al estudiar cuando:

- a. Sabemos exactamente lo que esperamos obtener del estudio.
- b. Si realmente nos interesa lograrlo.
- c. Una persona está motivada para hacer cualquier trabajo cuando sabe lo que espera y se da cuenta porque debe hacerlo.

No estaremos realmente motivados sino vemos como el material nos va a ser realmente útil. Siempre debemos relacionar el material de estudio con el trabajo que esperamos llegar a realizar en nuestra carrera.

B. Concentración

La concentración es un factor muy necesario para el aprendizaje. Representa toda la atención, es la potencia que tiene tu mente sobre lo que se tiene que rendir.

Negrete, J. (2007), la mitad de la atención no se utiliza en el aprendizaje. La mitad de la atención que prestas en algo se desperdicia. Pero aun trabajando con el 50% de atención que te queda con eso aprendes los conocimientos que requieres aprender. Y es cierto ya que el otro 50% en tener una idea y el 100% de la atención es lo que te permite entender y recordar el material. El primer 50% de atención lleva los datos e ideas de tus ojos a tu mente pero sin permitirte usarlo y retenerlo. Los conocimientos y las ideas se detienen en los linderos de la mente y se desvanecen rápido cuando solo se les da el 50% de la atención.

Para poder concentrarte en el trabajo ante todo primero debes estar preparado para realizar el trabajo. Debe estar motivado tener interés o curiosidad respecto al material.

C. Actitud

Hemos visto que el aprendizaje es un proceso activo, depende completamente de que tomemos parte activa en los procesos de aprendizaje. Para Negrete, J. (2007), cuando descubrimos ideas, hechos o principios nuevos nos hallamos en un proceso de aprendizaje, y de acuerdo a nuestra actitud, aprendemos gracias a la participación.

El aprendizaje es directamente proporcional a la cantidad de reacción que ofrecemos, y del vigor con que pongamos a nuestra mente a pensar y trabajar en las ideas que queremos aprender. La información no llegara al cerebro a menos que entre en actividad, busca la información y sepa cómo emplearla, si tu cerebro no trabaje con esta información no podemos aprenderla.

Lo que podemos hacer para asegurar una acción mental definida es tomando notas en la clase o en el momento de estar leyendo, repitiendo lo que el profesor dice pero empleando nuestras propias palabras, otra forma es haciéndonos preguntas que creamos se formularan en la exposición y posteriormente contestarlas. De esta forma mantenemos activos durante el proceso de aprendizaje, mente, ojos y oídos.

D. Organización

Es imposible aprender con eficacia una materia por el procedimiento de aprender de memoria todos los hechos que se relacionan con ella. Antes de utilizar el material aprendido debes conocer la organización de este material es decir la forma en que todo se agrupa para formar la estructura completa. Cuando un profesor empieza una exposición tiene una guía completa de la información y de las ideas que debe transmitir a los estudiantes. (Negrete, J. 2007).

Por eso si puedes comprender la idea básica de lo que se trata y de los puntos principales podrás seguir cada una de las ideas individuales y entender cada idea

con facilidad e inteligencia. Si conoces de lo que se trata podrás más fácilmente saber en dónde encaja la idea. En cuanto a las clases en el salón si antes de iniciar la clase dedicas unos momentos para hacer un repaso del trabajo que se vio en ella, podrás entender mejor la clase.

E. Comprensión

El mismo autor dice que es la verdadera finalidad hacia la que conducen los cuatro factores anteriores. La comprensión equivale al entendimiento, su propósito es penetrar en el significado, de sacar deducciones, de admitir las ventajas o razones para aprender.

La comprensión consiste en asimilar en adquirir el principio de lo que se está explicando, descubrir los conceptos básicos, organizar la información y las ideas para que se transforme en conocimiento. Una forma de identificar y comprender las ideas y principios básicos, es repitiendo con nuestras propias palabras las ideas del auto o del profesor, normalmente se llega a la comprensión de forma gradual.

F. Repetición

Negrete, J. (2007), pocas cosas tienen un efecto emocional tan fuerte como para quedársenos grabadas al primer contacto. Por eso para recordar una cosa debemos repetirla.

La materia que estudias quince minutos al día durante 4 días o aun 15 minutos a la semana, durante cuatro semanas, es probable que se recuerde mucho mejor que la que se estudia una hora y que nunca más vuelve a revisarse. Este procedimiento se conoce como "principio de la práctica distribuida". Si quieres obtener más provecho de las horas que dedicas al estudio, dedica cierto tiempo al repaso, lo que te proporcionará mejor comprensión y mejor memoria que un estudio concentrado, por una vez solamente y sin repaso alguno.

Aunque es esencial para el aprendizaje, la sola repetición no lo garantiza, puedes "repassar" determinado material veinticinco veces sin aprenderlo. Para que la repetición sea provechosa debes aplicar los principios de la motivación, concentración, actitud, organización y comprensión; solamente que pongas en práctica todos estos principios la repetición te permitirá aprender, ten presente que no con sólo leer estos principios sobre el aprendizaje te conviertes en una persona que aprenda eficientemente. Para aprender bien necesitas practicarlos hasta saber cómo usarlos hábilmente y hasta que tengas el hábito de emplearlos en tus estudios.

G. Curva del olvido

Bortot Silva (2011). Una de las herramientas que debemos manejar si deseamos alcanzar un rotundo éxito en nuestra vida profesional es la curva del olvido, así que la primera fase se orienta a entender nuestra capacidad de olvido, para ello hace falta conocer cómo funciona la caja negra del cerebro a fin de poder convivir con nuestro olvido, pero activando todas nuestras neuronas para que la memoria se imponga, entendiendo que olvido y memoria no son enemigos ni amigos sino funciones cerebrales de tipo físico-químicas que se complementan y a la vez son competitivas porque comparten un territorio común.

El método de abordaje de este problema es entender que ambas –memoria y olvido- son actividades funcionales del cerebro que se activan o desactivan para evitar se sobrecargue el sistema, esto se debe fundamentalmente a que no podemos almacenar todo lo que pasa durante un día en la memoria, así que el cerebro se hace selectivo e inicia un proceso donde sólo aquello que le interesa lo almacena, por supuesto mientras más interés hay mejor guardado queda y aflora en la memoria con gran facilidad.

Negrete, J. (2007). La distribución del tiempo de nuestro estudio y el esfuerzo para recordar lo estudiado da lugar a un aprendizaje superior y a una mejor memoria en comparación con los resultados obtenidos cuando solo se estudia una

vez y se vuelve a leer después. El olvido ocurre más rápidamente, casi inmediatamente después de que se deja de estudiar una materia, la mayor pérdida queda comprendida dentro de las horas siguientes, la velocidad con que olvidamos disminuye gradualmente conforme pasa el tiempo.

Para evitar la repentina pérdida del porcentaje de retención en el estudio es necesario efectuar repasos de la siguiente forma:

1. El repaso debe ser de unas 12 horas a 24 horas después de haberse estudiado por primera vez.
2. Una semana después.
3. Tres semanas después.

De esta forma será más fácil asegurar el máximo de memoria. No importa que no tengamos el tiempo necesario para revisar detalladamente lo que debemos hacer es seleccionar lo que sea verdaderamente importante recordar.

2.3.2.11. Ventajas del aprendizaje significativo

Ausubel (1990), el Aprendizaje Significativo tiene claras ventajas sobre el Aprendizaje Memorístico:

- Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del alumno (conocimientos previos y la forma como éstos se organizan en la estructura cognitiva).
- Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje.
- Produce retención de la información más duradera.
- Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos en forma significativa, ya que al estar claramente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos

- La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la llamada memoria a largo plazo, en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios concretos.

2.4. HIPÓTESIS

El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

2.5. SEÑALAMIENTO DE VARIABLES

2.5.1. Variable independiente:

Recursos Didácticos.

2.5.2. Variable dependiente:

Aprendizaje Significativo de la Geometría Analítica.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

Para realizar este trabajo investigativo, la investigadora se sustentará en el paradigma socio crítico propositivo con enfoque cuantitativo, cuantitativo porque los resultados de la investigación de campo serán sometidos a análisis numéricos con el apoyo de la estadística, se trata de probar hipótesis y esa tarea implica el uso de recursos de la Estadística Inferencial.

3.2. MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN

3.2.1. Bibliográfica documental

Porque la investigadora acudirá a fuentes de investigación primaria a través de documentos válidos y confiables, así como también a información secundaria obtenida en libros, revistas, publicaciones, internet, otras; tiene el propósito de detectar, ampliar y profundizar diferentes enfoques, teorías, conceptualizaciones y criterios de diversos autores en relación a las variables recursos didácticos (independiente) y aprendizaje significativo de la Geometría Analítica (dependiente).

3.2.2. De campo

Esta modalidad de la investigación involucra a la investigadora a acudir al lugar donde se producen los hechos para recabar información sobre las variables de estudio, recursos didácticos y aprendizaje significativo, con la aplicación de técnicas e instrumentos de investigación.

3.2.3. De intervención social o proyectos factibles

Porque la investigadora luego de realizar el trabajo investigativo presentará una propuesta alternativa de solución al problema investigado.

3.3. NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.3.1. Correlacional Causal o de Asociación de Variables

Porque la investigación permitirá medir el grado de relación entre la variable independiente: los recursos didácticos para la Geometría Analítica, y la variable dependiente, el aprendizaje significativo, con los mismos sujetos de un contexto determinado, permite predicciones estructuradas y análisis de correlación entre las mismas.

Se realizará una investigación de interés social la cual determinará modelos de comportamiento, se logrará la medición de relaciones entre variables, personas y situaciones (calificaciones).

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población a tomarse en cuenta en la investigación corresponde a:

Cuadro N° 1: Población y Muestra

INVOLUCRADOS	POBLACION	PORCENTAJE
Docentes de Matemática	10	12.5%
Estudiantes	70	87.5%
Total	80	100%

Fuente: Secretaría de la Unidad Educativa

Elaborado por: Bedoya I.

Por ser la población menor a 100 individuos, se tomará como muestra a la población; lo que, permitirá tener datos más exactos y confiables al momento de tomar decisiones.

3.5. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

La siguiente es la hipótesis motivo de Operacionalización:

- El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Cuadro Nº 2: Variable Independiente: Recursos Didácticos

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS BASICOS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>RECURSOS DIDÁCTICOS:</p> <p>Son instrumentos pedagógicos de mediación entre la realidad y los estudiantes para transmitir el contenido material; y, mediante sus sistemas simbólicos desarrollan habilidades cognitivas y de comunicación en el entorno.</p>	<p>Instrumentos pedagógicos</p> <p>Contenido material</p> <p>Sistemas simbólicos</p> <p>Aprendizajes cognitivos</p> <p>Habilidades</p> <p>Valores</p>	<p>- Impresos: libros de textos, folletos</p> <p>- Virtuales: programas informáticos, ordenador, pizarras virtuales, blogs, webquest, aula virtual</p> <p>- Gráficos</p> <p>Textuales: acetatos, pizarrón</p> <p>-Audibles: voz, grabación</p> <p>- Audiovisuales: material proyectado y no proyectado</p> <p>-Interacción: fomentan el aprendizaje cooperativo</p>	<p>¿Utiliza usted recursos didácticos en la construcción del conocimiento de la geometría analítica en el plantel?</p> <p>¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje de la geometría analítica?</p> <p>¿En el proceso enseñanza aprendizaje aplica recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?</p> <p>¿En el proceso enseñanza aprendizaje aplica recursos gráfico-textuales-auditivos para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos?</p> <p>¿Le gustaría desarrollar habilidades de comunicación, atención y comprensión aplicando recursos tecnológicos?</p> <p>¿Al usar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje cree que se fomenta una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento?</p> <p>¿Cree usted que al aplicar recursos manipulativos sus estudiantes adquirirán valores que favorezcan su formación?</p>	<p>Encuesta a Docentes y Estudiantes</p> <p>Cuestionario estructurado</p>

Elaborado por: Bedoya Irma

Cuadro N° 3: Variable Dependiente: Aprendizaje Significativo

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS BÁSICOS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>Enfoque constructivista: es el aprender a aprender. Es el resultado de la interacción sustantiva y no arbitraria de los conocimientos previos y los conocimientos nuevos, que además va a ser funcional en determinado momento de la vida del individuo. Bajo las condiciones de que el material debe tener significado lógico (estar organizado); el alumno debe tener significación psicológica (asocia lo nuevo con lo anterior, memoria de largo plazo) y actitud favorable a aprender</p>	<p>Constructivismo: aprender a aprender</p> <p>Ciclo de Kolbe: hacer, reflexionar, conceptualizar, decidir</p> <p>Conocimientos previos</p> <p>Conocimientos nuevos</p> <p>Aplicabilidad: habilidades, pensamiento crítico y creativo</p> <p>Dimensión humana</p>	<p>Asocia conocimientos anteriores en nuevas situaciones.</p> <p>Se interesa por aprender a aprender</p> <p>Conceptualiza y representa ideas.</p> <p>Explica y relaciona conceptos formando proposiciones.</p> <p>Comparte experiencias.</p> <p>Interpreta y resuelve problemas, toma decisiones para expresar la solución.</p> <p>Aplica lo que conoce en situaciones de la vida real.</p>	<p>¿Utiliza recursos como organizadores anticipados y mapas conceptuales para determinar los conocimientos que poseen sus estudiantes?</p> <p>¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza estrategias y recursos novedosos para adquirir conocimientos nuevos?</p> <p>¿Sus estudiantes conceptualizan y representan ideas, adquiriendo aprendizajes significativos con los nuevos conocimientos?</p> <p>¿Sus estudiantes explican y relaciona conceptos formando proposiciones lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?</p> <p>¿Para que el aprendizaje sea significativo comparte experiencias de trabajo cooperativo?</p> <p>¿Está en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos sobre situaciones de la vida real?</p>	<p>Encuesta a Docentes y Estudiantes</p> <p>Cuestionario estructurado</p>

Elaborado por: Bedoya Irma

3.6. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

3.6.1. Encuesta

Herrera, Medina, y Naranjo. (2008). “Es una técnica de recolección de información por la cual los informantes responden por escrito”, el instrumento es el cuestionario estructurado con una serie de preguntas impresas sobre hechos y aspectos que interesan investigar, se aplican a poblaciones grandes, el cuestionario sirve de enlace entre los objetivos de la investigación y la realidad estudiada, cuya finalidad es obtener de manera sistemática información de la población investigada sobre cada una de las variables, es una técnica cuantitativa.

Cuadro Nº 4: Recolección de información

Técnicas	Instrumentos	Dirigido
Encuesta	Cuestionario estructurado	Docentes y estudiantes

Fuente: TERÁN (2006), El Proyecto de investigación ¿Cómo elaborar?

Elaborado por: Bedoya Irma

3.6.2. Validez y confiabilidad

La validez de los instrumentos vendrá dada a través de la aplicación de juicio de expertos. Mientras que la confiabilidad vendrá dada por la aplicación de una prueba piloto a una población pequeña que permitirá detectar errores y corregirlos a tiempo antes de su aplicación definitiva.

3.7. PLAN PARA LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Cuadro Nº 5: Recolección de Información

Preguntas básicas	Explicación
1.- ¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos de la investigación
2.- ¿De qué personas u objetos?	Docentes del área de matemática, estudiantes

Preguntas básicas	Explicación
3.- ¿Sobre qué aspectos?	Construye su conocimiento, analiza de forma lógica problemas planteados y propone soluciones, es comunicativo, presta atención y comprende las clases dadas, comparte actividades, coopera, participa activamente con sus compañeros con respeto y solidaridad, comparte experiencias, socializa sus conocimientos pre-establecidos, demuestra disposición por aprender, conceptualiza, representa ideas, explica y relaciona conceptos formando proposiciones, resuelve problemas de la vida, entiende, interpreta, analiza, da significados.
4.- ¿Quién?	La Investigadora
5.- ¿Cuándo?	Período de enero a mayo del 2012
6.- ¿Dónde?	Unidad Educativa Hermano Miguel
7.- ¿Cuántas veces?	Dos
8.- ¿Qué técnicas de recolección?	Encuesta
9.- ¿Con qué?	Encuesta, cuestionario estructurado.
10.- ¿En qué situación?	En las aulas

Elaborado por: Bedoya Irma

3.8. PLAN PARA EL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Los datos recogidos se transforman siguiendo ciertos procedimientos:

- Revisión crítica de la información recogida, es decir limpieza de información defectuosa, contradictoria, incompleta, no pertinente.
- Repetición de la recolección, en ciertos casos individuales para corregir fallos de contestación.
- Tabulación o cuadros según variables de cada hipótesis: cuadros de una sola variable, cuadros con cruce de variables.
- Manejo de información (reajuste de cuadros con casillas vacías o con datos tan reducidos cuantitativamente que no influyen significativamente en los análisis)
- Estudio estadístico de datos para presentación de resultados.

- Se utilizará el paquete estadístico SPSS por las bondades que ofrece para el cálculo de las medidas estadísticas y la representación gráfica, entre otros
- Se construirá histogramas.
- Se elaborarán tablas de frecuencias.

3.9. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

- Análisis de los resultados estadísticos, destacando tendencias o relaciones fundamentales de acuerdo con los objetivos e hipótesis
- Interpretación de los resultados con apoyo del marco teórico en el aspecto pertinente, es decir atribuciones del significado científico a los resultados estadísticos manejando las categorías correspondientes del marco teórico
- Comprobación de hipótesis, para la verificación estadística conviene seguir la asesoría de un especialista utilizando la prueba estadística Chi-cuadrado. Hay niveles de investigación que no requieren de hipótesis: explicativo y descriptivo. Sí se verifica hipótesis en los niveles de asociación entre variables y exploratorio.
- Establecimiento de conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Una vez aplicado los cuestionarios, recolectados, tabulados y analizados, se procede a interpretar los resultados estadísticamente, los cuales cuentan con sus respectivos cuadros y gráficos, observando los siguientes resultados.

4.1. ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES

1. ¿En el proceso enseñanza aprendizaje aplica recursos interactivos para desarrollar la asignatura de Geometría Analítica?

Cuadro N° 6: Recursos interactivos para desarrollar la asignatura – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	4	0.40	40%
Pocas Veces	5	0.50	50%
Nunca	1	0.10	10%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

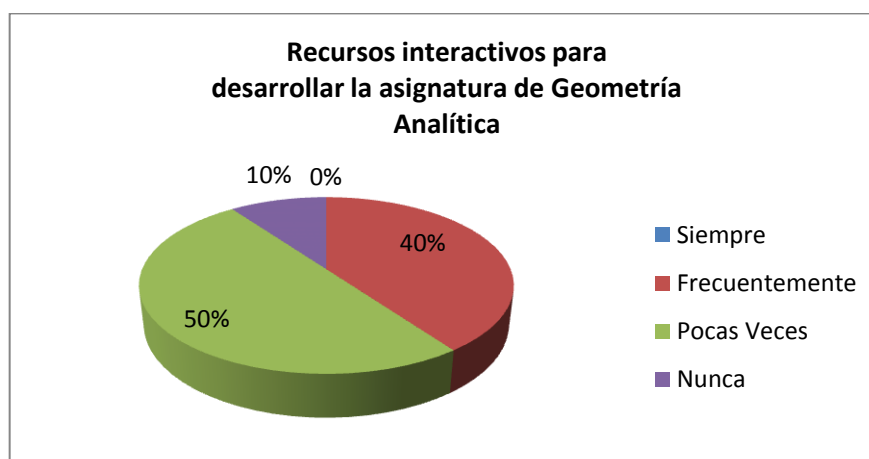


Gráfico N° 4: Pregunta N° 1- Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

Aplicada la encuesta a 10 maestros del área de Matemática de la Unidad Educativa Técnico Particular “Hermano Miguel” se encuentra que 40% de los profesores encuestados frecuentemente aplica recursos interactivos para desarrollar la asignatura de Geometría Analítica, un 50% pocas veces aplica y un 10% nunca lo hace.

El 50% de los maestros pocas veces aplican recursos interactivos para desarrollar la asignatura de Geometría Analítica. Una de las cualidades de la Matemática y de la Geometría Analítica es ayudar a desarrollar el pensamiento analítico, es decir hacer que la materia sea creativa, y reflexiva, para que los estudiantes se motiven y adquieran aprendizajes significativos, los cuales serán aplicables en nuevos conocimientos.

2. ¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes en el estudio de la Geometría Analítica?

Cuadro N° 7: Recursos didácticos tradicionales permiten desarrollar aprendizajes lógicos – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	4	0.40	40%
Pocas Veces	6	0.60	60%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

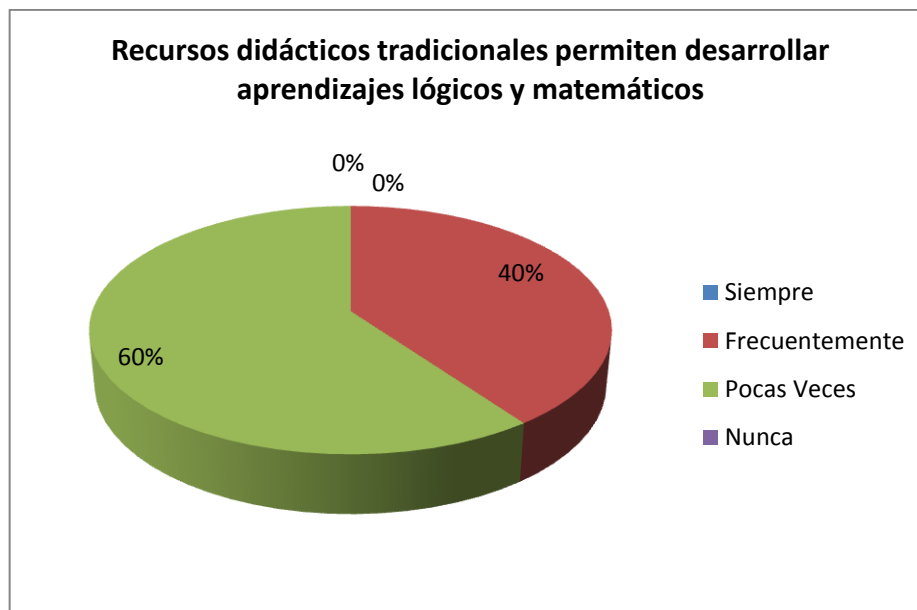


Gráfico N° 5: Pregunta N° 2 – Encuesta a Docentes
 Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

A un 40% de profesores la aplicación de recursos didácticos tradicionales frecuentemente les permite desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en el estudio de la Geometría Analítica, mientras que al 60% pocas veces.

Según los resultados obtenidos se deduce que al 60% de maestros los recursos tradicionales de enseñanza en la Geometría Analítica, al permitirles pocas veces desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos no motiva al estudiante, lo que conduce a investigar nuevos recursos a aplicar en la construcción del conocimiento de la Geometría Analítica.

3. ¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?

Cuadro N° 8: Estudiantes motivados cuando se utiliza recursos innovadores –
Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0.60	60%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	1	0.10	10%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya I.

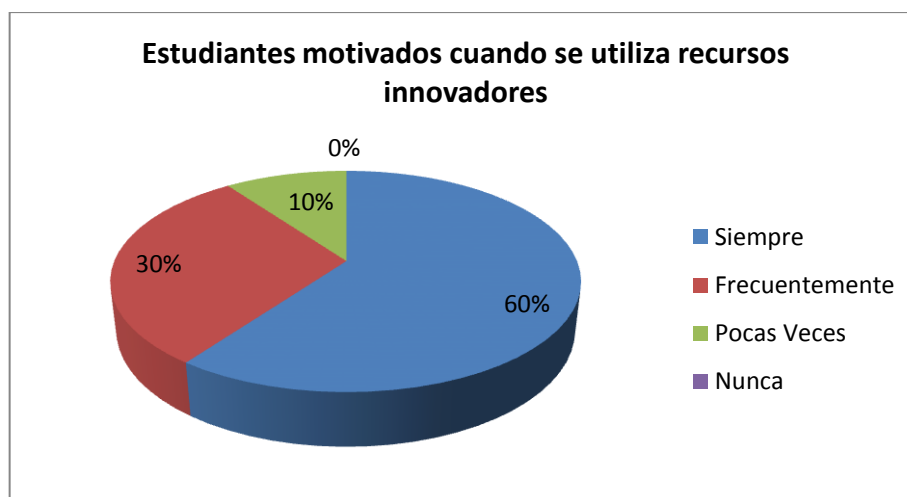


Gráfico N° 6: Pregunta N°3 – Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya I.

Análisis e interpretación

El 60% de los maestros encuestados siempre encuentran que sus estudiantes están motivados cuando se utilizan recursos innovadores en la enseñanza de la Geometría Analítica, el 30% encuentra que frecuentemente lo están mientras que para el 10% pocas veces se encuentran motivados.

Al observar los resultados se determina que siempre es motivante para los estudiantes cuando el maestro utiliza estrategias diferentes en el proceso

enseñanza aprendizaje ya que le permite desarrollar capacidades especiales como atención e interés, es decir le agrada la Geometría Analítica.

4. ¿Le gustaría desarrollar en sus estudiantes habilidades de comunicación, atención y comprensión aplicando recursos tecnológicos?

Cuadro N° 9: Desarrollo de habilidades de comunicación, atención y comprensión

– Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	9	0.90	90%
Frecuentemente	1	0.10	10%
Pocas Veces	0	0	0%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

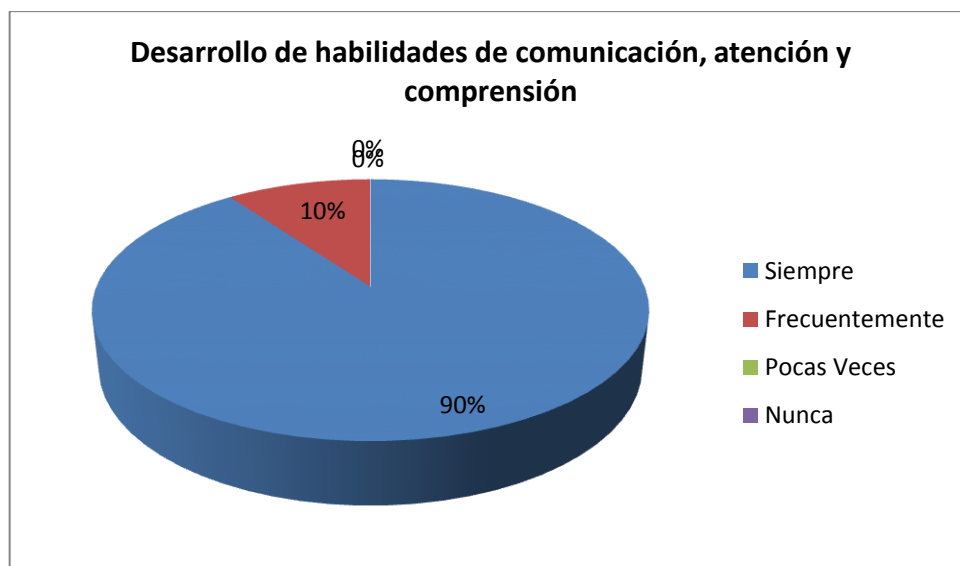


Gráfico N° 7: Pregunta N° 4 – Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

Según el cuadro 9 y gráfico 7 tenemos que al 90% siempre le gustaría desarrollar habilidades de comunicación, atención y comunicación y por otro lado al 10% frecuentemente le gustaría desarrollar estas habilidades.

El 90% de maestros están predispuestos en cambiar los paradigmas tradicionales para obtener resultados positivos en las actividades educativas que emprenden, los maestros siempre están buscando nuevos mecanismos, estrategias, caminos que los lleven a terminar con éxito el proceso enseñanza aprendizaje.

5. ¿Al utilizar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje cree que se fomenta una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento?

Cuadro N° 10: Actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0.60	60%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	1	0.10	10%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

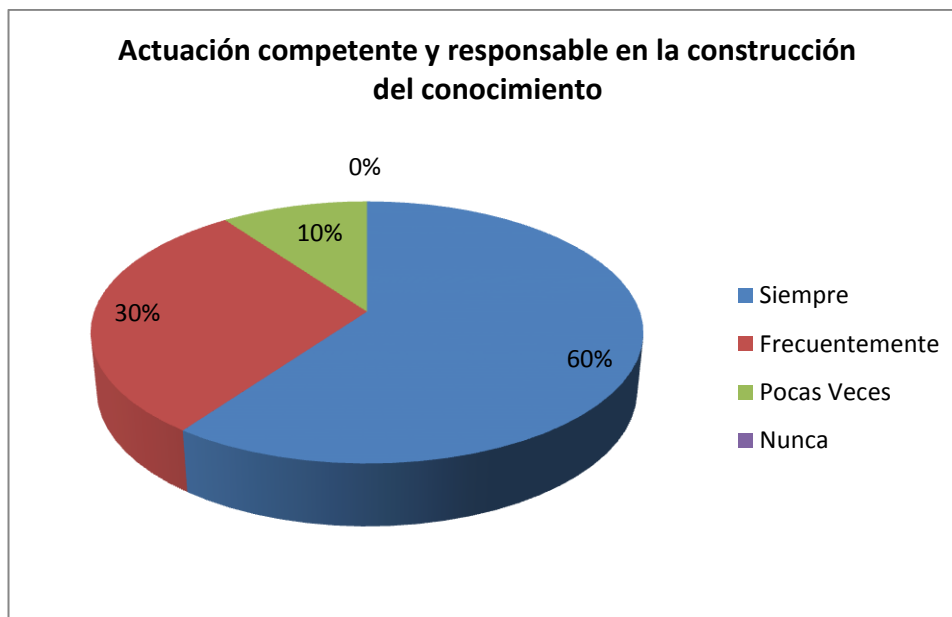


Gráfico N° 8: Pregunta N°5 – Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 60% de los encuestados considera que usar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica siempre fomenta en el estudiante una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento, el 30% frecuentemente lo considera y apenas el 10% cree que pocas veces, según datos obtenidos en la cuadro 10 y gráfico 8.

Se concluye que el 90% de los encuestados consideran que de alguna manera la utilización de recursos didácticos siempre favorecerán la formación de los estudiantes, ya que su aplicación en la construcción del conocimiento cultiva valores de compañerismo, respeto, colaboración, responsabilidad, valores que fortalecen la personalidad y permiten mantener buena relación con el medio que nos rodea, necesarias para la convivencia.

6. ¿Sus estudiantes explican y relacionan conceptos formando proposiciones lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?

Cuadro N° 11: Explican y relacionan conceptos formando proposiciones –
Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	7	0.70	70%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

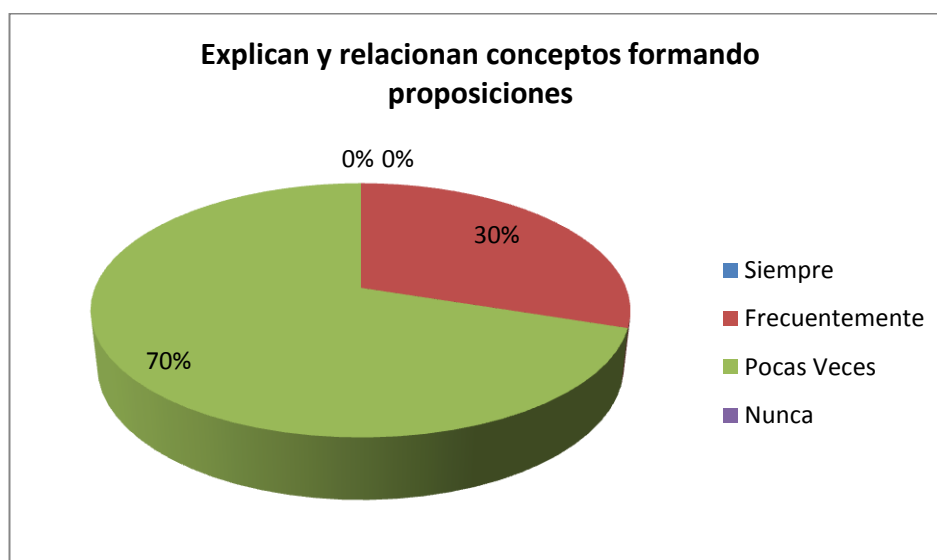


Gráfico N° 9: Pregunta N° 6 - Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El análisis los datos del cuadro 11 y gráfico 9, evidencia que el 30% de los maestros consideran que frecuentemente sus estudiantes explican y relacionan conceptos formando proposiciones, probando que el aprendizaje es significativo, mientras que para el 70% pocas veces.

La Geometría Analítica es una asignatura que requiere de razonamiento lógico, creatividad, reflexión, análisis, argumentación, demostración; es decir del pensamiento lógico y crítico, este es el motivo que para el estudiante se convierta en una materia un poco compleja, y demanda esfuerzo para su comprensión.

7. ¿Sus estudiantes conceptualizan y representan ideas, adquiriendo aprendizajes significativos con los nuevos conocimientos?

Cuadro N° 12: Conceptualizan y representan ideas con los nuevos conocimientos.

Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	1	0.10	10%
Frecuentemente	4	0.40	40%
Pocas Veces	5	0.50	50%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

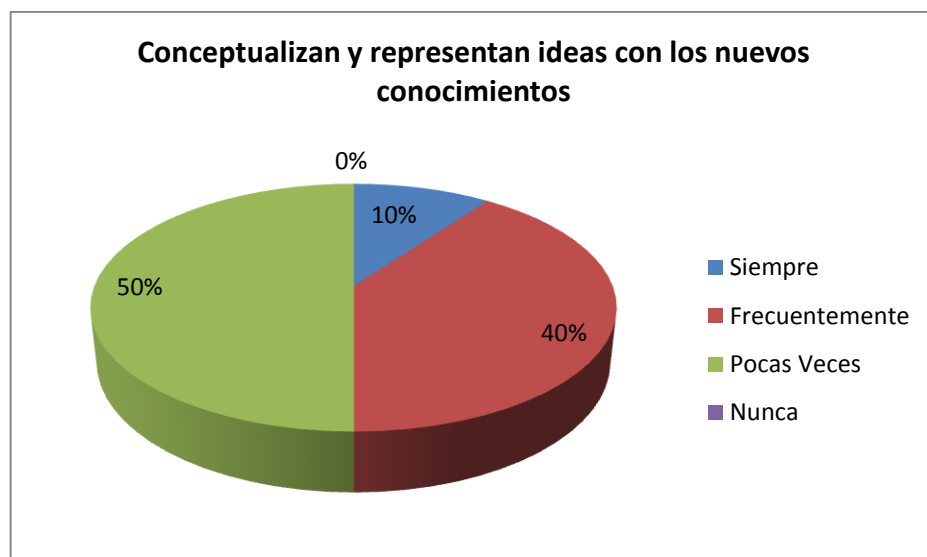


Gráfico N° 10: Preguntan N° 7 - Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 10% de los maestros consideran que siempre sus estudiantes conceptualizan y representan ideas con los nuevos conocimientos, el 40 % frecuentemente y el 50% pocas veces, según datos del cuadro 12 y gráfico 10.

De los resultados encontrados se infiere que el único afán del maestro es que sus estudiantes adquieran aprendizajes significativos, es decir, que el conocimiento sea aplicable, para alcanzar la calidad de la educación, razón que motiva a buscar alternativas nuevas para llegar al estudiante con el conocimiento.

8. ¿Sus estudiantes están en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?

Cuadro N° 13: Interpreta y resuelve problemas – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	7	0.70	70%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

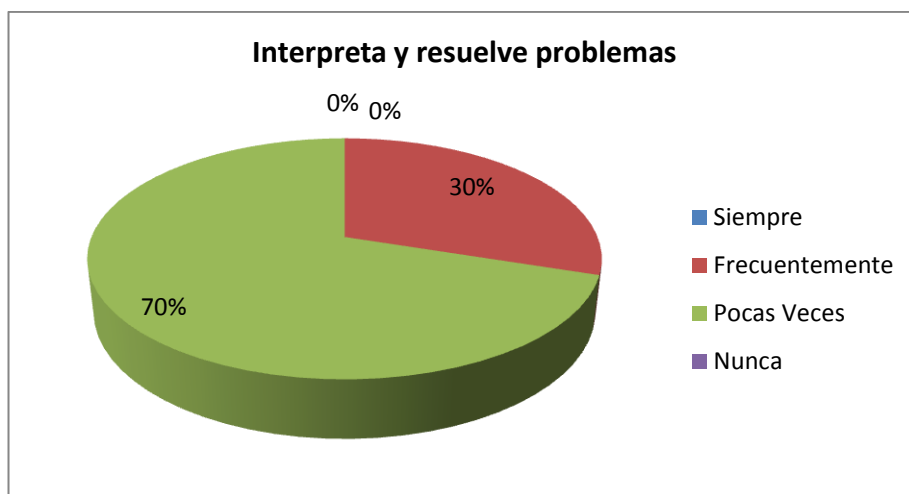


Gráfico N° 11: Pregunta N° 8 - Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El análisis los datos del cuadro 13 y gráfico 11, evidencia que el 30% de maestros considera que sus estudiantes siempre están en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos, determinando que el aprendizaje es significativo; el 70% pocas veces.

De los datos analizados el 70% de maestros concluye que pocas veces se logra que el conocimiento sea significativo para el estudiante pudiendo aplicarlo en la interpretación y resolución de problemas, lo que motiva a elevar la capacidad de análisis y síntesis, teniendo en cuenta que hoy en día la rapidez de acceso a la información está a la par con la rapidez de olvido de la misma.

9. ¿Considera usted que los estudiantes al adquirir aprendizajes significativos de la Geometría Analítica, les permitirá una mejor comprensión y aplicación en la vida real?

Cuadro N° 14: La adquisición de aprendizajes significativos permite la comprensión de la realidad – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0.60	60%
Frecuentemente	2	0.20	20%
Pocas Veces	2	0.20	20%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

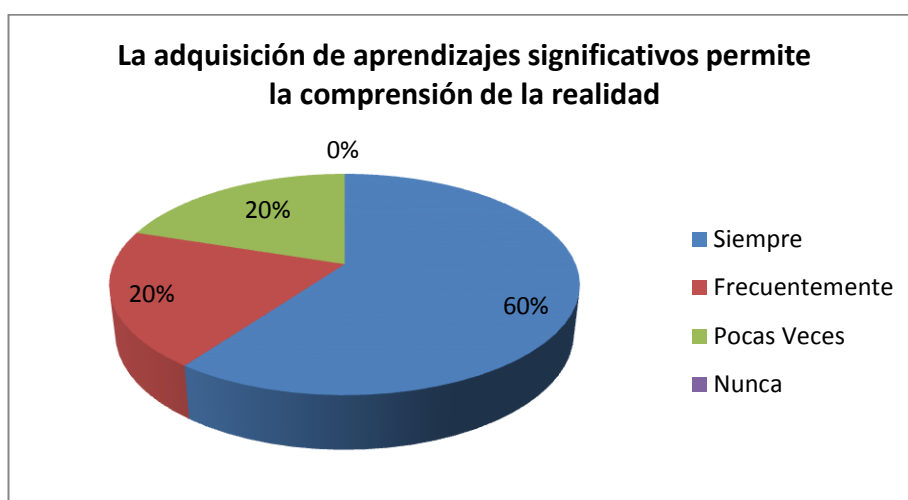


Gráfico N° 12: Pregunta N° 9 - Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 60% de maestros encuestados consideran que los estudiantes al adquirir aprendizajes significativos, siempre les permitirá una mejor comprensión y aplicación en la vida real, el 20% frecuentemente y un 20% pocas veces, según datos del cuadro 14 y gráfico 12.

De los resultados analizados en la encuesta realizada a los maestros, se detecta que el 60% consideran que el aprendizaje significativo nos convierte en entes

activos, capaces de asumir los retos que se nos presente y discernir para la toma de decisiones.

10. ¿El aprendizaje significativo de la Geometría Analítica mejorará con la utilización de problemas de la realidad?

Cuadro N° 15: El aprendizaje significativo mejora con la utilización de problemas de la realidad – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	8	0.80	80%
Frecuentemente	1	0.10	10%
Pocas Veces	1	0.10	10%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

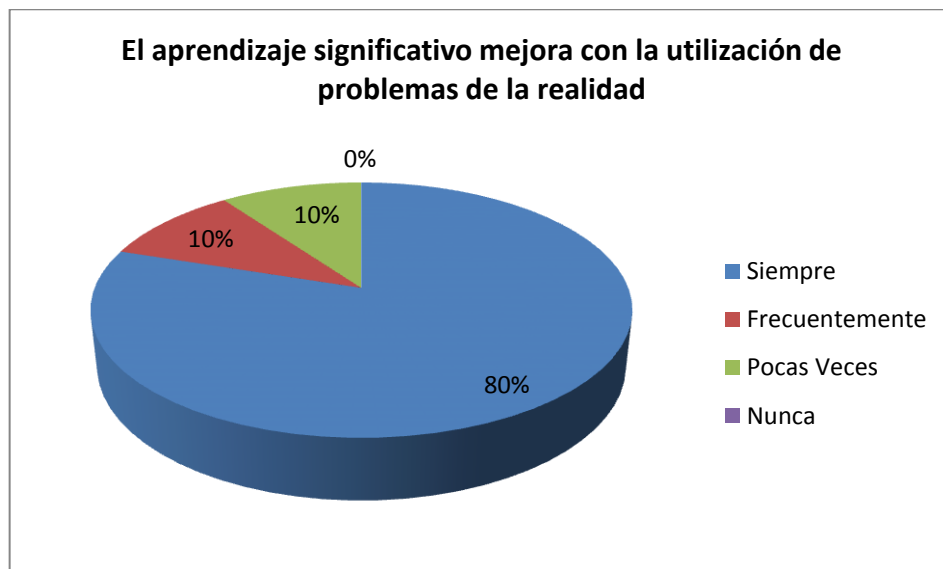


Gráfico N°13: Preguntas N° 10 - Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El análisis del cuadro 15 y gráfico 13, deduce que el 80% de maestros encuestados considera que el aprendizaje significativo siempre mejorará con la utilización de problemas de la realidad; el 10% frecuentemente mientras que el otro 10% pocas veces.

De los datos analizados se concluye que el 80% de los maestros considera que para un aprendizaje significativo de la Geometría Analítica es importante la interpretación de problemas de la realidad en la construcción del conocimiento para retornar a la aplicación en esa realidad.

Pregunta adicional: La elaboración de un texto sobre la Geometría Analítica, a través de modelos con aplicaciones tecnológicas, aportará positivamente al aprendizaje significativo

Cuadro N° 16: La elaboración de un texto con modelos y aplicaciones tecnológicas aporta al aprendizaje significativo – Encuesta Docentes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	10	1.00	100%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	0	0	0%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

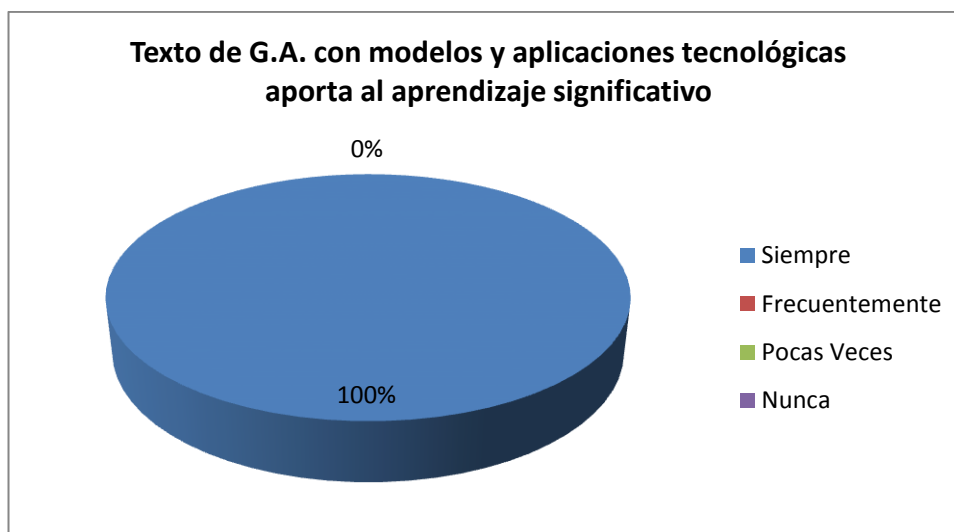


Gráfico N° 14: Pregunta Adicional - Encuesta a Docentes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 100% de maestros encuestados siempre considera que la elaboración de un texto sobre Geometría Analítica, a través de modelos con aplicaciones tecnológicas, aportará positivamente al aprendizaje significativo, según datos del cuadro 16 y gráfico 14.

Las actividades que presente un libro de texto, permiten que el estudiante aprenda en forma memorística y repetitiva (aprendizaje tradicional) o aprenda en forma autónoma únicamente necesitando la directrices generales de sus maestros, además, definen la teoría pedagógica con la cual se trabaja, si se presentan actividades que conduzcan al estudiante a construir su propio conocimiento, será más probable que consiga un aprendizaje significativo y logre un autoaprendizaje, según lo que manifiesta la teoría Constructivista. De acuerdo a los resultados se puede inferir que es necesario estructurar textos con actividades que incluyan innovación tecnológica, que permitan el autoaprendizaje de los estudiantes, la verificación de resultados obtenidos manualmente o en la pizarra y la toma de decisiones, aspectos que motivan al estudiante el gusto por aprender la Geometría Analítica.

A.- ENCUESTA ADICIONAL DIRIGIDA A LOS DOCENTES Y RELACIONADA A LOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.- ¿Utiliza algún software para realizar los dibujos geométricos en el proceso enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica?

Cuadro N° 17: Utiliza algún software para la enseñanza de la G. Analítica

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	1	0,10	10%
Pocas Veces	2	0,20	20%
Nunca	7	0,70	70%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

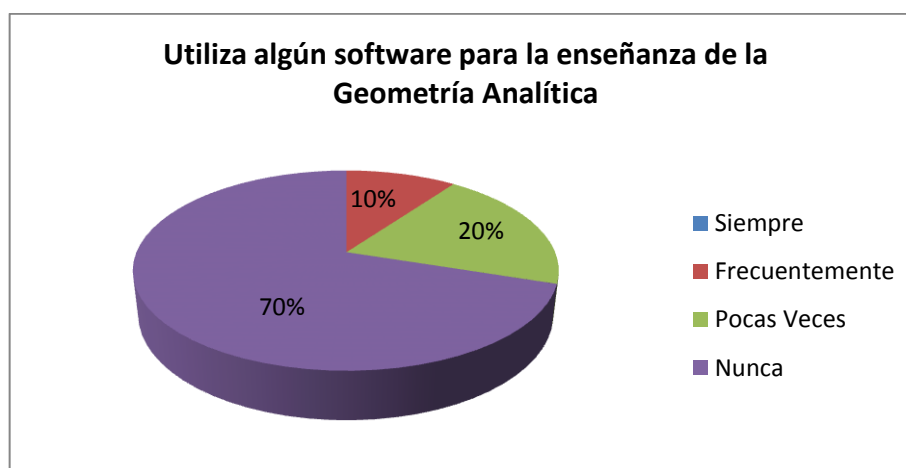


Gráfico N° 15: Uso de algún software - Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 10% de maestros encuestados utiliza frecuentemente algún software para realizar los dibujos geométricos en la enseñanza de la Geometría Analítica, el 20% pocas veces y un 70% nunca lo hace, según datos del cuadro 17 y gráfico 15.

De los resultados analizados en la encuesta realizada a los maestros, se detecta que el 70% no utilizan algún software en la enseñanza de la Geometría Analítica que les ayude a realizar gráficos geométricos, la necesidad de que el docente se actualice constantemente en los nuevos recursos tecnológicos es evidente, considerando que el estudiante cada día explora en este sentido tanto por el acceso que tiene a la información como por las destrezas tecnológicas que ha desarrollado desde la educación básica.

2.- ¿Utiliza el software GeoGebra para la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica?

Cuadro N° 18: Utiliza el software Geogebra para la enseñanza

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	2	0,20	20%
Pocas Veces	2	0,20	20%
Nunca	6	0,60	60%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

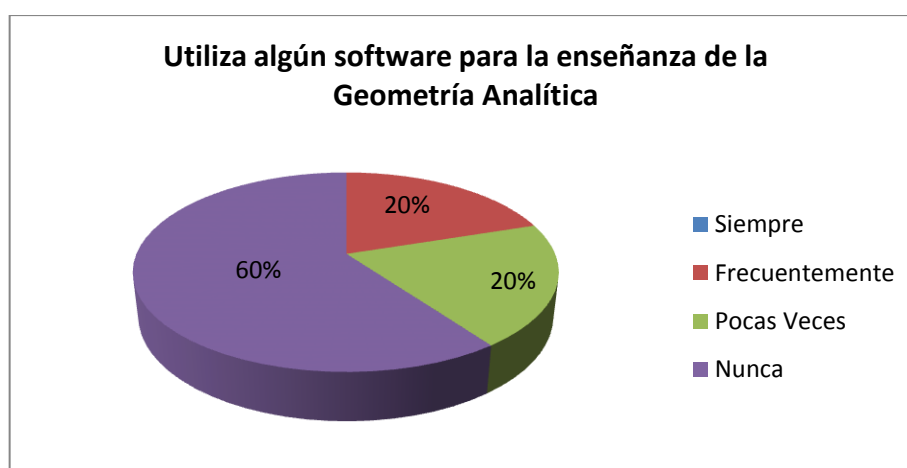


Gráfico N° 16: Uso del Geogebra - Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 20% de maestros encuestados utiliza frecuentemente el software Geogebra en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 20% pocas veces, mientras que el 60% nunca lo hace, según datos del cuadro 18 y gráfico 16.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se concluye que el 60% de ellos no utiliza el software Geogebra como un recurso didáctico para la enseñanza de la materia por ello desconoce las bondades que ofrece este software para la geometría, permite tratar los contenidos de la Geometría Analítica de manera interactiva ya que puede manipular los gráficos en su construcción, no se necesita de profundos conocimientos informáticos, es un software de libre distribución y se puede trabajar en el aula con la ayuda del proyector o en el laboratorio informático de manera individualizada; en la institución constituye un recurso desperdiciado ya que el estudiante si conoce este y otros programas en la asignatura de programación que se imparte en la especialidad adosada al bachillerato.

3.- ¿Utiliza presentaciones Power Point para explicar la clase, hacerla más dinámica y motivadora?

Cuadro N° 19: Utiliza presentaciones Power Point para la enseñanza

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	4	0,40	40%
Nunca	6	0,60	60%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

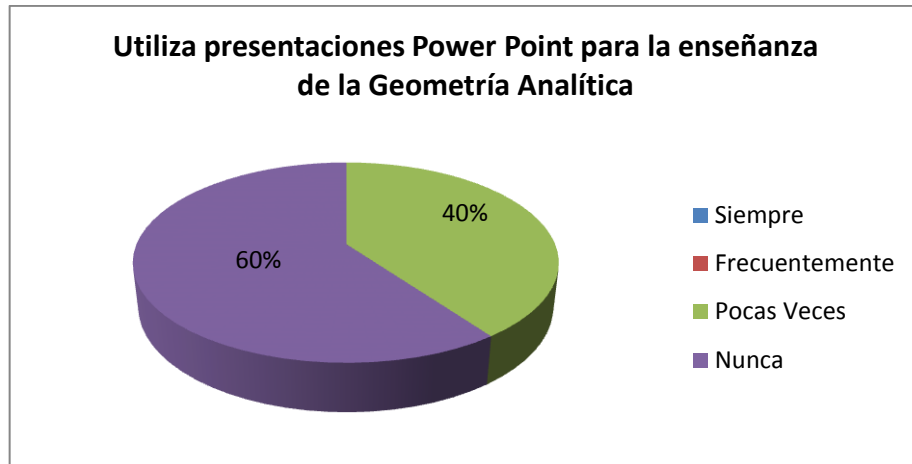


Gráfico N° 17: Uso de presentaciones Power Point
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 40% de maestros encuestados utiliza pocas veces presentaciones en Power Point en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 60% nunca lo hace, según datos del cuadro 19 y gráfico 17.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 60% no utiliza presentaciones Power Point para explicar la clase y hacerla más dinámica y motivadora; considerando que la institución ha dotado en cada aula de un proyector sin embargo este es un recurso no utilizado por el docente en la enseñanza de la Geometría Analítica para proyectar diapositivas que ayudan a la comprensión de la materia.

4.- ¿Realiza talleres de aprendizaje cooperativo para reforzar los contenidos de la Geometría Analítica?

Cuadro N° 20: Realiza talleres de aprendizaje cooperativo

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	2	0,20	20%
Frecuentemente	2	0,20	20%
Pocas Veces	4	0,40	40%
Nunca	2	0,20	20%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

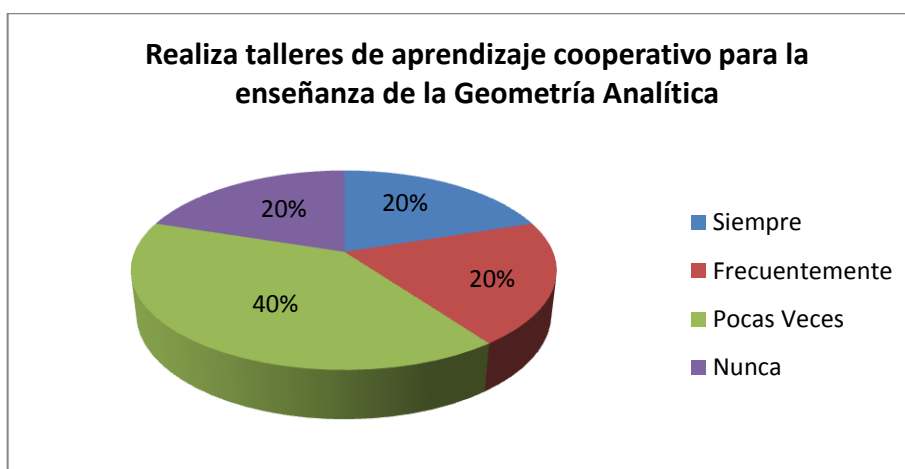


Gráfico N° 18: Realiza talleres de aprendizaje cooperativo

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 20% de maestros encuestados siempre realiza talleres de trabajo cooperativo para reforzar los contenidos en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 20% frecuentemente; mientras que el 40% pocas veces y el 20% nunca lo realiza, según datos del cuadro 20 y gráfico 18.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 40% pocas veces realiza talleres de aprendizaje cooperativo, siendo este un recurso que ayuda a reforzar los contenidos de la Geometría Analítica como también a desarrollar otras competencias y valores ya que el estudiante debe interactuar y tomar decisiones, mientras que al maestro le permite monitorear las dificultades que presentan y dar una solución oportuna.

5.- ¿Utiliza las TICs como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica?

Cuadro N° 21: Utiliza las TICs para la enseñanza

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	8	0,80	80%
Nunca	2	0,20	20%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

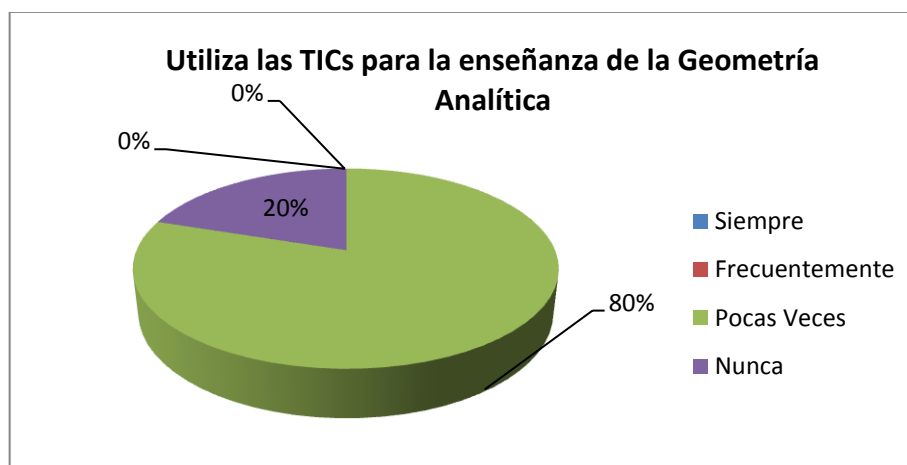


Gráfico N° 19: Utiliza las TICs para la enseñanza

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 80% de maestros encuestados pocas veces utiliza las TICs como recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 20% nunca las utiliza, según datos del cuadro 21 y gráfico 19.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 80% utiliza las TICs pocas veces como un recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica, aunque el docente conoce que estos recursos pueden contribuir al desarrollo de capacidades cognitivas (como el

razonamiento, la resolución de problemas, la capacidad de aprender a aprender) pero nunca en ausencia del esfuerzo personal pues favorecen la colaboración, la motivación, el interés y la actitud de búsqueda e investigación.

6.- ¿Utiliza el dibujo técnico para la construcción de figuras geométricas en la clase de Geometría Analítica?

Cuadro N° 22: Utiliza el dibujo técnico

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	2	0,20	20%
Frecuentemente	4	0,40	40%
Pocas Veces	3	0,30	30%
Nunca	1	0,10	10%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

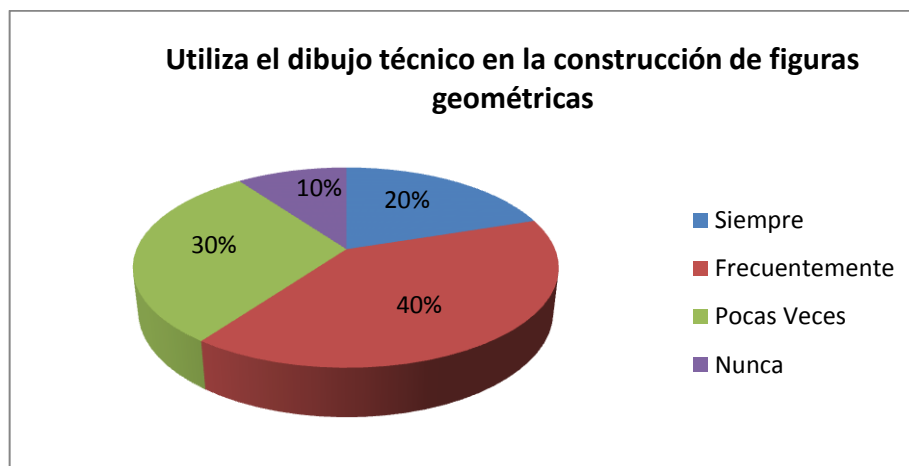


Gráfico N° 20: Utiliza el dibujo técnico

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 20% de maestros encuestados siempre utiliza el dibujo técnico para la construcción de figuras geométricas en la enseñanza aprendizaje de la Geometría

Analítica; el 40% frecuentemente, el 30% pocas veces mientras que el 10% nunca lo utiliza, según datos del cuadro 22 y gráfico 20.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 40% utiliza frecuentemente y el 20% siempre, el dibujo técnico para la construcción de figuras geométricas como un recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica, ya que el lápiz, la regla y el compás ayudan a materializar las ideas geométricas, estas construcciones permiten comprender mejor las propiedades geométricas, llevan a establecer relaciones lógicas entre las figuras y favorecen al razonamiento lógico.

7.- ¿Realiza ensayos sobre la materia presentada en la clase de Geometría Analítica?

Cuadro N° 23: Realiza ensayos sobre Geometría Analítica

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	2	0,20	20%
Frecuentemente	2	0,20	20%
Pocas Veces	6	0,60	60%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

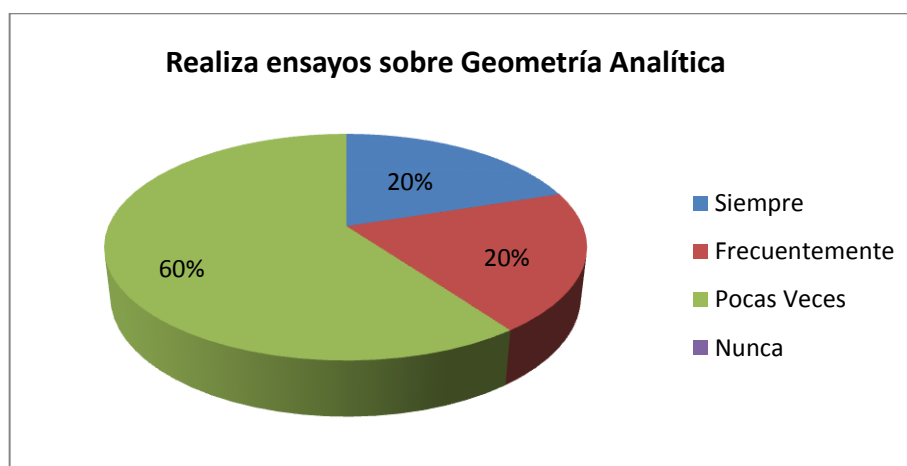


Gráfico N° 21: Realiza ensayos sobre Geometría Analítica

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 20% de maestros encuestados siempre realiza ensayos de la materia presentada en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 20% frecuentemente y el 60% pocas veces lo realiza, según datos del cuadro 23 y gráfico 21.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 60% pocas veces realiza con sus estudiantes ensayos sobre los diferentes aspectos que se tratan en la Geometría Analítica, de esta manera se deja de lado el desarrollo de habilidades y competencias necesarias en el estudiante, puesto que en un ensayo se recuerda todo lo aprendido en un determinado tema, conduce a la investigación, al análisis de fuentes, a la síntesis en las propias palabras, a la aportación personal cuando expresa sus opiniones, reflexiones, críticas, comentarios y propuestas.

8.- ¿En las clases de Geometría Analítica solamente utiliza la pizarra y la tiza líquida?

Cuadro Nº 24: Utiliza solamente el pizarrón en la enseñanza

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0,60	60%
Frecuentemente	2	0,20	20%
Pocas Veces	2	0,20	20%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma



Gráfico N° 22: Utiliza solamente el pizarrón
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 60% de maestros encuestados siempre utiliza solamente la pizarra y la tiza líquida en la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica; el 20% frecuentemente y el 20% pocas veces lo utiliza, según datos del cuadro 24 y gráfico 22.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 60% y el 20% siempre y frecuentemente, respectivamente, utilizan solamente la pizarra en las clases de Geometría Analítica, este es el recurso didáctico más antiguo y no por ello el menos útil, toda aula de clase siempre está dotado de un pizarrón requiere únicamente de un borrador y tiza pero sobre todo de un docente que lo maneje con habilidad pues requiere planificar la exposición para sintetizar el tema, demostrar, explicar, realizar esquemas, notas, gráficos, puede combinarse con otros recursos; por el contrario el maestro puede usarlo sin cuidado y creatividad convirtiéndolo en un recurso sin importancia, puede resultar confuso para el estudiante si está saturado de información ya que no se puede mantener permanentemente la información en ella.

9.- ¿Utiliza o tiene un portafolio del profesor y de estudiante, y/o un diario de notas y reflexiones de la materia de Geometría Analítica?

Cuadro N° 25: Utiliza portafolio y/o diario de notas

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	2	0,20	20%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	6	0,60	60%
Nunca	2	0,20	20%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

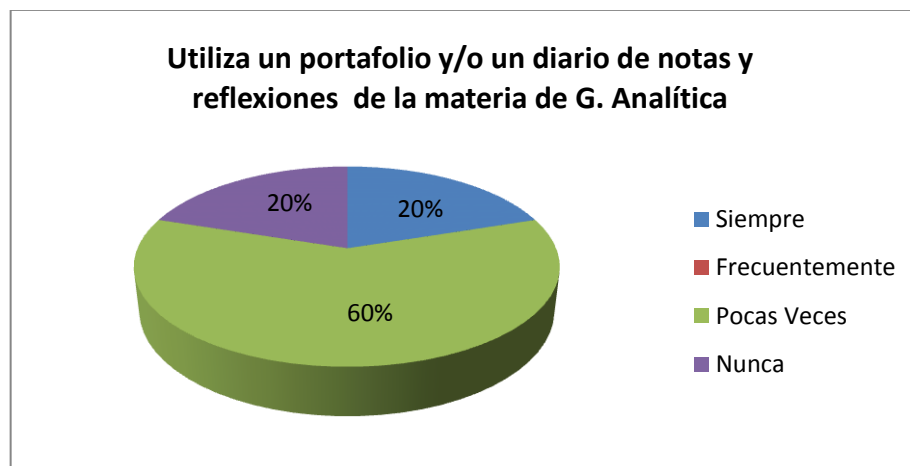


Gráfico N° 23: Utiliza portafolio y/o diario de notas

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 20% de maestros encuestados siempre utiliza un portafolio del profesor y estudiante, y/o un diario de notas y reflexiones de la materia de la Geometría Analítica; el 60% pocas veces y el 20% nunca lo utiliza, según datos del cuadro 25 y gráfico 23.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que el 60% de los maestros de la institución pocas veces utilizan el portafolio y/o el

diario de notas y reflexiones como un recurso que muestra los esfuerzos, progresos y logros de los estudiantes en la materia a lo largo del tiempo que dure su tratamiento, promueve un proceso reflexivo de aprendizaje y una nueva manera de evaluar y autoevaluarse. Estos nuevos recursos didácticos que documentan el aprendizaje también pueden ser llevados de manera digital o en línea con la utilización de blogs.

10.- ¿En cada trabajo, prueba y examen el profesor elabora una rúbrica para la evaluación de cada una de éstas actividades?

Cuadro N° 26: Utiliza rúbricas

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	0	0	0%
Nunca	10	1,00	100%
Total	10	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

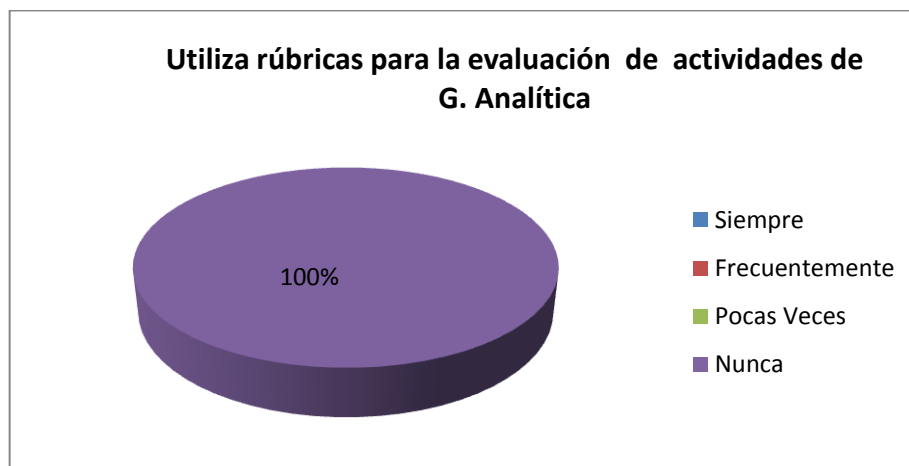


Gráfico N° 24: Utiliza rúbricas

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 100% de maestros encuestados nunca utiliza una rúbrica para la evaluación de cada trabajo, prueba y examen de la materia de Geometría Analítica; según datos del cuadro 26 y gráfico 24.

De los resultados analizados en la encuesta a los maestros, se evidencia que la totalidad de ellos nunca crea una rúbrica para evaluar, la misma que se entrega a los estudiantes antes de iniciar una actividad para conocer los criterios sobre los cuales será evaluado, lo que indica que los docentes desconocen su utilización, esta matriz de valoración del desempeño de los estudiantes en un trabajo, prueba o examen es nuevo recurso que al ser una guía favorece el proceso de enseñanza aprendizaje y el de evaluación porque permite objetivizar cualquier actividad restándole el componente de la subjetividad.

4.2. ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES

1. ¿Tú maestro de Geometría Analítica en sus clases utiliza recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos

Cuadro N° 27: Recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	5	0,0714	7,14%
Frecuentemente	12	0,1714	17,14%
Pocas Veces	21	0,3000	30%
Nunca	32	0,4572	45,72%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

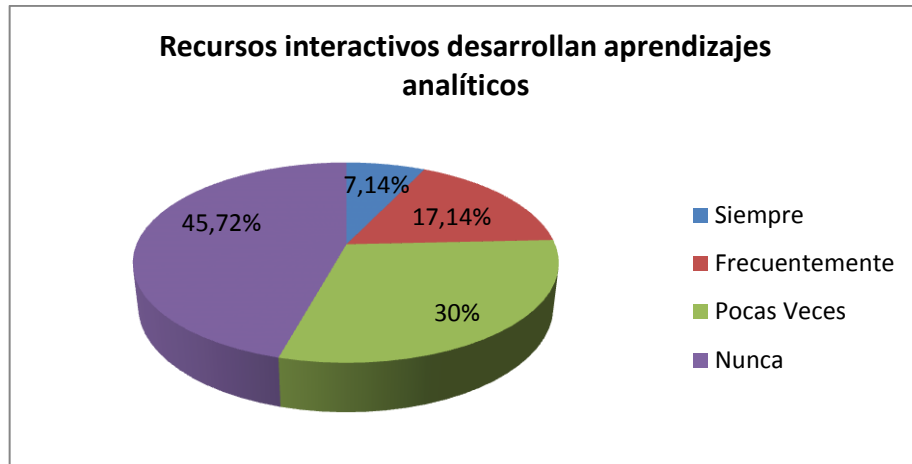


Gráfico N° 25: Pregunta N° 1 - Encuesta a Estudiantes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

Aplicada la encuesta a 70 estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel se encuentra que el 7,14% de estudiantes encuestados considera que su maestro de Geometría Analítica siempre utiliza en sus clases recursos interactivos; 17,14% frecuentemente; 30% pocas veces y 45,72% nunca utilizan, según se observa en el cuadro 27 y gráfico 25.

En los resultados encontrados se aprecia que el maestro de Geometría Analítica por lo general en sus clases no utiliza recursos interactivos por ejemplo a través del ordenador como una forma activa para presentar el tema, una razón para que los estudiantes no se sientan motivados hacia la materia más aún si la institución ha dotado en cada aula de un proyector, desperdiciándose de esta manera el uso de los recursos técnicos disponibles.

2. ¿Tu maestro en sus clases organiza actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos?

Cuadro N° 28: Actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	0	0	0%
Pocas Veces	24	0,3429	34,29%
Nunca	46	0,6571	65,71%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

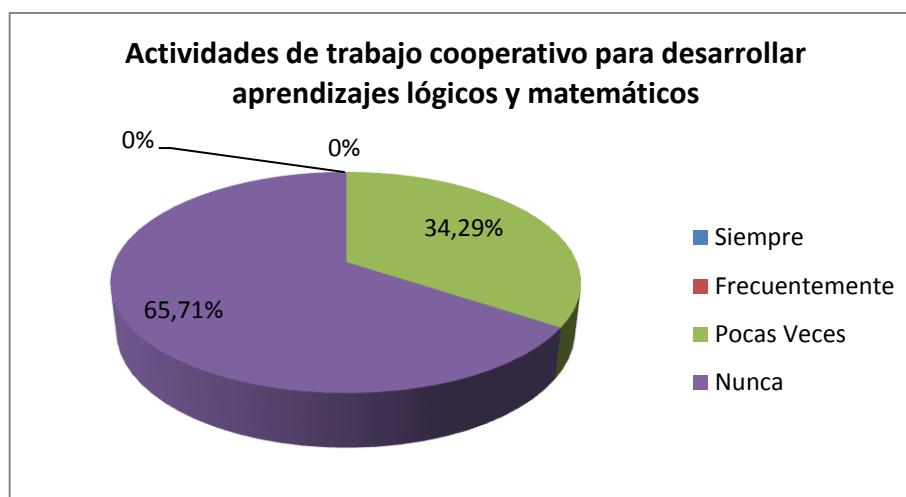


Gráfico N° 26: Pregunta N° 2 - Encuesta a Estudiantes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

En el cuadro 28 y gráfico 26 se observa que el 34,29% de los estudiantes consideran que pocas veces el maestro organiza actividades de trabajo cooperativo que permita desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos; el 65,71% nunca.

De los datos se concluye que para un alto porcentaje de estudiantes, sus maestros no propician espacios para la puesta en común de su experiencia cognitiva en pos de construir nuevos conocimientos.

3. ¿Te sientes motivado cuando tu maestro utiliza recursos innovadores para adquirir nuevos conocimientos?

Cuadro N° 29: Recursos innovadores motiva a recibir nuevos conocimientos – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	40	0,5714	57,14%
Frecuentemente	30	0,4286	42,86%
Pocas Veces	0	0	0%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

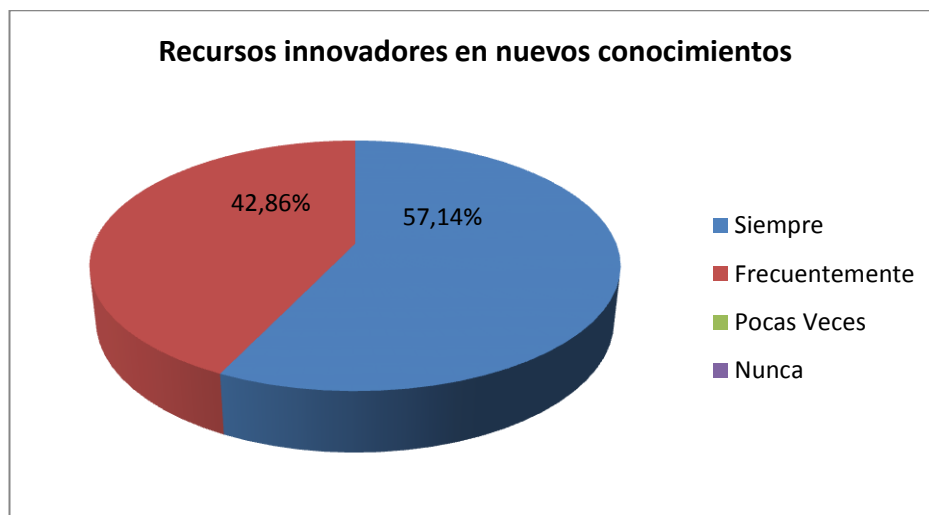


Gráfico N° 27: Pregunta N° 3 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 57,14% de los estudiantes manifiesta que siempre se sienten motivados cuando sus maestros utilizan recursos innovadores para adquirir nuevos conocimientos; mientras que el 42,86% frecuentemente.

De los datos obtenidos se puede inferir que el 57,14% de los estudiantes sienten la necesidad de que el maestro utilice recursos adecuados cuando se está impartiendo conocimientos nuevos, sin embargo también es fundamental que el estudiante sienta la necesidad de aprender, que muestren interés, el esfuerzo debe ser mutuo, maestro y estudiantes.

4. ¿Crees que pondrías más atención para comprender mejor los aprendizajes a través de elementos multimedia (simuladores, emuladores, gráficos, videos)?

Cuadro N° 30: Atención y comprensión a través de recursos multimedia – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	32	0,4571	45,71%
Frecuentemente	34	0,4857	48,57%
Pocas Veces	4	0,0572	5,72%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

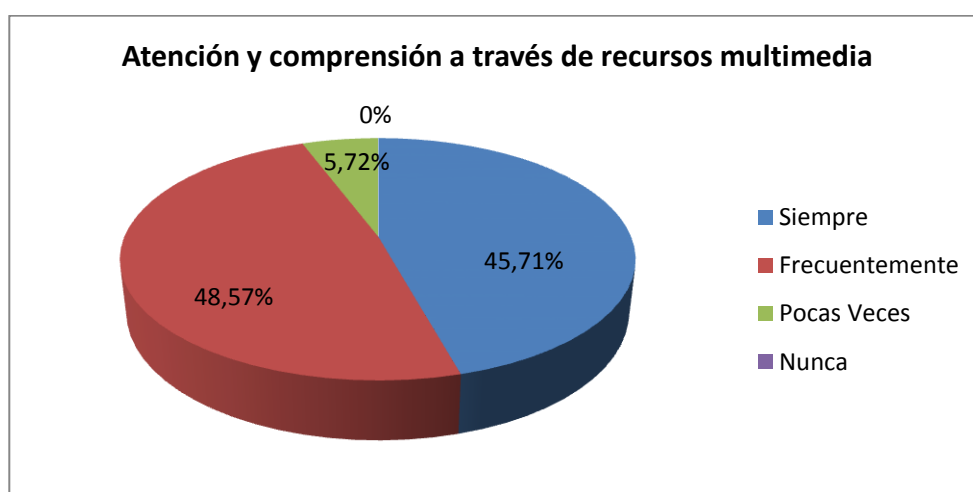


Gráfico N° 28: Pregunta N° 4 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

En la cuadro 30 y gráfico 28 se observa que el 45,71% de estudiantes opina que siempre pondría más atención para comprender mejor los aprendizajes si se utiliza recursos multimedia (animaciones, emuladores, gráficos, videos); el 48,57% frecuentemente y el 5,72% pocas veces.

Los datos permiten inferir que los estudiantes consideran que su atención en las clases de geometría analítica aumentaría y por consiguiente la comprensión de nuevos conocimientos con el uso de recursos dinámicos como lo son los recursos multimedia ya que permiten la posibilidad de evidenciar y desarrollar sus capacidades digitales puesto que actualmente es tan necesaria en todos los ámbitos la alfabetización digital, sin embargo este es un aspecto en que el maestro debe permanentemente capacitarse.

5. ¿Crees que si tu maestro utiliza recursos innovadores en sus clases desarrollarás una actuación competente, responsable favoreciendo tu formación?

Cuadro N° 31: La aplicación de recursos innovadores permite adquirir valores – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	32	0,4571	45,71%
Frecuentemente	31	0,4429	44,29%
Pocas Veces	7	0,1000	10%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

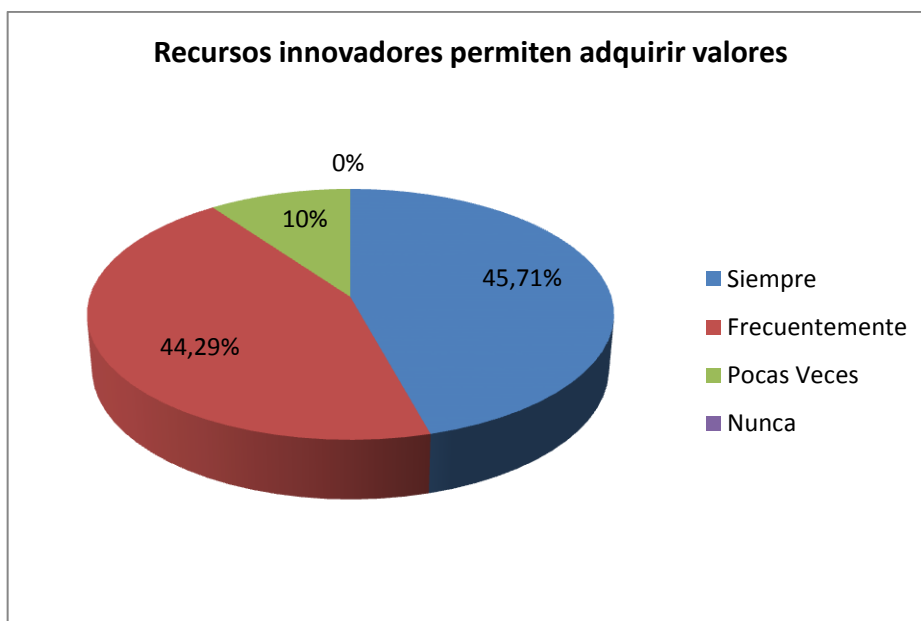


Gráfico N° 29: Pregunta N° 5 - Encuesta a Estudiantes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 45,71% de los estudiantes manifiesta que la utilización de recursos innovadores en las clases siempre favorece una actuación competente y responsable ayudando a su formación; el 44,29% si lo hace frecuentemente y el 10% pocas veces.

De los datos obtenidos se concluye que un alto porcentaje de estudiantes muestra interés en la construcción de nuevos conocimientos cuando puede interactuar, de manera competente, responsable y de acuerdo a sus inquietudes con la información presentada de tal manera que el aprendizaje se vuelve significativo.

6. ¿Consideras que tus aprendizajes son significativos cuando explicas y relacionas conceptos?

Cuadro N° 32: Los aprendizajes son significativos cuando se relaciona conceptos – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	9	0,1286	12,86%
Frecuentemente	34	0,4857	48,57%
Pocas Veces	27	0,3857	38,57%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

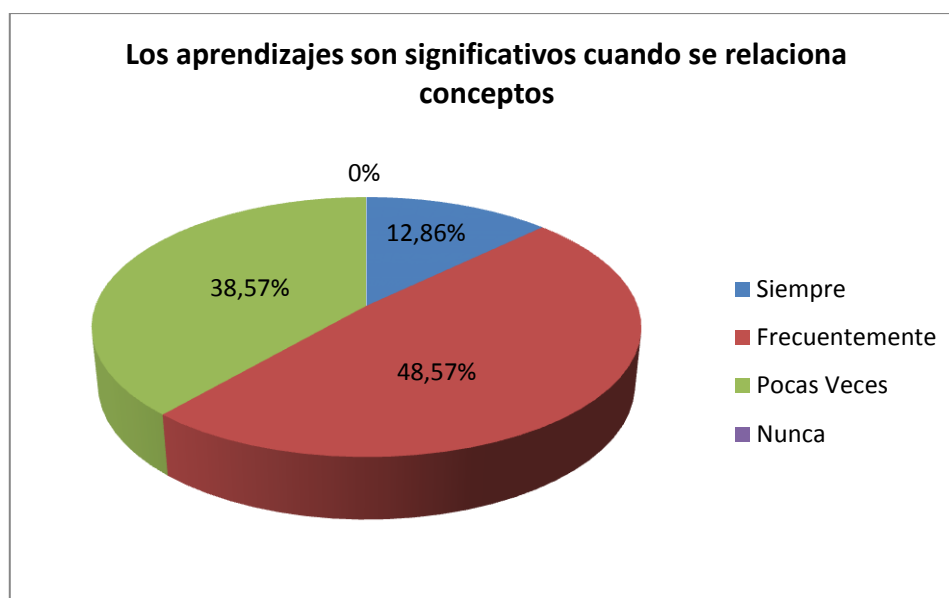


Gráfico N° 30: Pregunta N° 6 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 12.86% de estudiantes concluyen que siempre los aprendizajes son significativos cuando explica y relaciona conceptos, 48,57% frecuentemente, 38,57% pocas veces, según se aprecia en el cuadro 32 y gráfico 30.

Es evidente de los datos analizados que la mayor parte de encuestados se refiere a que los conocimientos que se pueden aplicar son aquellos aprendizajes

significativos, ya que son los que se guardan en nuestra memoria y los sacamos a flote en el momento que los requerimos para su aplicación, se puede agregar que la relación entre conceptos es fundamental, porque estos facilitan las nociones generales del nuevo conocimiento.

7. ¿Si tus aprendizajes son significativos, te es fácil conceptualizar y representar ideas?

Cuadro N° 33: Conceptualización y representación de ideas – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	9	0,1286	12,86%
Frecuentemente	34	0,4857	48,57%
Pocas Veces	27	0,3857	38,57%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

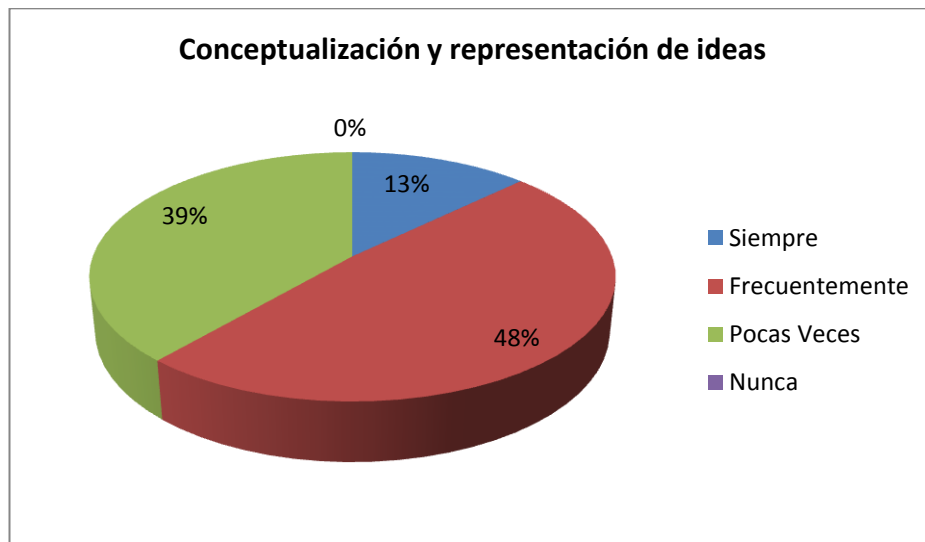


Gráfico N° 31: Pregunta N° 7 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 12,86% de estudiantes concluye que los aprendizajes significativos siempre facilitan la conceptualización y representación de ideas, 48,57% frecuentemente, 38,57% pocas veces, según se aprecia en el cuadro 33 y gráfico 31.

De los datos obtenidos se analiza que los estudiantes tienen el criterio de que cuando sus aprendizajes son significativos es más fácil conceptualizar, a más de ello el conocimiento claro permite graficar las ideas.

8. ¿Te sientes en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos como demostración de tus aprendizajes significativos?

Cuadro N° 34: Interpreta y resuelve problemas – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	2	0,0286	2,86%
Frecuentemente	29	0,4143	41,43%
Pocas Veces	38	0,5428	54,28%
Nunca	1	0,0143	1,43%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

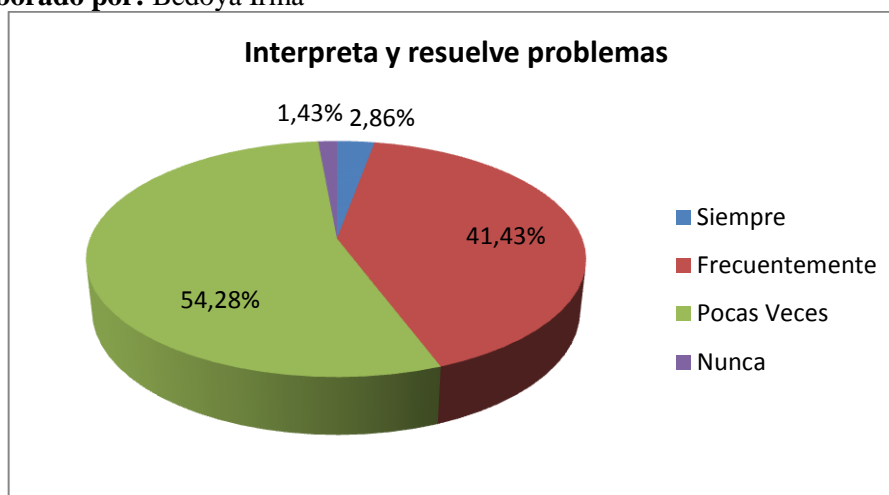


Gráfico N° 32: Pregunta N° 8 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El análisis de los datos del cuadro 34 y gráfico 32, evidencian que 2,86% de estudiantes se siente en capacidad de interpretar y resolver problemas como demostración del aprendizaje significativo; el 41,43% frecuentemente; el 54,28% pocas veces y el 1,43% nunca.

Análisis que conduce a la necesidad de buscar recursos que permitan mejorar la calidad del aprendizaje, alcanzar el desarrollo de destrezas y competencias matemáticas para poder interpretar y resolver problemas como evidencia de un aprendizaje significativo, en donde se pone de manifiesto la comprensión del conocimiento y su aplicación basada en la argumentación lógica.

9. ¿Crees que será mejor usar un texto con problemas de la realidad y aplicaciones tecnológicas, creados de manera que tú mismo puedas construir tus aprendizajes significativos, que los textos usados actualmente?

Cuadro Nº 35: Texto con problemas creados para adquirir aprendizajes significativos – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	20	0,2857	28,57%
Frecuentemente	44	0,6286	62,86%
Pocas Veces	6	0,0857	8,57%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

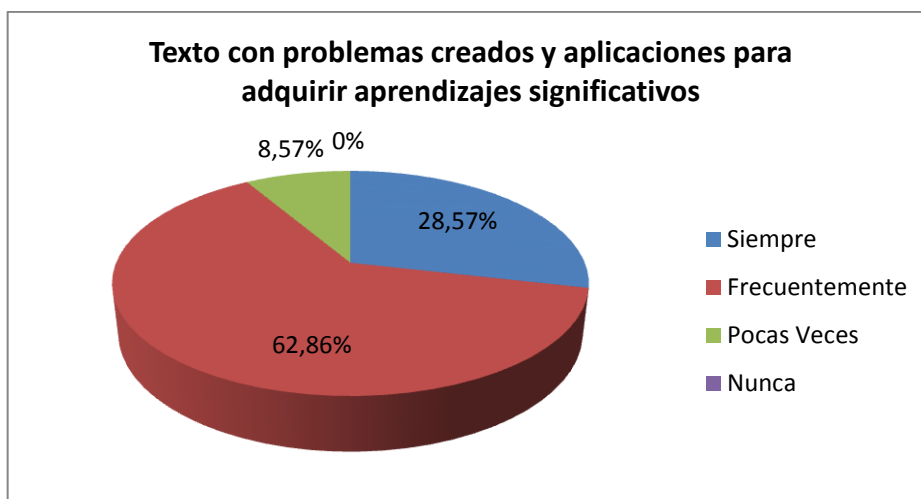


Gráfico N° 33: Pregunta N° 9 - Encuesta a Estudiantes
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 28,57% de estudiantes se manifiesta a favor de que el maestro de geometría analítica siempre utilice un texto que contenga problemas de la realidad creados con la finalidad de adquirir aprendizajes significativos; el 62,86% frecuentemente, mientras que el 8,57% pocas veces, según se aprecia en el cuadro 35 y gráfico 33.

Las actividades que presente un libro de texto, permiten que el estudiante aprenda en forma memorística y repetitiva (aprendizaje tradicional) o aprenda en forma autónoma únicamente necesitando la directrices generales de sus maestros, además, definen la teoría pedagógica con la cual se trabaja, si se presentan actividades que conduzcan al estudiante a construir su propio conocimiento, será más probable que consiga un aprendizaje significativo y logre un autoaprendizaje, según lo que manifiesta la teoría Constructivista. Los datos analizados evidencian la necesidad de estructurar un texto con problemas de la realidad y actividades que incluyan innovación tecnológica, usarlo como un recurso innovador que supere la tendencia repetitiva y mecanicista, ayudando a desarrollar la capacidad de ser autodidacta en la comprensión de la realidad cuya interpretación aporta en la construcción de aprendizajes significativos. El tener aprendizajes significativos permite afrontar los retos de la vida, siendo muy importantes las vivencias, ya

que nos permiten tomar decisiones oportunas y acertadas, y sobre todo asimilar los errores que se puedan cometer.

10. ¿Te gustaría que tu maestro(a) de geometría analítica de la institución utilice este tipo de texto en sus clases, sirviéndote de guía para resolver e interpretar problemas?

Cuadro Nº 36: Frecuencia de uso del texto creado – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	26	0,3714	37,14%
Frecuentemente	42	0,6000	60%
Pocas Veces	2	0,0286	2,86%
Nunca	0	0	0%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

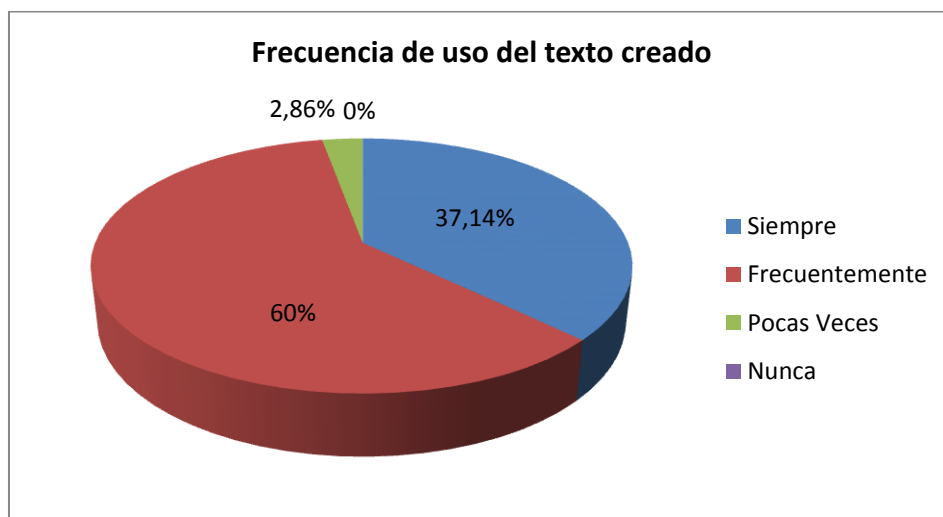


Gráfico Nº 34: Pregunta Nº 10 - Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

Al 37,14% de estudiantes le gustaría que su maestro de Geometría Analítica siempre utilice en sus clases este tipo de texto; al 60% frecuentemente y al 2,86% pocas veces, según se aprecia en el cuadro 36 y gráfico 34.

Lo que permite concluir la importancia que tiene para el estudiante en la construcción del conocimiento, el uso de recursos diseñados para permitirle el aprendizaje significativo a través de la comprensión de la realidad, su modelización, y la aplicación del conocimiento. Al mismo tiempo impone al maestro la investigación, la capacitación y la creatividad en su quehacer educativo ya que al trabajar con el material apropiado y la participación activa de los estudiantes, entonces se tiene el complemento justo para que el aprendizaje sea efectivo.

B.- ENCUESTA ADICIONAL DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES Y RELACIONADA A LOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.- ¿Logras dibujar gráficos geométricos utilizando el software GeoGebra en la asignatura de Geometría Analítica?

Cuadro N° 37: Graficas geométricas en GeoGebra – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	7	0,10	10%
Frecuentemente	18	0,2571	25,71%
Pocas Veces	30	0,4285	42,85%
Nunca	15	0,2144	21,44%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

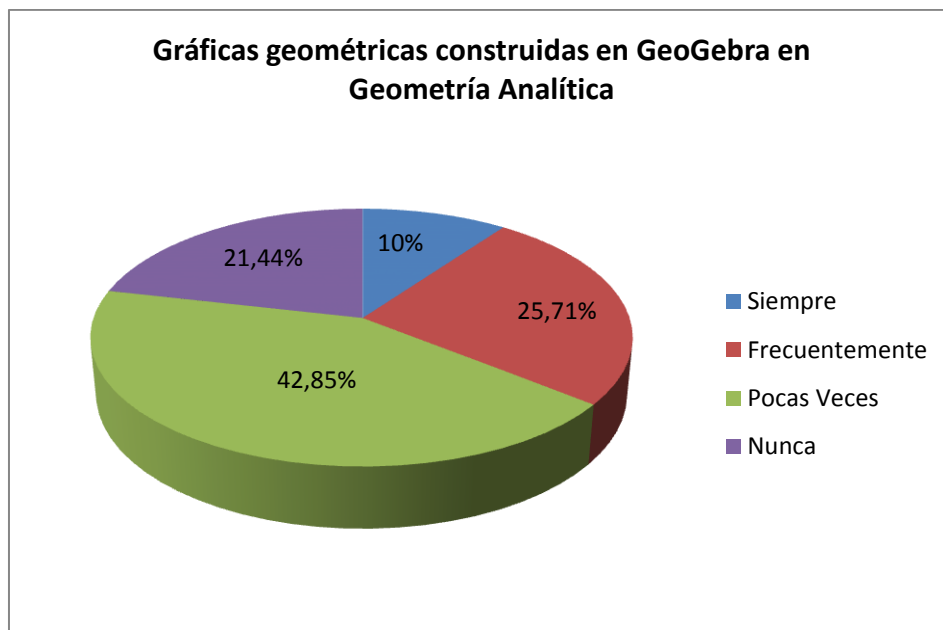


Gráfico N° 35: Graficas geométricas en GeoGebra
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 10% de estudiantes siempre logra dibujar gráficos geométricos utilizando GeoGebra en la Geometría Analítica; el 25,71% frecuentemente; el 42,85% pocas veces y el 21,44% nunca, según se aprecia en el cuadro 37 y gráfico 35.

Lo que permite concluir que el estudiante si tiene conocimiento del GeoGebra por las clases de programación o por investigación propia, sin embargo el 42,85% pocas veces realiza construcciones geométricas debido a que el maestro de la asignatura no utiliza este recurso en el desarrollo de sus clases por tanto no le motiva y orienta al estudiante en las construcciones geométricas dinámicas para que comprenda mejor la materia.

2.- ¿En la clase de Geometría Analítica cuándo la materia se explica con diapositivas el contenido de la misma es más comprensible y puedes revisarla otra vez?

Cuadro N° 38: La explicación con diapositivas mejora la comprensión – Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	8	0,1143	11,43%
Frecuentemente	12	0,1714	17,14%
Pocas Veces	38	0,5429	54,29%
Nunca	12	0,1714	17,14%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

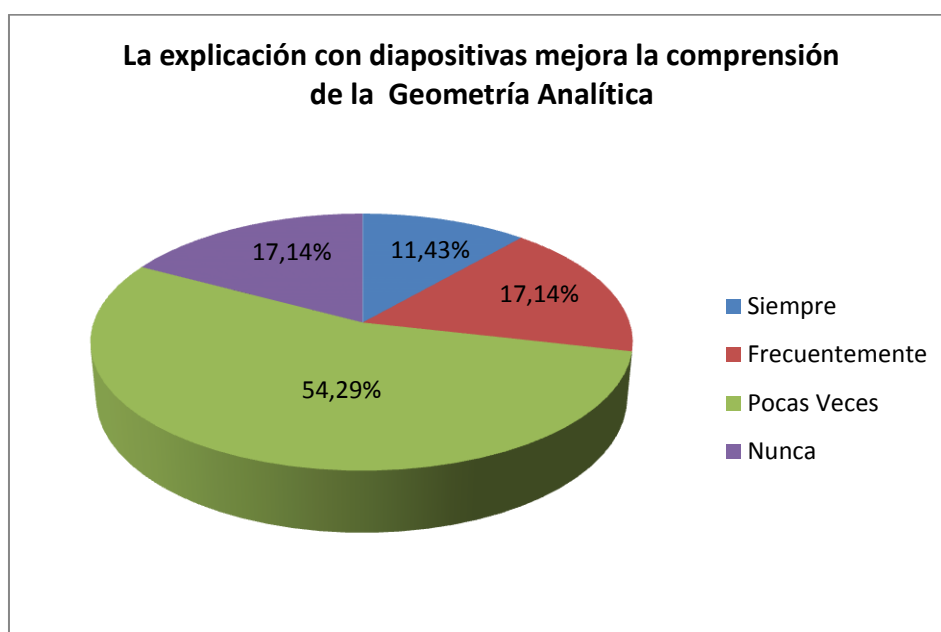


Gráfico N° 36: La explicación con diapositivas mejora la comprensión

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 11,43% de estudiantes siempre cree que cuando en la clase la materia de Geometría Analítica se explica con diapositivas el contenido de la misma es más comprensible y puede revisarla otra vez; el 17,14% frecuentemente; el 54,29% pocas veces y el 17,14% nunca, según se aprecia en el cuadro 38 y gráfico 36.

Lo que permite concluir que el estudiante pocas veces puede recibir la explicación de los contenidos de Geometría Analítica mediante presentaciones Power Point, los datos analizados muestran la necesidad de que el maestro utilice nuevos recursos para lograr mejorar la comprensión ya que también mejorará el desempeño y rendimiento académico del estudiante.

3.- ¿En la clase de Geometría Analítica cuándo desarrollas talleres de aprendizaje cooperativo, logras comprender aquello que el profesor no te pudo explicar?

Cuadro N° 39: Talleres de aprendizaje– Encuesta Estudiantes

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	9	0,1286	12,86%
Frecuentemente	16	0,2286	22,86%
Pocas Veces	36	0,5142	51,42%
Nunca	9	0,1286	12,86%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

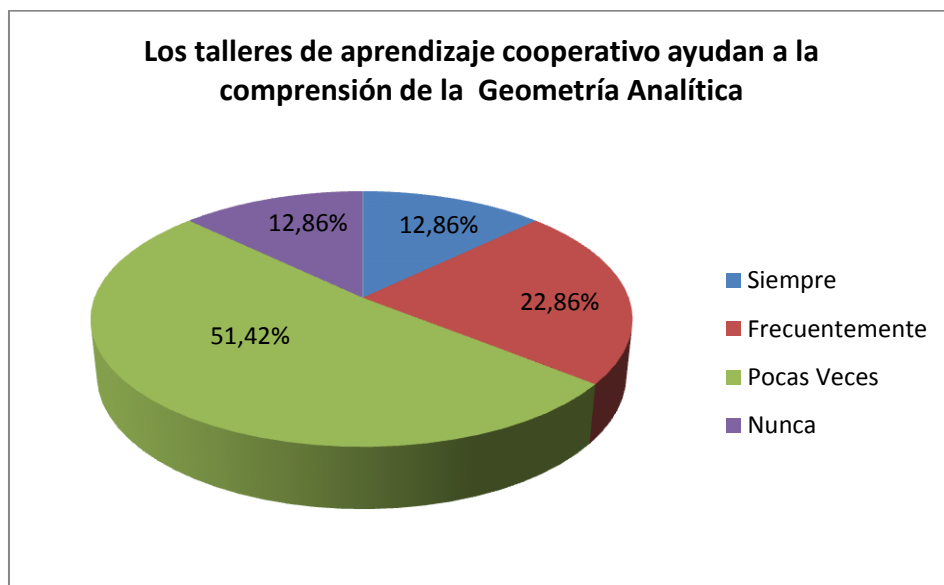


Gráfico N° 37: Talleres de aprendizaje

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 12,86% de estudiantes siempre cree que con el desarrollo de talleres de aprendizaje cooperativo logra comprender aquello que el profesor no le pudo explicar; el 22,86% frecuentemente; el 51,42% pocas veces y el 12,86% nunca, según se aprecia en el cuadro 39 y gráfico 37.

Del análisis de los datos se puede concluir que los estudiantes tienen pocas oportunidades de desarrollar actividades de aprendizaje cooperativo como los talleres pedagógicos, la actividad debe ser debidamente organizada y diseñar la tarea para que todos los miembros del grupo estén involucrados es ahí en donde el estudiante tiene la oportunidad a través de la discusión, la reflexión y la argumentación de reforzar los conocimientos de la Geometría Analítica claro está siempre con la tutoría del maestro.

4.- ¿Cuándo trabajas talleres de aprendizaje cooperativo en la clase de Geometría Analítica, desarrollas otras competencias y valores?

Cuadro N° 40: Talleres de aprendizaje desarrolla competencias y valores

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	10	0,1428	14,28%
Frecuentemente	16	0,2286	22,86%
Pocas Veces	28	0,4000	40%
Nunca	16	0,2286	22,86%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

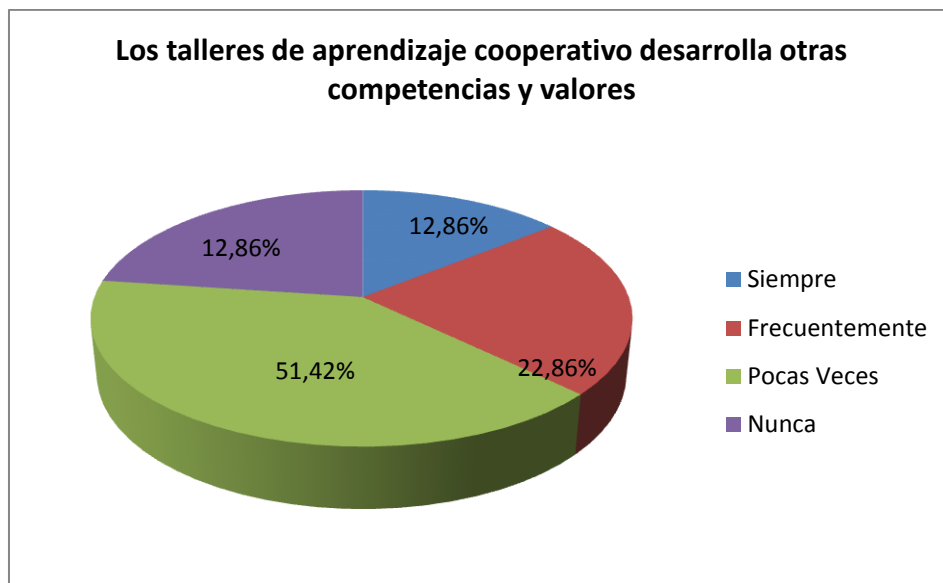


Gráfico N° 38: Talleres de aprendizaje desarrolla competencias y valores
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 12,86% de estudiantes siempre cree que con los talleres de aprendizaje cooperativo en la clase de Geometría Analítica desarrolla otras competencias y valores; el 22,86% frecuentemente; el 40% pocas veces y el 22,86% nunca, según se aprecia en el cuadro 40 y gráfico 38.

Del análisis de los datos se puede concluir que los estudiantes tienen pocas oportunidades de desarrollar actividades de aprendizaje cooperativo como los talleres pedagógicos, si el taller se lo presenta simplemente como un trabajo en grupo, la experiencia resulta frustrante para el estudiante como para el docente, por el contrario si guarda una buena planificación, las cooperativas de trabajo se estructuran siguiendo un criterio, se definen con claridad las funciones de sus integrantes y la evaluación, entonces resultará motivante para realizar la tarea, para persistir en el esfuerzo, obtener mejores resultados, mejorar la comunicación, el trabajo en equipo.

5.- ¿Cuándo tú maestro te hace elaborar ensayos sobre la materia mejora tu capacidad de investigación?

Cuadro N° 41: Elaborar ensayos y capacidad de investigación

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	10	0,1428	14,28%
Frecuentemente	12	0,1714	17,14%
Pocas Veces	29	0,4144	41,44%
Nunca	19	0,2714	27,14%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

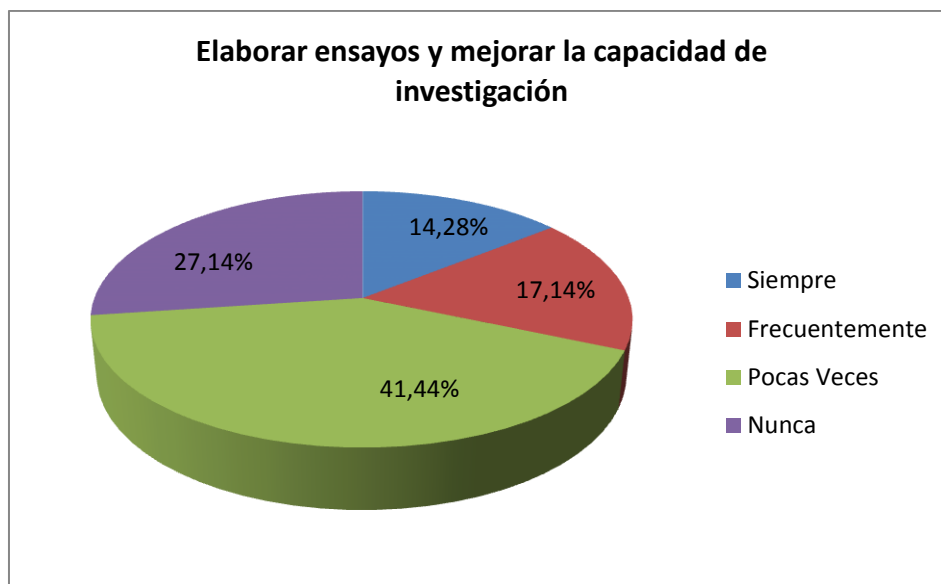


Gráfico N° 39: Elaborar ensayos y capacidad de investigación

Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 14,28% de estudiantes cree que al elaborar ensayos sobre Geometría Analítica siempre mejora su capacidad de investigación; el 17,14% frecuentemente; el 41,44% pocas veces y el 27,14% nunca, según se aprecia en el cuadro 41 y gráfico 39.

Del análisis de los datos se puede concluir que el 41,44% de estudiantes pocas veces ha realizado ensayos acerca de la materia de Geometría Analítica, por lo que no ha podido mejorar su capacidad de investigación ya que al ser una actividad que requiere de la confrontación, el análisis, la argumentación, necesita de fuentes que sustenten las conjeturas que plantea.

6.- ¿El portafolio y/o diario de notas y reflexiones de Geometría Analítica te ayudan para repasar la materia y tener respaldo para los exámenes y pruebas?

Cuadro N° 42: Portafolio y/o diario de notas y reflexiones

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0,0000	0%
Frecuentemente	17	0,2429	24,29%
Pocas Veces	23	0,3286	32,86%
Nunca	30	0,4285	42,85%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

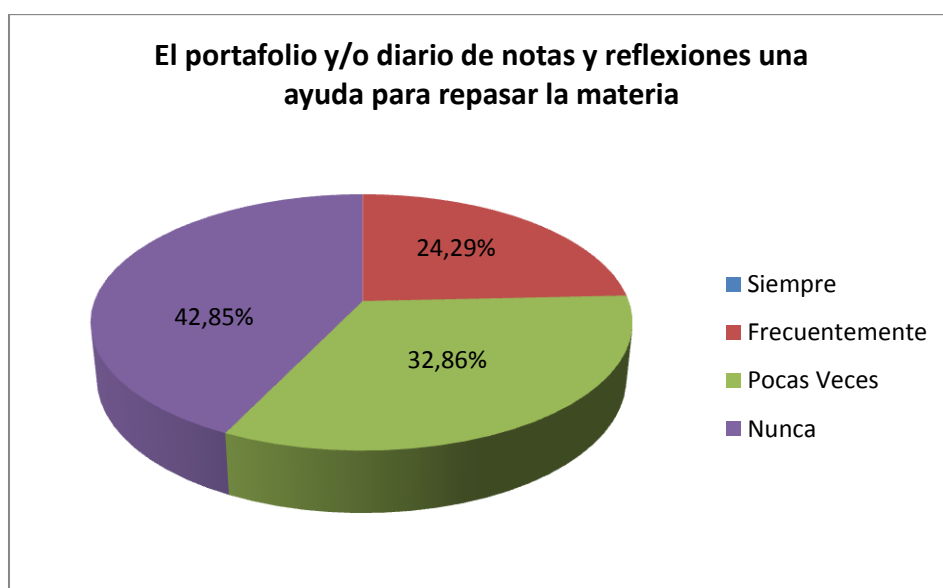


Gráfico N° 40: Portafolio y/o diario de notas y reflexiones
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 24,29% de estudiantes cree que el llevar un portafolio y/o diario de notas y reflexiones de Geometría Analítica frecuentemente le ayuda para repasar la materia y tener respaldo para los exámenes y pruebas; el 32,86% pocas veces; y el 42,85% nunca, según se aprecia en el cuadro 42 y gráfico 40.

Del análisis de los datos se puede concluir que los estudiantes no conocen cómo llevar un portafolio y/o diario de notas y reflexiones de la materia, que a diferencia de llevar el cuaderno de la asignatura donde se registra lo que el profesor le dicte y se realizan los deberes que se le envíe, en el portafolio o el diario de notas documentan el aprendizaje del estudiante donde se evidencia los logros y las dificultades.

7.- ¿La rúbrica que presenta el maestro en cada actividad te evalúa de una forma integral?

Cuadro N° 43: La rúbrica de evaluación

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0,0000	0%
Frecuentemente	0	0,0000	0%
Pocas Veces	0	0,0000	0%
Nunca	70	0,1000	100%
Total	70	1,00	100%

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

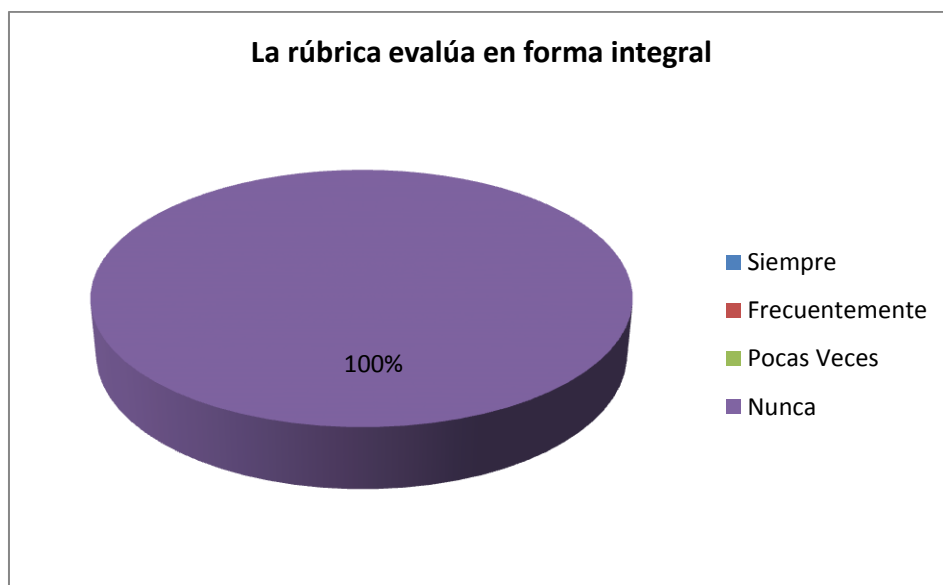


Gráfico N° 41: La rúbrica de evaluación
Elaborado por: Bedoya Irma

Análisis e interpretación

El 100% de estudiantes considera que nunca la rúbrica que presenta el maestro en cada actividad le evalúa de forma integral; según se aprecia en el cuadro 43 y gráfico 41.

Del análisis de los datos se puede concluir la totalidad de estudiantes no conoce una rúbrica de evaluación pues el maestro de Geometría Analítica no la utiliza.

4.3. VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS

El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes dela Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

4.3.1. Variable independiente

Recursos Didácticos

4.3.2. Variable dependiente

Aprendizaje Significativo de la Geometría Analítica

4.4. PLANTEAMIENTO DE LAS HIPÓTESIS

4.4.1. Hipótesis Nula

H₀: El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica no incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

4.4.2. Hipótesis Alternativa

H₁: El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica si incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

4.4.3. Modelo Matemático

$$\mathbf{H_0: } \mu = \mu_0$$

$$\mathbf{H_1: } \mu \neq \mu_0$$

μ = valor numérico específico que se considera en la hipótesis nula y alternativa.

4.4.4. Modelo Estadístico

$$X^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

4.4.5. Selección del nivel de significación

Para la verificación hipotética se selecciona un nivel de significancia del 5% es decir $\alpha = 0.05$

4.5. DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN

Se toma como muestra el total de la población que corresponde a 70 estudiantes de segundo año de bachillerato y 10 docentes del área de Matemática de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga, provincia de Cotopaxi.

4.5.1. Especificación del estadístico

Se trata de un cuadro de contingencia de 6 filas con 4 columnas con la aplicación de la siguiente fórmula estadística:

$$x^2 = \sum \left[\frac{(fo - fe)^2}{fe} \right]$$

Σ = Sumatoria

fo = Frecuencia observada

fe = Frecuencia esperada

X^2 = Chi-Cuadrado

4.5.2. Especificación de las regiones de aceptación y rechazo

Se determina los grados de libertad considerando una tabla de contingencia de 6 filas (de la encuesta) y 4 columnas (las alternativas), por lo tanto se tienen:

$$gl = (F-1) (C-1) \quad F = \text{filas} \quad \text{y} \quad C = \text{columnas}$$

$$gl = (6-1) (4-1)$$

$$gl = 15$$

Por lo tanto con 15 grados de libertad y un nivel de significancia de 0.05, en la tabla corresponde a $X^2_t = 24.996$

Se acepta la H_0 , si $X^2_{calculado} < X^2_{tabulado}$ caso contrario se rechaza.

4.6. ANÁLISIS DE LOS DATOS ESTADÍSTICOS

4.6.1. Análisis de las variables

Cuadro N° 44: Frecuencias Observadas Docentes

PREGUNTAS		CATEGORÍAS				SUBTOTAL
		SIEMPRE	FRECUENTEMENTE	POCAS VECES	NUNCA	
1	¿En el proceso enseñanza aprendizaje aplica recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?	0	4	5	1	10
2	¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes?	0	4	6	0	10
3	¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?	6	3	1	0	10
6	¿Sus estudiantes explican y relacionan conceptos formando proposiciones lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?	0	3	7	0	10
7	¿Sus estudiantes conceptualizan y representan ideas, adquiriendo aprendizajes significativos con los nuevos conocimientos?	1	4	5	0	10
8	¿Sus estudiantes están en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?	0	3	7	0	10
SUBTOTAL		7	21	31	1	60

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Cuadro Nº 45: Frecuencias Esperadas Docentes

PREGUNTAS	CATEGORÍAS				SUBTOTAL	
	SIEMPRE (10/60)7	FRECUEN- TEMENTE	POCAS VECES	NUNCA		
1	¿En el proceso enseñanza aprendizaje aplica recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
2	¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
3	¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
6	¿Sus estudiantes explican y relacionan conceptos formando proposiciones lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
7	¿Sus estudiantes conceptualizan y representan ideas, adquiriendo aprendizajes significativos con los nuevos conocimientos?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
8	¿Sus estudiantes están en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?	1,17	3,50	5,17	0,16	10
SUBTOTAL		7	21	31	1	60

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Cuadro Nº 46: Cálculo Chi-Cuadrado Docentes

Datos	f_o	f_e	$((f_o - f_e))$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
1	0	1,17	-1,17	1,36	1,162
2	4	3,50	0,50	0,25	0,071
3	5	5,17	-0,17	0,03	0,005
4	1	1,16	-0,16	0,02	0,017
5	0	1,17	-1,17	1,36	1,162
6	4	3,50	0,50	0,25	0,071
7	6	5,17	0,83	0,68	0,131
8	0	1,16	-1,16	1,34	1,155
9	6	1,17	4,83	23,32	19,931
10	3	3,50	-0,50	0,25	0,071

Datos	f_o	f_e	$(f_o - f_e)$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
11	1	5,17	-4,17	17,38	3,361
12	0	1,16	-1,16	1,34	1,155
13	0	1,17	-1,17	1,36	1,162
14	3	3,50	-0,50	0,25	0,071
15	7	5,17	1,83	3,34	0,646
16	0	1,16	-1,16	1,34	1,155
17	1	1,17	-0,17	0,03	0,025
18	4	3,50	0,50	0,25	0,071
19	5	5,17	-0,17	0,03	0,005
20	0	1,16	-1,16	1,34	1,155
21	0	1,17	-1,17	1,36	1,162
22	3	3,50	-0,50	0,25	0,071
23	7	5,17	1,83	3,34	0,646
24	0	1,16	-1,16	1,34	1,155
Total	60	60			35,616

Fuente: Encuesta a Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Decisión:

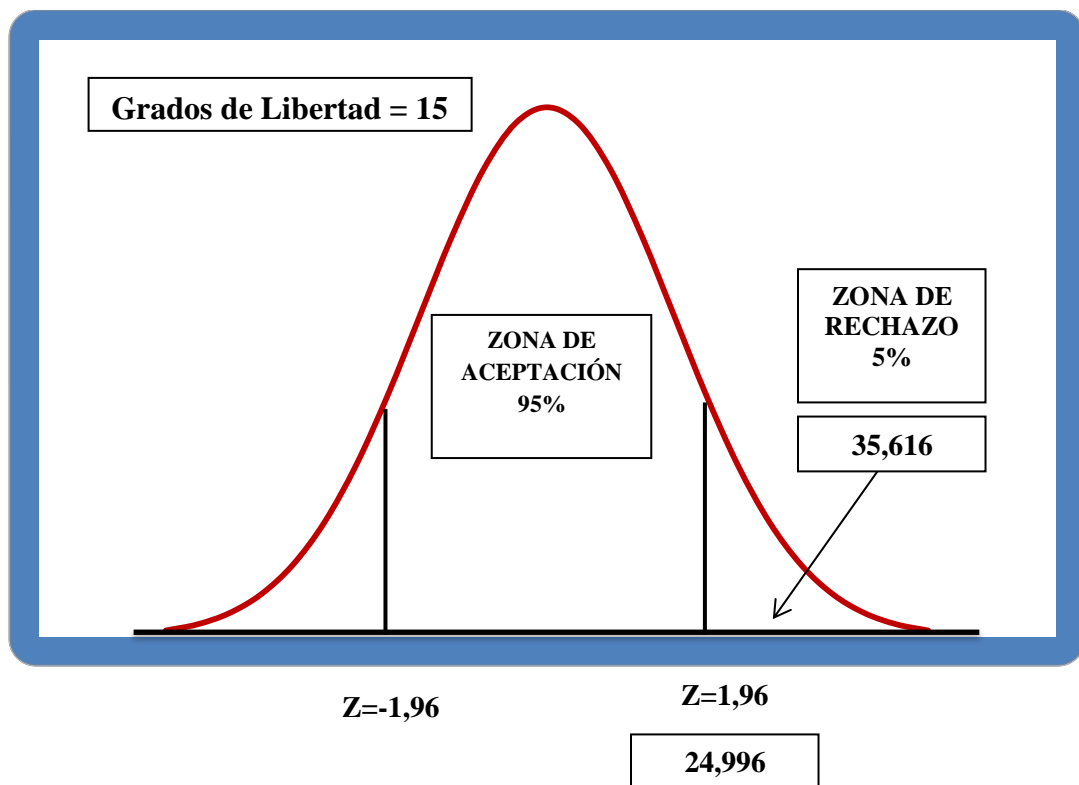


Gráfico N° 42: Ji-Cuadrado - Docentes

Elaborado por: Bedoya Irma

Para un contraste bilateral con 15 grados de libertad, con un nivel de significancia de 0.05 se tiene que:

$$X^2_{calculado} = 35,616 > X^2_{tabulado} = 24,996$$

De conformidad con lo establecido en la regla de decisión se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 .

H_1 : El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica si incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

Cuadro N° 47: Frecuencias Observadas Estudiantes

PREGUNTAS		CATEGORÍAS				SUBTOTAL
		SIEMPRE	FRECUENTEMENTE	POCAS VECES	NUNCA	
1	¿Tú maestro en sus clases utiliza recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?	5	12	21	32	70
2	¿Tú maestro en el proceso enseñanza aprendizaje organiza actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos?	0	0	24	46	70
3	¿Te sientes motivado cuando tu maestro utiliza recursos innovadores para el aprendizaje de nuevos conocimientos?	40	30	0	0	70
6	¿Consideras que tus aprendizajes son significativos cuando explicas y relacionas conceptos?	9	34	27	0	70
7	¿Si tus aprendizajes son significativos, te es fácil conceptualizar y representar ideas?	9	34	27	0	70
8	¿Te sientes en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos como demostración de tus aprendizajes significativos?	2	29	38	1	70
SUBTOTAL		65	139	137	79	420

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Cuadro Nº 48: Frecuencias Esperadas Estudiantes

PREGUNTAS		CATEGORÍAS				SUBTOTAL
		SIEMPRE (70/420)65	FRECUEN- TEMENTE	POCAS VECES	NUNC A	
1	¿Tú maestro en sus clases utiliza recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
2	¿Tú maestro en el proceso enseñanza aprendizaje organiza actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
3	¿Te sientes motivado cuando tu maestro utiliza recursos innovadores para el aprendizaje de nuevos conocimientos?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
6	¿Consideras que tus aprendizajes son significativos cuando explicas y relacionas conceptos?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
7	¿Si tus aprendizajes son significativos, te es fácil conceptualizar y representar ideas?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
8	¿Te sientes en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos como demostración de tus aprendizajes significativos?	10,83	23,17	22,83	13,17	70
SUBTOTAL		65	139	137	79	420

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Cuadro Nº 49: Cálculo Chi-Cuadrado Estudiantes

Datos	f_o	f_e	$(f_o - f_e)$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
1	5	10,83	-5,83	33,98	3,138
2	12	23,17	-11,17	124,76	5,385
3	21	22,83	-1,83	3,35	0,147
4	32	13,17	18,83	354,57	26,922
5	0	10,83	-10,83	117,29	10,83
6	0	23,17	-23,17	536,85	23,17
7	24	22,83	1,17	1,368	0,060
8	46	13,17	32,83	1077,81	81,838
9	40	10,83	29,17	850,88	78,568
10	30	23,17	6,83	46,65	2,013
11	0	22,83	-22,83	521,21	22,83
12	0	13,17	-13,17	173,45	13,17

Datos	f_o	f_e	$(f_o - f_e)$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
13	9	10,83	-1,83	3,35	0,309
14	34	23,17	10,83	117,29	5,062
15	27	22,83	4,17	17,39	0,761
16	0	13,17	-13,17	173,45	13,17
17	9	10,83	-1,83	3,35	0,309
18	34	23,17	10,83	117,29	5,062
19	27	22,83	4,17	17,39	0,761
20	0	13,17	-13,17	173,45	13,17
21	2	10,83	-8,83	77,969	7,199
22	29	23,17	5,83	33,989	1,466
23	38	22,83	15,17	230,13	10,080
24	1	13,17	-12,17	148,11	11,245
	420	420			336,665

Fuente: Encuesta a Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Decisión:

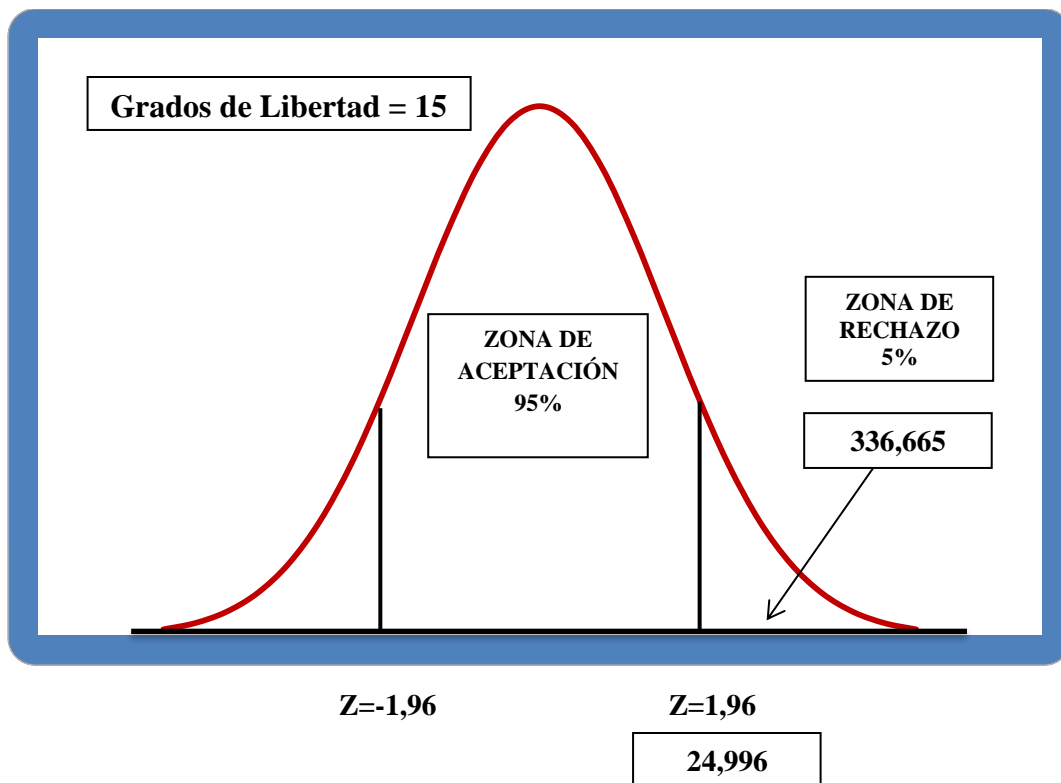


Gráfico N° 43: Ji-Cuadrado - Estudiantes

Elaborado por: Bedoya Irma

Para un contraste bilateral con 15 grados de libertad, con un nivel de significancia de 0.05 se tiene que:

$$X^2_{calculado} = 336,665 > X^2_{tabulado} = 24,996$$

De conformidad con lo establecido en la regla de decisión se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 .

H_1 : El uso de recursos didácticos en la enseñanza de la Geometría Analítica si incidirá positivamente en el aprendizaje significativo de los estudiantes de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel en la ciudad de Latacunga.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Luego de realizar la investigación y la tabulación de los datos se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Los docentes de Geometría Analítica de la UETPHM actualmente siguen dictando sus clases magistrales tradicionalistas, pues el tipo de recursos didácticos que aplican realmente es escaso no combinan el pizarrón y el dibujo técnico con los nuevos recursos como la utilización de software de Geometría para realizar gráficas aunque si conocen el GeoGebra, presentaciones en Power Point, talleres de aprendizaje cooperativo, ensayos, portafolios, diario de notas y reflexiones y otros que nos proveen las investigaciones actuales junto a otros que la misma experiencia nos invita a crear.
- Los docentes no están realizando una adecuada utilización de los recursos didácticos al generar aprendizajes puesto que el estudiante al encontrarse motivado, tiene atención e interés, la poca participación activa de los estudiantes no posibilita la integración de los nuevos conocimientos en sus estructuras conceptuales provocando aprendizajes poco significativos en la asignatura lo que además no permite adoptar acciones individuales o colectivas dirigidas a ayudar al estudiante que presenta dificultades para que dentro del proceso educativo pueda alcanzar los objetivos propuestos.
- Los docentes de Geometría Analítica, en la institución no han transformado su rol y no han generado cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje, no aprovechan las ventajas de utilizar nuevos recursos didácticos que permiten fundamentalmente estimular la creatividad, el razonamiento lógico, ayudan a desarrollar el pensamiento analítico, la capacidad de investigación, la

demostración, la capacidad de comunicación y los valores, para que sus estudiantes puedan resolver problemas planteados y propuestos, así como aquellos de la vida misma; es decir hacer que la materia sea creativa, y reflexiva, con la utilización de recursos didácticos adecuados e innovadores para que los estudiantes se motiven y adquieran aprendizajes significativos, los cuales serán aplicables en nuevos conocimientos.

- Para mejorar el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica de los estudiantes de segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel, no existe un texto de Geometría Analítica como recurso didáctico que contenga problemas modelados en cuya solución se incluya la innovación tecnológica.

5.2. RECOMENDACIONES

En la investigación realizada he llegado a las siguientes recomendaciones:

- Que en la UETPHM el Jefe de Área y la Comisión Pedagógica realice supervisiones periódicas de clase a los docentes para evidenciar la actualización y capacitación en cuanto a recursos didácticos aplicables a la Geometría Analítica ya que los directivos de la institución organizan periódicamente jornadas pedagógicas con expertos además de que han realizado un gran esfuerzo al dotar en cada aula de clase de un proyector y un computador, los docentes deben aprovechar de estos implementos para mejorar la calidad del proceso enseñanza aprendizaje.
- Los docentes de Geometría Analítica para mejorar el aprendizaje significativo de sus estudiantes utilicen recursos didácticos pertinentes en el proceso de construcción del conocimiento para que facilite su labor docente, complementando con otras actividades motivantes para el estudiante, al tiempo que deben fomentar el aprendizaje cooperativo con el aporte individual de los

miembros del grupo, favoreciendo de esta manera la comprensión y refuerzo de los contenidos tratados.

- En el proceso de enseñanza aprendizaje se considere la solución de problemas como parte integral de toda actividad matemática y más aún de la Geometría Analítica, requiere que a los estudiantes se los estimule desarrollando su creatividad e imaginación, el razonamiento lógico, el pensamiento crítico, la investigación aplicando adecuadamente recursos didácticos que les permitan construir los conocimientos para resolver eficientemente problemas y modelizaciones alcanzando aprendizajes significativos.
- Sugerir a los docentes de Geometría Analítica de la Unidad Educativa Particular Hermano Miguel que se elabore textos con actividades que incluyan las aplicaciones tecnológicas acordes a nuestra realidad y a los nuevos tiempos, tomando en cuenta las características principales para promover un aprendizaje significativo y el autoaprendizaje de los estudiantes de segundo año de bachillerato, ya que a través de la tecnología le permitirá al estudiante comprobar a través de la visualización gráfica lo que realiza de manera algebraica cuando utiliza el lápiz y el papel, la regla y el compás (procesos útiles y necesarios); a la vez que permite la optimización del tiempo en la ejecución de procesos gracias a la comprensión y aplicación de conceptos y propiedades de lugares geométricos más que de aplicación de numerosas fórmulas y consecuentemente al plantearse algoritmos podrá encontrar maneras que le faciliten la comprensión y resolución de problemas.

CAPITULO VI

LA PROPUESTA

6.1. TÍTULO

“Elaboración del Texto sobre la Recta y las Cónicas con aplicaciones en GeoGebra y su utilización en la Enseñanza de la Geometría Analítica para elevar la adquisición de aprendizajes significativos en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel”.

6.2. DATOS INFORMATIVOS

Institución Ejecutora: Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel

Beneficiarios: Docentes del área y estudiantes

Ubicación: Avenida Velasco Ibarra y Jaime Roldós
Cantón Latacunga
Provincia de Cotopaxi.

Tiempo estimado para la ejecución: Durante el segundo quimestre

Inicio: Enero/2012 **Fin:** Mediados de Mayo/2012

Equipo técnico responsable: Área de Matemática
Investigadora: Dra. Irma Bedoya

6.3. ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA

Las Matemáticas constituyen el pilar fundamental del desarrollo científico y tecnológico de los pueblos y es una base imprescindible para la formación académica y más tarde profesional de los estudiantes secundarios y universitarios, es importante comprender que las Matemáticas nos brindan las llaves que abren las puertas al desarrollo y a los misterios del universo.

El problema principal del aprendizaje de la matemática, se encuentra en la forma de cómo se abordan los temas y en particular, el de la Geometría Analítica. Los estudiantes aprenden básicamente la parte técnica y mecánica de estos temas en las clases y no aprenden su verdadero significado, muchas de las ocasiones no porque no quieren aprender, sino porque no existen los recursos didácticos adecuados, entre ellos un texto de actividades, o porque el docente que prepara y elabora su tutoría no los utiliza adecuadamente, un texto de actividades tiene una crucial importancia en el proceso enseñanza-aprendizaje. Un buen texto influye determinante y positivamente en la calidad educativa, un mal texto profundiza la crisis y la mediocridad.

La presente propuesta nace luego de haber concluido en la investigación:

Que los datos y resultados sobre los problemas que existen por no utilizar recursos didácticos innovadores para que puedan desarrollar aprendizajes significativos en los estudiantes, nos permiten determinar la desmotivación y la apatía hacia Geometría Analítica en los educandos.

Que el docente en su práctica aún utiliza técnicas y recursos tradicionalistas que no dan respuesta al mundo moderno y al avance de la ciencia. El reto que tiene el docente en el mundo actual consiste en contribuir en la formación de un estudiante crítico, creativo y propositivo, a través del desarrollo del pensamiento en un mundo vertiginosamente cambiante.

Que los recursos tecnológicos, con respaldo en software de Geometría dinámica como el GeoGebra tiene un uso limitado por parte de los docentes de la Unidad Educativa Hermano Miguel, en lo que se refiere a la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica, lo que genera que no se logren aprendizajes significativos sobre este tema en particular.

Que la elaboración de un texto sobre la Recta y las Cónicas acompañado de actividades propias con aplicaciones tecnológicas que motiven la participación activa de los estudiantes y les permitan resolver problemas referentes a este tema, logrará alcanzar aprendizajes significativos y proporcionar al educando los estímulos necesarios para que el proceso responda a sus intereses y necesidades individuales.

En este contexto y con el propósito de contar con un recurso adecuado, tomando en cuenta la estructura didáctica de corrientes pedagógicas actuales, que reúna las características principales para lograr aprendizajes significativos y acogiendo la recomendación respectiva de la investigación, se propone la creación del texto sobre la Recta y las Cónicas.

Por todo lo anterior se vio la necesidad de plantear la presente propuesta de elaborar el texto con aplicaciones en GeoGebra que permita dar solución a los problemas encontrados, desarrollando estructuras internas en el estudiante, creando motivación para el aprendizaje cognitivo, procedimental y actitudinal, facilitando la tarea tanto para profesores como para estudiantes.

El presente texto trata sobre Conceptos básicos, la Recta, Circunferencia, Parábola, Elipse e Hipérbola. Estos temas se han desarrollado con contenidos actualizados, con secuencia y articulación pertinentes y funcionales que permiten interrelacionar conocimientos nuevos con anteriores, utilizando una metodología activa con ayuda de tecnología que toma en cuenta problemas, ejercicios y desarrollo de actividades de acuerdo al modelo constructivista que permiten al estudiante aprender a aprender; de ésta manera se explica cada unidad o tema de

estudio, lo que nos garantiza el poder alcanzar un verdadero aprendizaje significativo de la Geometría Analítica.

6.4. JUSTIFICACIÓN

La importancia de esta propuesta se encuentra fundamentalmente en la necesidad de facilitar las herramientas adecuadas para el proceso de enseñanza aprendizaje las que deben procurar la reflexión, participación, que trabajen en equipo, abiertos a discusiones constructivas, saber escuchar y que tengan criterio propio para elaborar conjeturas.

La presente propuesta es importante porque el texto con aplicaciones de GeoGebra, se constituye en un recurso didáctico, brindando al estudiante, la oportunidad de incursionar en el campo de la investigación, generar aprendizajes significativos y poder aplicarlos en problemas, a través de una variedad de actividades que se presentan para el desarrollo del mismo.

La propuesta de elaborar un texto sobre la Recta y las Cónicas tiene mucha utilidad, porque se sustenta en un modelo pedagógico que parte de una situación real en la que se requiere de una participación activa y permanente del estudiante en la construcción del conocimiento, aplicando los conocimientos anteriores, es decir se basa en la teoría constructivista. Tiene la intención de ser una guía didáctica de apoyo tanto en función del docente como del auto aprendizaje del estudiante.

Los beneficiarios directos serán los y las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa Hermano Miguel, también los y las docentes que dictan la cátedra de Geometría Analítica.

La propuesta tiene un impacto positivo, porque el texto constituye un recurso didáctico en el proceso educativo que contribuirá a desarrollar procesos cognitivos, meta cognitivos y procedimentales, en los y las estudiantes,

permitiendo vincular la parte teórica con la práctica, más aún con la metodología con la cual se propone, busca alcanzar verdaderos aprendizajes significativos de la Geometría Analítica, además se está integrando la parte vinculada con el uso de las TICs al ser una herramienta de aprendizaje.

Este trabajo está enfocado para facilitar los procesos de solución de problemas de aplicación, ejercicios, comprensión de gráficas con la finalidad de poder hacerlo sin mayor grado de dificultad, ya que vienen resueltos y analizados variados de ellos con diferentes características. Espero también que esta propuesta, constituya una motivación para que mis compañeros y compañeras docentes se apropien de la misma, los educandos aprendan de una manera activa, participativa y autónoma, sin olvidar que la razón de nuestra práctica docente es el estudiante, quien se convierte en el verdadero protagonista del quehacer educativo.

6.5. OBJETIVOS

6.5.1. Objetivo General

- Desarrollar un texto sobre la Recta y las Cónicas con aplicaciones en GeoGebra para mejorar la adquisición de aprendizajes significativos en los estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel.

6.5.2. Objetivos Específicos

- Explicar los temas del texto en base a problemas de situaciones cotidianas para aplicar los conocimientos básicos de Geometría Analítica, los métodos y procedimientos analíticos, las construcciones gráficas y cálculos numéricos.
- Designar el software GeoGebra como recurso interactivo en el desarrollo de actividades para la comprensión de conceptos de la Geometría Analítica.

6.6. ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

Analizar la factibilidad de una propuesta implica describir los factores técnicos, pedagógicos, operativos, ambientales, financieros, legales, de talento humano y políticos que determinan la posibilidad real de llevarla a cabo.

6.6.1. Factibilidad del Talento Humano

El desarrollo, ejecución y evaluación de esta propuesta cuenta con el aporte, la experiencia, los conocimientos y el interés de los docentes, de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel, quienes en la encuesta aplicada así lo manifiestan. De igual manera existe el interés y apoyo por parte de los estudiantes quienes esperan contar con un recurso didáctico que sea novedoso y actualizado que motive la adquisición de aprendizajes significativos.

6.6.2. Factibilidad Pedagógica

En la enseñanza el maestro se preocupa de qué y cómo enseñar a los estudiantes para que logren aprendizajes duraderos y significativos, la presente propuesta es factible porque propicia una pedagogía constructivista donde el maestro se interesa en que los estudiantes construyan sus propios aprendizajes mediante la aplicación de recursos didácticos innovadores, factores que favorecen la motivación, concentración y atención desarrollando destrezas y habilidades que adquiere durante su aplicación, las cuales ayuden a vencer los obstáculos que impiden su desarrollo procedimental, actitudinal y cognitivo dentro y fuera de las aulas.

6.6.3. Factibilidad Operativa

El deseo de docentes y estudiantes por aplicar recursos didácticos innovadores, el incremento del grado de interés por un material de este tipo que a más de facilitar la enseñanza ayudará a elevar el nivel de conocimientos en los estudiantes

y la necesidad de tener nuevas alternativas para la enseñanza de la geometría analítica, constituyen factores que contribuyen a la factibilidad operativa de la propuesta.

6.6.4. Factibilidad Técnica

El carisma de la educación marianista garantiza una formación integral y una educación de calidad en el educando, está acorde al progreso en la formación científica y tecnológica tanto de maestros como de estudiantes, todas las aulas de clase están equipadas con un proyector y un computador, periódicamente con los maestros ingenieros en sistemas informáticos organiza cursos de actualización sobre el conocimiento y aplicación de las TICs, además la proponente ha investigado y posee los conocimientos y metodológicos necesarios para desarrollar, aplicar y evaluar el Texto sobre la Recta y las Cónicas con aplicaciones en GeoGebra, que es el tema de la propuesta.

6.7. FUNDAMENTACIÓN

6.7.1. Fundamentación Filosófica

Desde el enfoque filosófico la elaboración de recursos didácticos y su aplicación en la enseñanza de la matemática, se sustenta en la teoría constructivista como modelo que está centrado en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, teniendo como fin que el estudiante construya su propio conocimiento, logrando aprendizajes significativos y duraderos.

El docente en su rol de guía, debe apoyar al estudiante a desarrollar todas sus habilidades que le permitirán optimizar el proceso de aprendizaje, dentro de esta teoría se ha escogido a Jean Piaget, quien se centra en las ideas de asimilación y acomodación, partiendo del comportamiento relativamente

simple del niño y posteriormente hacia niveles de actividad cada vez más complejos.

Es una propuesta que conlleva hacia la formación integral del ser humano, mejorando en las siguientes dimensiones: eficiente, crítico, ético, creativo, afectivo y espiritual que son los saberes del ser humano. Es el maestro quien planifica, realiza, verifica y actúa en función del mejoramiento de las funciones educativas para obtener productos educativos acordes con las exigencias de la sociedad.

6.7.2. Fundamentación Educativa

El diseño y la producción de recursos didácticos por parte de los docentes requiere un proceso previo de definición de necesidades pedagógicas y requerimientos técnicos: qué contenidos se quieren enseñar, qué medios se van a utilizar, qué sistemas de símbolos se necesitan y qué tecnologías se utilizarán, siempre en el marco de un proyecto pedagógico concreto.

Es necesario fomentar nuevos paradigmas de enseñanza aprendizaje, centrados en el aprendizaje autónomo durante toda la vida y en la consideración del estudiante como protagonista de su propio proceso de aprendizaje. Sin embargo, en la actualidad, el papel protagonista es asumido en muchos casos por el profesor, mientras que la integración en la nueva filosofía requiere del trabajo y protagonismo del estudiante en el proceso de aprendizaje.

La propuesta planteada permitirá ir acorde a los requerimientos de la sociedad actual caracterizada por un aprendizaje dinámico y cambiante, lo que requiere profesionales no sólo con conocimientos específicos y básicos, sino con destrezas para aplicar y resolver los problemas de un modo creativo, implicando un aprendizaje autónomo y durante toda la vida, desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para adaptar dichos conocimientos a un campo profesional.

La elaboración de los recursos didácticos y su utilización correcta y oportuna será complemento de la formación de entes con capacidad de resolver problemas, capaces de aplicar los conocimientos a la práctica, capacidad para adaptarse a nuevas situaciones, habilidad para trabajar de forma autónoma, conocer y comprender.

Todo lo anterior permitirá la aplicación práctica y operativa del conocimiento (saber cómo actuar), y los valores como forma de percibir y vivir (saber cómo ser), partir de unos requerimientos indispensables de formación que desarrollen competencias capaces de integrar conocimiento, habilidad, actitud y destreza. Esto supone un cambio de método centrandolo el proceso formativo en el aprendizaje.

6.7.3. Fundamentación Teórica

Actualmente los temas básicos de Geometría Analítica se incluyen en el programa de Matemáticas de la EGB superior y del nuevo bachillerato ecuatoriano BGU, como lo establece la actualización a la reforma curricular y el currículo del bachillerato unificado.

Frecuentemente al hablar de rectas y cónicas se piensa directamente en sus expresiones analíticas y en las propiedades que se deducen a partir de ellas mediante procesos puramente algebraicos. Esta propuesta didáctica para la construcción y aplicación de rectas y cónicas, no niega la potencialidad de estos procesos ni la necesidad de tratarlos a fondo, sugiere motivar su estudio a través de sus propiedades legítimas como lugares geométricos.

Esta propuesta será desarrollada tomando como referencia la teoría de “Los modelos de Van Hiele” referida a los desarrollos del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría, se compone de cinco niveles: Visualización o reconocimiento; Análisis; Ordenación o clasificación; Deducción formal; y, Rigor. El paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad.

Esta propuesta desarrolla actividades de enseñanza aprendizaje de rectas y cónicas hasta el tercer nivel del modelo, actividades que están enmarcadas en los siguientes indicadores:

- Nivel 1: Visualización.- Reconoce las rectas y cónicas mediante una construcción mecánica.
- Nivel 2: Análisis.- Determina los elementos importantes de rectas y cónicas (ángulo de inclinación, pendiente, razón de cambio, ángulo entre rectas, focos, vértices, centro, extremos, ejes, directrices). Determina las características geométricas de rectas y cónicas (paralelismo, perpendicularidad, simetría, relación entre los focos y un punto, relación entre puntos y pendiente, excentricidad).
- Nivel 3: Ordenación o clasificación.- Identifica las propiedades suficientes para definir rectas y cónicas de forma sintética a través de una ecuación. Utiliza propiedades geométricas para determinar los elementos de las rectas y de las cónicas. Recrea las construcciones de rectas y cónicas con el software GeoGebra.

Los contenidos de geometría analítica que serán abordados comprenden los temas de: *conceptos básicos, la recta, la circunferencia, la parábola, la elipse, la hipérbola*, se utilizarán exclusivamente coordenadas cartesianas rectangulares.

Entre los factores que afectan el aprendizaje de la geometría analítica se puede citar los siguientes:

- Comprensión del tema
- Escasa variedad de textos
- Tiempo dedicado a la resolución de problemas
- Dificultades en la solución de ejercicios de manera analítica
- Aplicación de las fórmulas adecuadas así como de su análisis crítico
- Dificultades para la construcción e interpretación de gráficas

- Escasa utilización de medios informáticos a través del computador para apoyar y complementar contenidos curriculares, y desarrollar actividades colaborativas de enseñanza aprendizaje

A los problemas que se presentan en el área de física y matemáticas por ende en la geometría analítica, no es posible darle una solución de una manera contundente y eficaz, pero si es posible implementar algunas estrategias de apoyo a luz de permitir que el estudiante se apropie del conocimiento a través de su participación activa, entre las cuales podemos mencionar las siguientes:

- Por medio de una introducción conceptual e inducción previa, de los procesos algebraicos usados en el tema, avanzar de la aplicación práctica de conceptos, técnicas y métodos de la geometría analítica alternando con el dominio de algoritmos, hasta la reflexión, formulación y comprensión teórica de los contenidos
- Motivar al estudiante mediante la resolución de problemas de situaciones cercanas a su realidad o de campos del saber accesibles a su nivel de madurez personal y de desarrollo cognitivo, que propicien el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en el ámbito matemático así como una actuación comprometida del alumno.
- Asesorías continuas ya sea de manera individual o por equipos o por cooperativas de trabajo.
- Motivación a participar en el aula.

6.7.4. Fundamentos Matemáticos

Para la adquisición de conocimiento y aprendizaje de la Unidad 1: **Conceptos básicos de segmentos y polígonos**, es indispensable que se tengan los conocimientos básicos conceptuales, respecto a la definición de lo que es un punto, coordenada y ángulo, así como su representación en una recta numérica y/o sistema cartesiano.

Se requiere de la aplicación de los conocimientos básicos de las operaciones para las razones y proporciones, para la división de un segmento en una razón dada, ya sea en una dimensión (recta numérica) o dos dimensiones (sistema cartesiano); además de lo anterior se requiere la interpretación y aplicación adecuada del teorema de Pitágoras para determinar la distancia entre dos puntos dadas sus coordenadas; es importante la interpretación teórica de los puntos y líneas notables de un triángulo como: bisectriz de un ángulo, mediana, mediatriz, altura así como la aplicación de los conceptos de las funciones trigonométricas para la localización y ubicación de puntos en el sistema cartesiano, considerando el ángulo que forma respecto al eje positivo de las abscisas. Para la determinación del área y el perímetro de polígonos conocidas las coordenadas de sus vértices, es necesario el conocimiento de solución de determinantes así como sus reglas correspondientes.

El desarrollo de la Unidad 2: **La Línea Recta**, requiere la interpretación teórica de conocimientos básicos tales como: la recta, pendiente, rectas perpendiculares, paralelas y oblicuas. También es fundamental conocer las reglas para la solución de sistemas de ecuaciones lineales con una incógnita; saber graficar una ecuación de primer grado además de la aplicación de las funciones trigonométricas.

Para la comprensión de la Unidad 3: **La Circunferencia**, son necesarios los conceptos teóricos y gráficos de lo que es una circunferencia, puntos y rectas notables que se pueden trazar en una circunferencia, así como las características de las rectas tales como la tangente, secante, rectas perpendiculares, paralelas, radio, diámetro, mediatriz, la aplicación de conocimientos anteriores, puesto que es la base para la solución de problemas.

Para la comprensión de la Unidad 4: **La Parábola**, respecto a lo que es una parábola es necesario conocer su gráfica y los elementos que la forman así como las ecuaciones de segundo grado que la define. Tener las habilidades básicas para la solución de sistemas de ecuaciones de primer grado y de segundo grado con

una incógnita, de conocer las reglas para completar un trinomio cuadrado perfecto.

Para la comprensión de la Unidad 5: **La Elipse**, es necesario que el estudiante sepa identificar gráficamente los elementos que tiene una elipse e hipérbola, las ecuaciones que la definen en sus diferentes presentaciones, resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como completar un trinomio cuadrado perfecto.

Para la comprensión de la Unidad 6: **La Hipérbola**, es necesario que el estudiante sepa identificar gráficamente los elementos que tiene una hipérbola, las ecuaciones que la definen en sus diferentes presentaciones, resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como completar un trinomio cuadrado perfecto.

Los gráficos en cada tema se realizan utilizando un paquete de geometría, **GeoGebra**, es un software libre escrito en Java y por ello disponible en múltiples plataformas: Está diseñado para actuar dinámicamente en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Álgebra y el Análisis o Cálculo. Su creador, Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) y lo continúa en la Universidad de Atlanta, Florida.

Permite abordar la geometría y otros aspectos de la matemática a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación didáctica. GeoGebra es un programa sencillo y fácil de utilizar, es liviano, las herramientas que ofrece permiten al usuario que a partir de unos objetos elementales se construyen nuevos elementos y se establecen relaciones entre ellos, de manera que al mover cualquier elemento se mantienen todas las relaciones afines y métricas entre los objetos que intervienen en la construcción.

El programa se distribuye libremente bajo licencia *GNU General Public Licence v2* se puede descargar a través de la Web en la dirección: www.geogebra.org Aquí se podrá encontrar:

- El software para descargar casi para cualquier plataforma y sistema operativo.
- La ejecución Web Start para si no quieres instalarlo en el computador sino ejecutarlo en línea siempre con la última versión disponible.
- Ayuda de todo tipo en muchos idiomas.
- Ejemplos variados para que ver sus posibilidades.
- GeoGebra Wiki
- Soporte

En el computador para poder ejecutar GeoGebra al ser un software hecho en lenguaje Java y, por tanto, necesitamos *el software de Java instalado previamente en nuestra máquina*. En la página <http://www.java.com> se puede verificar si lo tiene instalado, bajarlo si no lo tiene o actualizarlo si es preciso.

Las ventanas de trabajo de GeoGebra:

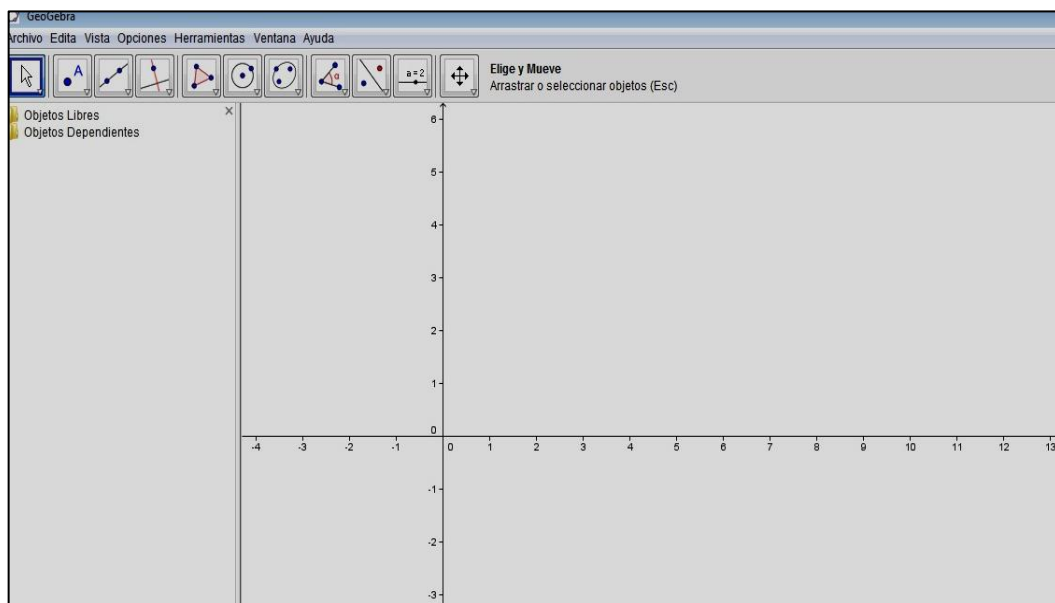


Gráfico N° 44: Ventanas de trabajo de GeoGebra
Elaborado por: Bedoya I.

En cuanto a Geometría y Geometría Analítica, se puede trazar y calcular: puntos, polígonos, circunferencias, ángulos, distancias, áreas, pendientes:

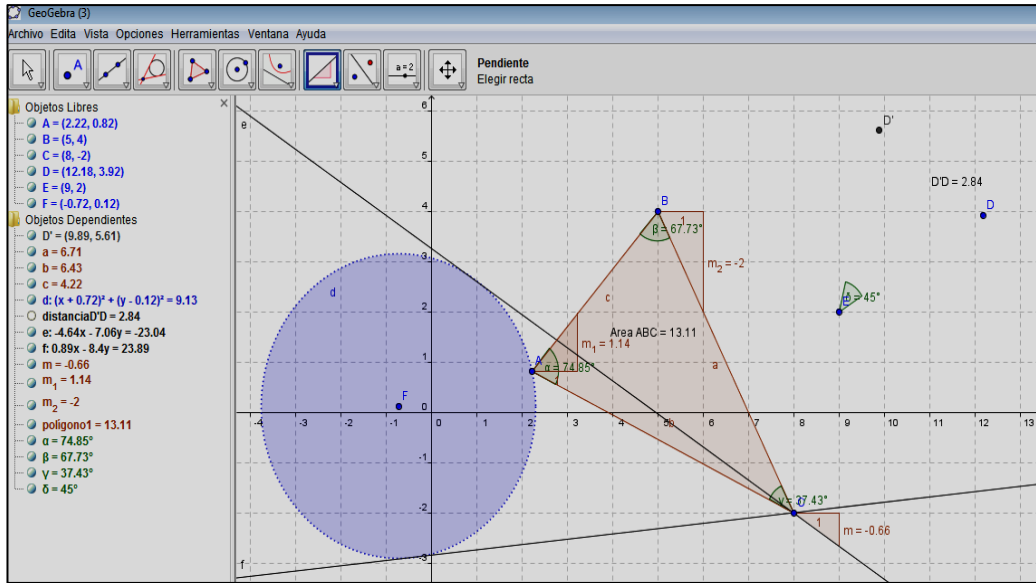


Gráfico N° 45: Trazo del polígono, ángulo, pendiente
Elaborado por: Bedoya I.

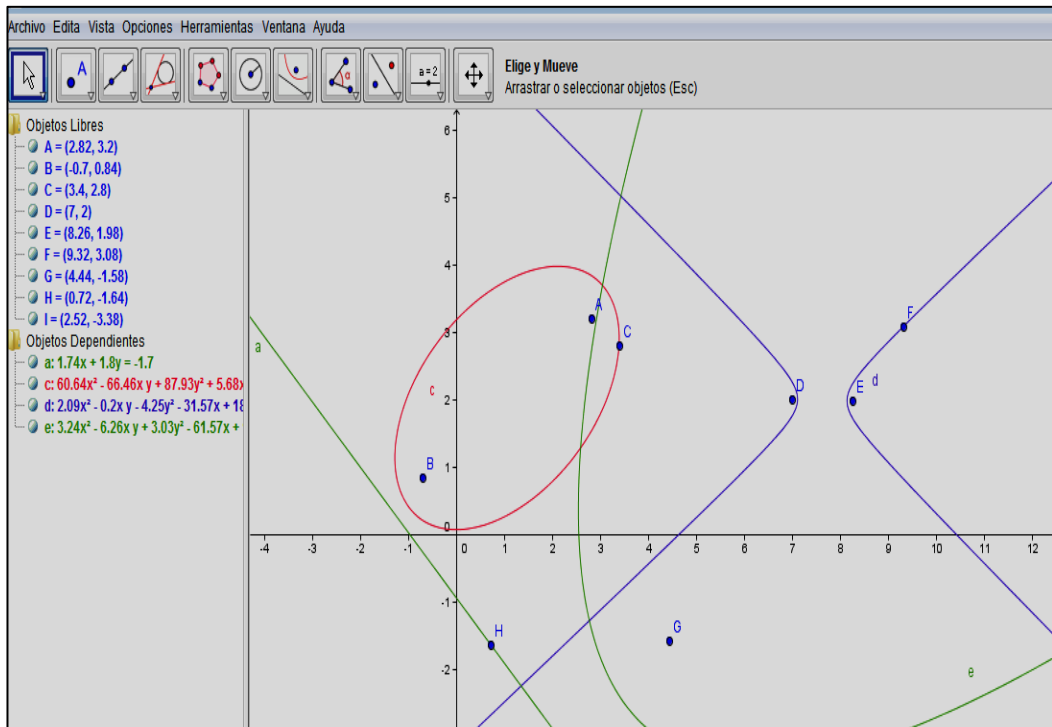


Gráfico N° 46: Trazo de cónicas
Elaborado por: Bedoya I.

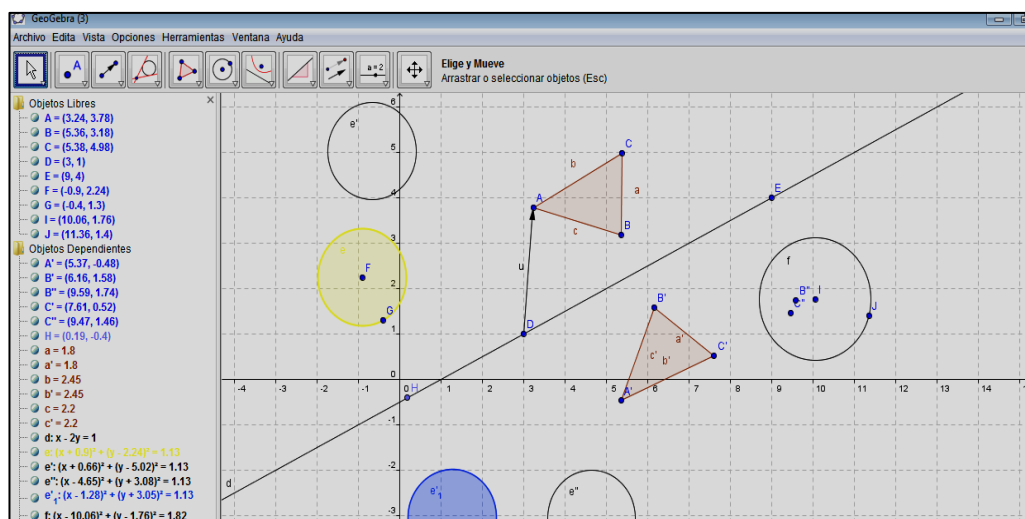


Gráfico N° 47: Reflexiones, rotaciones, traslaciones en GeoGebra
Elaborado por: Bedoya I.

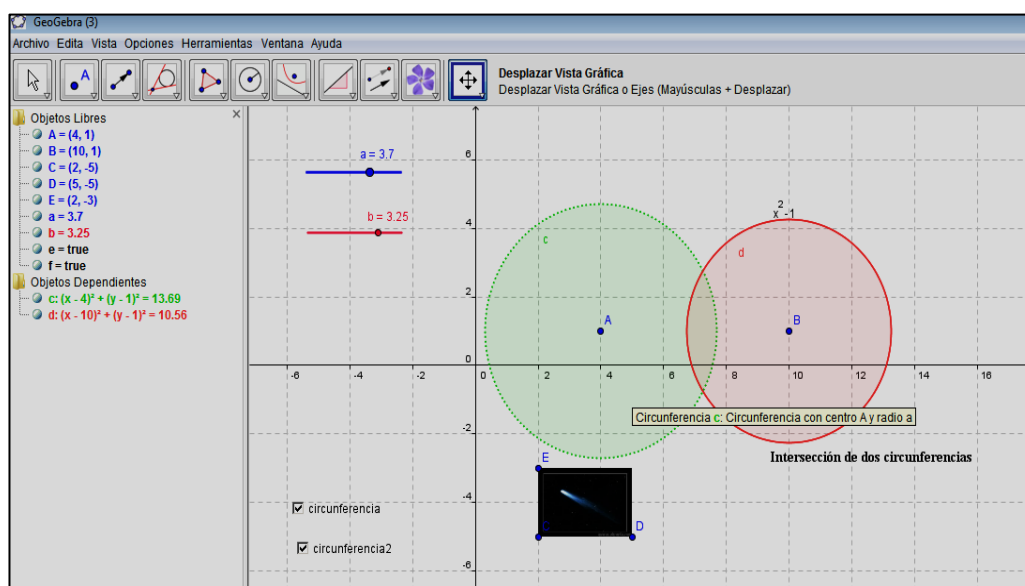


Gráfico N° 48: Deslizador, casilla de control, entre otros en GeoGebra

Elaborado por: Bedoya I.

6.8. METODOLOGÍA Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS

6.8.1. Propuestas Didácticas

La propuesta didáctica incluye la planificación de las actividades por unidades que sustentan la propuesta metodológica.

Cuadro Nº 50: Propuesta Didáctica Unidad 1

UNIDAD 1: CONCEPTOS BÁSICOS DE SEGMENTOS Y POLÍGONOS					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Resolver problemas asociando la aplicación de los conceptos básicos sobre segmentos y polígonos, mediante la investigación de gráficos en GeoGebra para facilitar el planteamiento de modelos					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas prácticos y teóricos aplicando los conceptos, técnicas y procedimientos relativos a propiedades geométricas y analíticas de segmentos y polígonos así como la división de un segmento, distancia entre dos puntos, inclinación y pendiente y el cálculo de perímetros y áreas de figuras planas, ejercitando sus habilidades comunicativas a nivel oral y escrito así como las habilidades tecnológicas para graficar en GeoGebra	Longitud de un segmento y distancia entre dos puntos. División de un segmento en una razón dada. Ángulo de inclinación y pendiente. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad. Perímetros y áreas de polígonos. Puntos y líneas notables de un triángulo Rotación Traslación	Proponer problemas que en su modelación algebraica o geométrica involucren puntos, segmentos, rectas y polígonos referidos a un sistema de ejes coordenados. Relacionar los elementos que plantean el problema o ejercicio para determinar cuáles conceptos y técnicas son aplicables o más apropiados para desarrollar las estrategias que conduzcan a la solución. Graficar en GeoGebra	Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebra	Resuelve problemas prácticos y teóricos aplicando los conceptos, técnicas y procedimientos relativos a propiedades geométricas y analíticas de segmentos y polígonos así como la división de un segmento, distancia entre dos puntos, inclinación y pendiente y el cálculo de perímetros y áreas de figuras planas, ejercitando sus habilidades comunicativas a nivel oral y escrito así como las habilidades tecnológicas para graficar en Geogebra	Técnica: Taller Observación Prueba Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario

Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 51: Propuesta Didáctica Unidad 2

UNIDAD 2: LA LÍNEA RECTA					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la recta utilizando GeoGebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas con ecuaciones y propiedades de la recta donde la razón de cambio o tasa de crecimiento se mantiene constante, aplicando conceptos, técnicas y procedimientos referentes a puntos, segmentos, ecuaciones y gráficas de rectas en GeoGebra, determinando su uso conveniente de acuerdo con los datos disponibles, y las distintas formas de la ecuación de la recta	Formas de la ecuación de la recta: punto pendiente, conocidos dos puntos, simétrica Forma general, conversión de una ecuación de la recta a la forma general y viceversa Ecuaciones de las líneas notables de un triángulo	Recurrir a la propiedad que caracteriza a los puntos de una recta para averiguar en un problema de aplicación práctica si existe una relación lineal entre las variables En un enunciado: verificar si se menciona una tasa, o razón promedio de cambio, que se mantenga constante Resolver diversos ejercicios de aplicación de las formas de la ecuación de la recta. Graficar en GeoGebra	Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebra	Resuelve problemas con ecuaciones y propiedades de la recta donde la razón de cambio o tasa de crecimiento se mantiene constante, aplicando conceptos, técnicas y procedimientos referentes a puntos, segmentos, ecuaciones y gráficas de rectas, determinando su uso conveniente de acuerdo con los datos disponibles, y las distintas formas de la ecuación de la recta	Técnica: Observación Taller Prueba Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario

Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 52: Propuesta Didáctica Unidad 3

UNIDAD 3: LA CIRCUNFERENCIA					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la circunferencia utilizando GeoGebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESSENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas, ejercicios y situaciones que involucren ecuaciones ordinarias y generales de la circunferencia, mediante la aplicación de sus propiedades geométricas y analíticas, combinando con ecuaciones de rectas y conceptos analíticos básicos sobre rectas, segmentos y triángulos, graficándolos en GeoGebra	Obtención de la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y fuera del origen, la forma general y dados tres puntos (al menos tres métodos) Condiciones geométricas y analíticas para determinar una circunferencia	Relacionar los elementos que plantea un problema de aplicación práctica para determinar cuáles conceptos y técnicas es aplicable o más apropiado para desarrollar las estrategias que conduzcan a su solución. Dibujar circunferencias en GeoGebra de acuerdo a los datos para obtener sus elementos u otras aplicaciones	Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebraTextos	Resuelve problemas, ejercicios y situaciones que involucren ecuaciones ordinarias y generales de la circunferencia, mediante la aplicación de sus propiedades geométricas y analíticas, combinando con ecuaciones de rectas y conceptos analíticos básicos sobre rectas, segmentos y triángulos, graficándolos en GeoGebra	Técnica: Observación Taller Prueba Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario

Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 53: Propuesta Didáctica Unidad 4

UNIDAD 4: LA PARÁBOLA					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la parábola utilizando GeoGebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESSENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas y situaciones que involucren la aplicación de las ecuaciones de la parábola, mediante la aplicación de conceptos analíticos básicos, relativos a rectas, segmentos y triángulos recuperando las propiedades geométricas y analíticas de las parábolas visualizando las gráficas construidas en GeoGebra	Parábolas horizontales y verticales Ecuaciones si $C(0,0)$ Elementos. Gráficas. Ecuaciones $C(h,k)$. Ecuación general de las cónicas. Ecuación de las tangentes	Graficar una parábola, para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas, ejercicios y realizar construcciones en GeoGebra	Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebra	Resolver problemas y situaciones que involucren la aplicación de las ecuaciones de la parábola, mediante la aplicación de conceptos analíticos básicos, relativos a rectas, segmentos y triángulos recuperando las propiedades geométricas y analíticas de las parábolas visualizando las gráficas construidas en GeoGebra	Técnica: Observación Taller Prueba Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario

Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 54: Propuesta Didáctica Unidad 5

UNIDAD 5: LA ELIPSE					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la elipse utilizando GeoGebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESSENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Definir a cada una de la cónica elipse, mediante la presentación de la gráfica y la deducción de sus propiedades. Realizar gráficos de la cónica elipse en el plano con GeoGebra e identificar sus elementos. Asociar las ecuaciones de la cónica elipse con las gráficas y sus elementos en los diferentes casos. Identificar a las cónicas en la ecuación general determinando las condiciones de cada una de ellas.	Elipse horizontal y vertical: ecuaciones si $C(0,0)$ Elementos. Gráficas. Ecuaciones $C(h,k)$. Ecuación general de las cónicas.	Graficar una elipse en GeoGebra para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas y ejercicios.	Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebra	Reconoce a la cónica al determinar su ecuación cuando el $C(0,0)$. Determina sus elementos, asociando la ecuación y la gráfica. Determina la gráfica si su $C(h,k)$ relacionando con sus ecuaciones y propiedades. Identifica las cónicas según su ecuación y determina sus elementos y gráfica en GeoGebra.	Técnica: Observación Taller Prueba Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario

Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 55: Propuesta Didáctica Unidad 6

UNIDAD 6: LA HIPÉRBOLA					
EJE CURRICULAR INTEGRADOR: Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.					
EJES DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
OBJETIVOS EDUCATIVOS: Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la hipérbola utilizando GeoGebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>Definir a la cónica hipérbola, mediante la presentación de la gráfica y la deducción de sus propiedades.</p> <p>Realizar gráficos de la cónica hipérbola en el plano con GeoGebra e identificar sus elementos.</p> <p>Asociar las ecuaciones de la cónica con las gráficas y sus elementos en los diferentes casos.</p> <p>Identificar a la cónica en la ecuación general determinando las condiciones de cada una de ellas.</p>	<p>Hipérbola horizontal y vertical: ecuaciones si $C(0,0)$ Elementos. Gráficas. Ecuaciones $C(h,k)$.</p> <p>Ecuación general de las cónicas.</p>	<p>Graficar una hipérbola en GeoGebra para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas y ejercicios.</p>	<p>Textos Texto con aplicaciones en GeoGebra Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software GeoGebra</p>	<p>Reconoce a la cónica al determinar su ecuación cuando el $C(0,0)$.</p> <p>Determina sus elementos, asociando la ecuación y la gráfica.</p> <p>Determina la gráfica si su $C(h,k)$ relacionando con sus ecuaciones y propiedades.</p> <p>Identifica las cónicas según su ecuación y determina sus elementos y gráfica en GeoGebra.</p>	<p>Técnica: Observación Taller Prueba</p> <p>Instrumento: Lista de cotejo Cuestionario</p>

Elaborado por: Bedoya I.

6.8.2. Propuesta Metodológica

Se preparó el siguiente texto sobre la recta y las Cónicas con actividades en GeoGebra, utilizando la siguiente metodología en todas las unidades:

“En las matemáticas es donde el espíritu encuentra los elementos que más ansía: la continuidad y la perseverancia”.
Jacques Anatole France

UNIDAD 1

CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE SEGMENTOS Y POLÍGONOS

PARQUE DE LA FAMILIA

A un lado de la carretera de Latacunga a Salcedo el Consejo Provincial desea construir un Parque para la Familia, en forma de triángulo isósceles. Al momento de imprimir la ubicación de coordenadas del parque que ha realizado el topógrafo solamente se pueden visualizar los puntos B (-5, 2) y C (3, 2) que son los extremos del lado desigual y en el cuadro informativo solo se puede leer que el área del parque es de 24 Km^2 . Este documento llega a manos del encargado de parques y jardines junto con una cantidad suficiente de árboles de Aliso (planta nativa del sector) para hacer una cerca viva (el frente de la carretera debe quedar sin cercar); el jardinero miró y pensó detenidamente, ¿tendré que cercar 16 Km o 14 Km? ¡Ayúdale por favor!

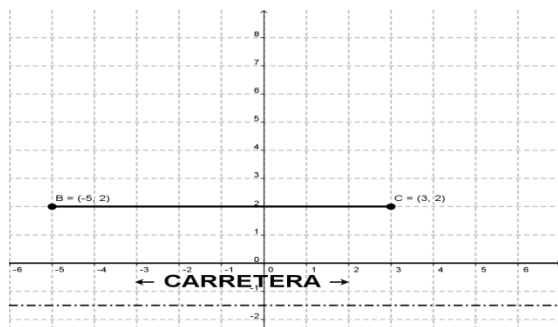


Gráfico N° 49: Datos del problema

Elaborado por: Bedoya I.

Si consideras (x, y) como las coordenadas del tercer vértice **A**, de la información sabes que el ΔABC es isósceles, entonces:

$$\overline{BA} = \overline{CA}$$

Aplica la fórmula de distancia entre dos puntos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

La igualdad será equivalente a

$$\sqrt{(x + 5)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 2)^2}$$

Si elevas al cuadrado los dos lados de la igualdad, obtendrás:

$$(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = (x - 3)^2 + (y - 2)^2$$

Desarrolla el cuadrado de los binomios no semejantes:

$$x^2 + 10x + 25 + (y - 2)^2 = x^2 - 6x + 9 + (y - 2)^2$$

Simplificando los términos semejantes y reagrupando obtendrás:

$$16x = -16$$

Al dividir para 16, sabrás que $x = -1$

Has llegado a obtener la ecuación de una recta, de la forma $x = k$, es una recta vertical y se trata de la mediatriz del segmento \overline{BC} . Como en un triángulo isósceles la mediatriz del lado desigual pasa por el tercer vértice, entonces concluyes que:

$$A \in L_1: x = -1$$

Por otra parte se sabe que el área del parque $S(\Delta ABC) = 24 \text{ Km}^2$, utiliza entonces la fórmula del área de un triángulo en función de sus coordenadas:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

Cuyo desarrollo es: $S = \frac{1}{2} |x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_1y_3 - x_3y_2 - x_2y_1|$

Para este caso:

$$24 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ x & y \\ -5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Desarrollando el determinante, se tiene.

$$24 = \frac{1}{2} | 3y + 2x - 10 - 2x + 5y - 6 |$$

Reduce términos semejantes

$$24 = \frac{1}{2} | 8y - 16 |$$

Extrae factor común

$$24 = \frac{1}{2} (2) | 4y - 8 |$$

Simplifica

$$| 4y - 8 | = 24$$

De la definición de valor absoluto, tienes que

$$4y - 8 = 24 \quad \text{ó} \quad 4y - 8 = -24$$

Despeja y , tendrás

$$y = 8 \quad \text{ó} \quad y = -4$$

Son dos ecuaciones de rectas que contienen a la ordenada del vértice **A**, son de la forma $y = k$, son horizontales. $L_2: y = 8$; $L_3: y = -4$

Como **A** debe estar del mismo lado de la carretera en que están **B** y **C**, entonces debes considerar que $A \in L_2: y = 8$

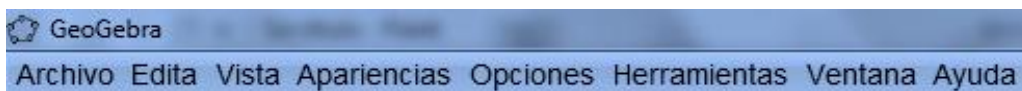
La intersección de estas dos rectas: $L_1 \cap L_2 = (x = -1) \cap (y = 8) = \mathbf{A (-1, 8)}$

¡Felicitaciones! Has encontrado las coordenadas del tercer vértice **A**

Puedes observar su gráfica:

En la parte superior se encuentran los **Menús** y las **Herramientas**(barra de botones). Se despliegan al hacer clic sobre ellos.

Los **Menús**:



Barra de Herramientas:



En la parte central, la **Vista Algebraica** a la izquierda, la gran **Vista Gráfica** central y la **Hoja de Cálculo** a la derecha (oculta por defecto), permite la visualización de tres diferentes representaciones de un objeto (representación gráfica, algebraica y tabular)

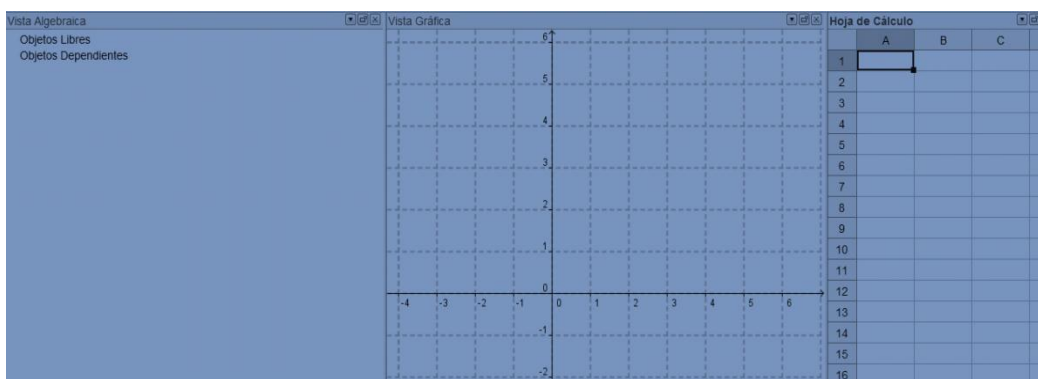


Gráfico N° 51: Vistas en Geogebra
Elaborado por: Bedoya I.

Estas tres perspectivas ofrecen:

Cuadro N° 56: Descripción Vistas en GeoGebra

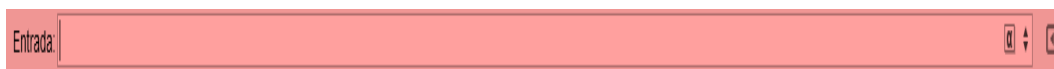
Vista Algebraica	Vista Gráfica	Vista Hoja de Cálculo
Aparece lo ingresado como coordenadas,	Aparece la representación gráfica de	Tiene un sistema de identificación similar al

ecuaciones, comandos y funciones que simultáneamente se representan gráficamente en la Vista Gráfica	los objetos que corresponden a cada expresión de la Vista Algebraica. Se pueden construir figuras ingresando datos desde la Barra de Entrada donde cada botón representa una caja de selecciones que se despliegan con un clic sobre la flechita del vértice inferior derecho del recuadro del botón	empleado por el programa Excel. En cada celda se puede ingresar tanto números como coordenadas de puntos, funciones, comandos
Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a cada Vista en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas.		

Elaborado por: Bedoya I.

En la parte inferior, está la **Barra de Entrada** de teclado (comandos y operaciones de ingreso directo), compuesta de izquierda a derecha: por el botón de Ayuda a la Entrada, la Barra de Entrada y tres listas desplegables con operadores y funciones, letras griegas y comandos.

El programa tiene la capacidad de autocompletado, que permite ingresar unas pocas letras de un comando para que GeoGebra lo coloque automáticamente, con una indicación de la sintaxis.



ALGUNOS TRUCOS

- El ítem **Deshace** del menú **Edita** es muy útil para rectificar y anular las últimas operaciones.
- El aspecto (color, grosor, estilo, etc.) de cualquier objeto gráfico se redefine en la ventana emergente de la opción **Propiedades** del menú

contextual que se despliega con un clic derecho del mouse sobre el objeto a modificarse.

- El menú **Vista** permite determinar si se va a exponer u ocultar la Vista Algebraica, los ejes de coordenadas y la cuadrícula.

¡AHORA A PRACTICAR!

Actividad A.-

Tres vértices de un paralelogramo ABCD son $A(-4,1)$, $B(2,3)$ y $C(8,9)$. Hallar el vértice D , sabiendo que AC es una de sus diagonales. Calcular el área y el perímetro del paralelogramo.

Construcción:

1. Inserta los puntos A , B y C con ayuda de la herramienta **Nuevo punto** o escribe con el teclado en la **Barra de entrada** las coordenadas, luego de cada ingreso pulsa enter. Con un clic derecho en el punto y la opción **Propiedades de objeto** se puede elegir el color, estilo, nombre y valor.
2. Utiliza la herramienta **Segmento entre dos puntos** para graficar los lados AB , BC y la diagonal AC del paralelogramo
3. Como las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio, utiliza la herramienta **Punto medio o centro** para determinar $P(2,5)$ que es el punto medio de la diagonal AC
4. P también es el punto medio de la diagonal BD , utiliza la herramienta **Refleja objeto por punto**, entonces se obtendrá $B' = D(2,7)$. Puedes graficar la diagonal BD con la misma herramienta del paso 2. Para el cálculo analítico deberás despejar de la fórmula de coordenadas del punto medio entre dos extremos
5. A continuación, selecciona la herramienta **Polígono** para marcar los cuatro vértices del paralelogramo, hacer clic sobre el primer vértice para cerrar el polígono.

6. Selecciona la herramienta **Inserta texto**, clic en cualquier parte de la vista gráfica, se despliega un cuadro de diálogo, elige **Fórmula LaTeX**, clic en **Objeto** y selecciona **Área** automáticamente en Vista Previa de este cuadro de diálogo aparecerá el valor del área, clic en **OK**, aparecerá este valor en la Vista gráfica, modifica el texto para que aparezca: Área del paralelogramo = 24.
7. Opera de la misma manera pero en **Objeto** selecciona **Perímetro**, modifica el texto para que aparezca: Perímetro del paralelogramo = 29,62
8. ¿Qué ocurre al arrastrar cualquiera de los vértices? Selecciona la herramienta **Elige y Mueve** clic en el vértice A, el paralelogramo cambia de posición, ¿se modifica el tamaño? ¿Hay cambio en los valores del área y del perímetro? Realiza conjeturas respecto al cumplimiento de la propiedad de las diagonales para cualquier paralelogramo.

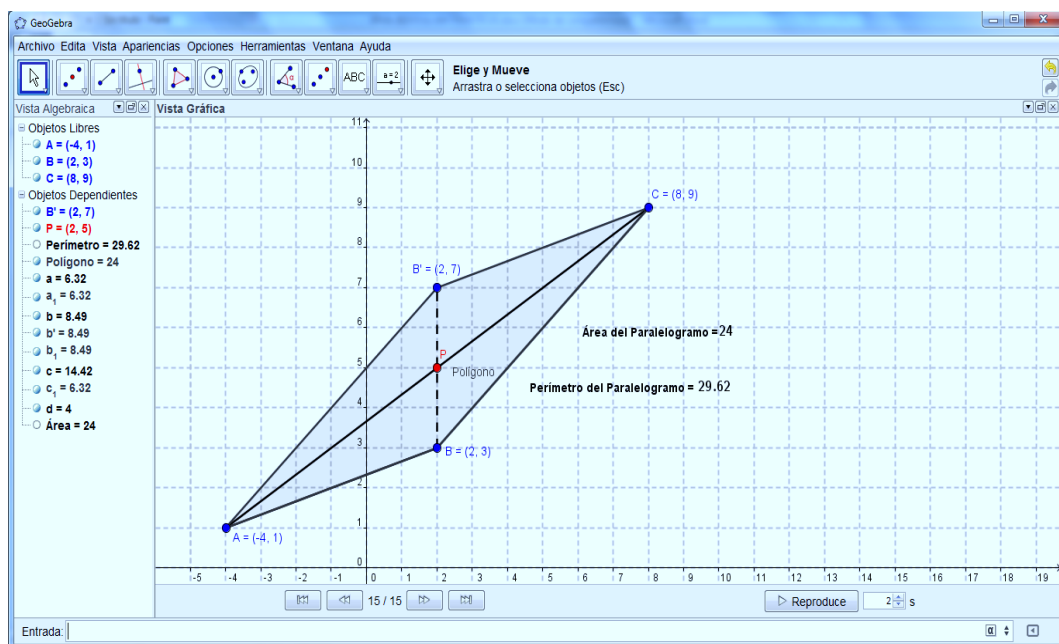


Gráfico N° 52:Perímetro del Paralelogramo
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

Dibujar un cuadrilátero cuyos vértices estén sobre una circunferencia. Calcular la pendiente de cada lado. Modifica el tamaño y la posición de los

distintos objetos para determinar cuáles son dependientes y cuáles independientes.

Construcción:

1. Seleccionar **Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos**
2. Situar el cursor en una parte libre de la hoja de trabajo (vista gráfica) y al pulsar el botón izquierdo del mouse, se dibujará un punto que corresponde al centro de la circunferencia
3. Al desplazar el mouse aparecerá la circunferencia cuyo centro corresponde al punto del paso 2
4. Da clic para fijar la circunferencia, aparecerá un nuevo punto, lo que significa que se ha establecido el tamaño del radio y por tanto, la circunferencia queda determinada
5. Seleccionar la herramienta **Polígono** para marcar a continuación los cuatro vértices. Acercar el puntero a la circunferencia, clic para que aparezca el primer vértice del polígono, repetir este paso para crear los otros tres vértices, hacer clic sobre el primer vértice para cerrar el polígono
6. Para calcular el área, Clic en **Comando** junto a la barra de entrada, selecciona geometría, selecciona “Área<polígono>” o “Perímetro<polígono>”, el área también se visualiza por defecto en vista algebraica
7. Intenta modificar el tamaño y la posición de los objetos, escribe tus conclusiones:
 - ¿qué ocurre al arrastrar la circunferencia?
 - ¿qué ocurre al arrastrar el centro de la circunferencia?
 - ¿qué ocurre al arrastrar cualquiera de los vértices del polígono?
 - ¿es posible mover el polígono?

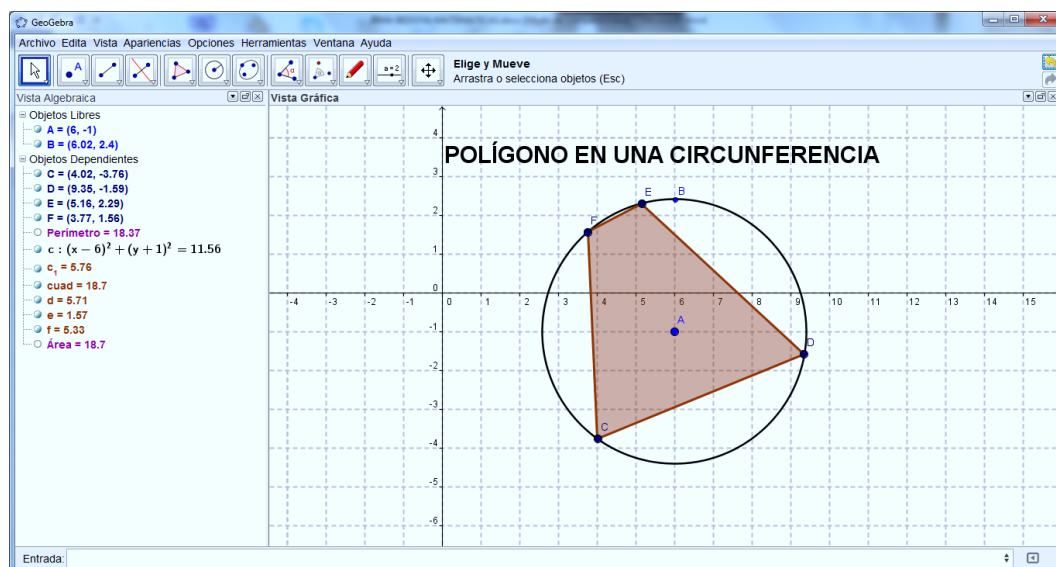


Gráfico N° 53: Polígono en una Circunferencia
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Construye este triángulo dinámico para aprender a utilizar algunas herramientas de GeoGebra

Construcción:

1. Selecciona la herramienta **Semicircunferencia dados dos puntos** y da clic en dos posiciones de la vista gráfica.
2. Selecciona **Punto medio** y pulsa en los extremos de la semicircunferencia, luego une este punto medio con el extremo izquierdo de la semicircunferencia a través de un segmento para ello selecciona **Segmento entre dos puntos**.
3. Selecciona **Recta perpendicular** para trazarla entre el punto medio y el segmento del paso 2.
4. Debes reflejar el punto medio a través del extremo derecho de la semicircunferencia, elige **Refleja objeto por punto**.
5. Traza otra semicircunferencia desde el punto medio hacia el punto recién reflejado, utiliza otra vez **Semicircunferencia dados dos puntos**.
6. Selecciona **Intersección de dos objetos** para hallar los puntos de corte entre: la perpendicular con la semicircunferencia y entre las dos semicircunferencias.

7. Nuevamente selecciona **Refleja objeto por punto** para reflejar el punto de intersección con la perpendicular a través del punto medio.
8. Con la herramienta **Arco de circunferencia con centro entre dos puntos** traza el arco con centro en el punto medio y extremos la intersección de los arcos anteriores y el último punto reflejado.
9. Usando **Nuevo punto** ubica tres puntos: uno en el segmento, otro en la primera semicircunferencia y el tercero en el último arco trazado.
10. Con la herramienta **Polígono** forma el triángulo uniendo los puntos recién trazados, tal que cuando el vértice que se desplaza por el segmento se ubique en el punto medio del primer arco, el segundo vértice se ubique en la intersección de los arcos y el tercero en el extremo derecho de la otra semicircunferencia, entonces se formará un Triángulo Equilátero.
11. Al mover los vértices como lo desees descubrirás las diversas formas de un triángulo.

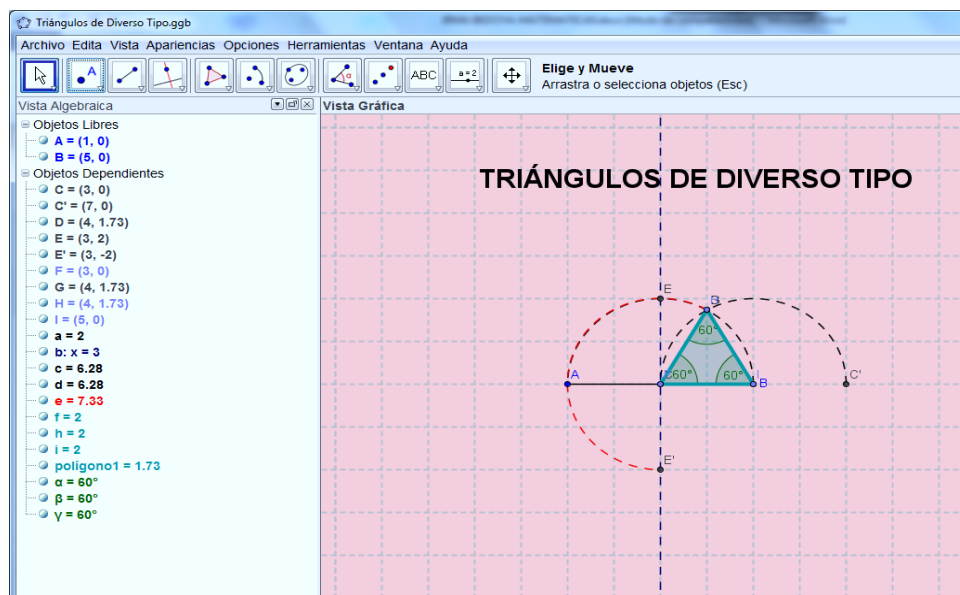


Gráfico N° 54: Triángulos de Diverso Tipo
Elaborado por: Bedoya I.

PUNTOS Y LÍNEAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Actividad D.-

En un triángulo ABC traza las Mediatrices (Mediatriz es la recta perpendicular en el punto medio de un segmento) para hallar el Circuncentro y construir la circunferencia circunscrita, aprovechando las características del programa para mover los objetos iniciales, investiga:

- a. ¿Qué tipo de triángulo hará que el circuncentro sea un punto interior al triángulo?*
- b. ¿Cuándo el circuncentro será un punto exterior al triángulo?*
- c. ¿Cuándo estará el circuncentro sobre el perímetro del triángulo?*
- d. ¿Hay algún triángulo en el que el circuncentro sea uno de sus vértices?*

Construcción:

1. Selecciona la herramienta **Polígono** para construir el triángulo ABC
2. Selecciona **Mediatriz** para trazar las tres mediatrices del triángulo ABC
3. Mediante **Intersección de dos objetos** encuentra el circuncentro que es el centro de la circunferencia circunscrita
4. Selecciona **Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos**, da clic en el circuncentro y en uno de los vértices del triángulo, ya que esta circunferencia pasa por los tres puntos del triángulo ABC
5. Selecciona la herramienta **Elige y mueve** para que puedas arrastrar los objetos independientes y puedas investigar a fin de responder lo que se te plantea, escribe tus conclusiones

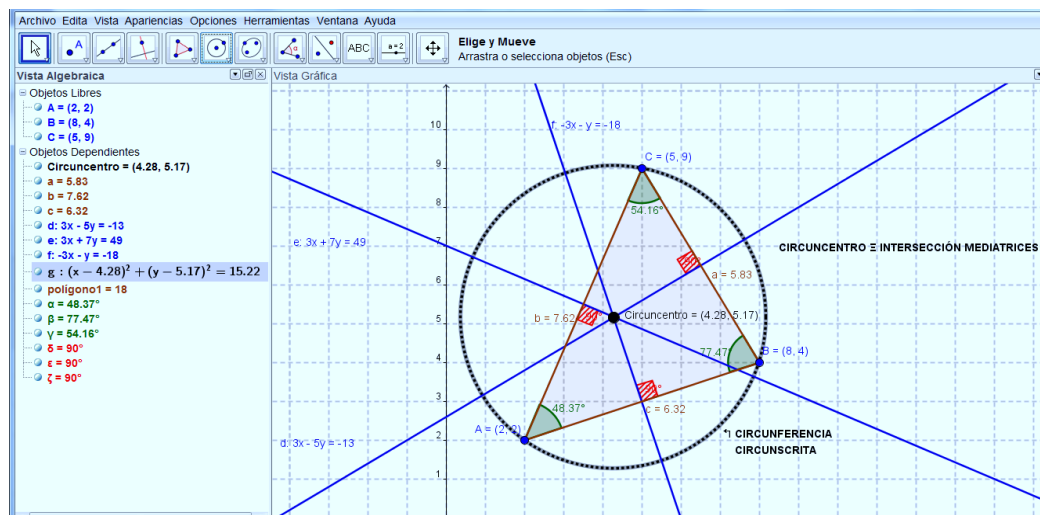


Gráfico N° 55: Circuncentro e Intersección Mediatrices
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

En un triángulo ABC traza las Medianas (Mediana es el segmento que parte desde un vértice hacia el punto medio del lado opuesto del triángulo) y encuentra el Baricentro.

Construcción:

1. Selecciona la herramienta **Polígono** para construir el triángulo ABC.
2. Selecciona **Punto medio** y da clic en cada lado del triángulo. Luego con la herramienta **Segmento entre dos puntos** traza las tres Medianas del triángulo ABC.
3. Mediante **Intersección de dos objetos** encuentra el Baricentro G que es el centro de gravedad del triángulo ABC.

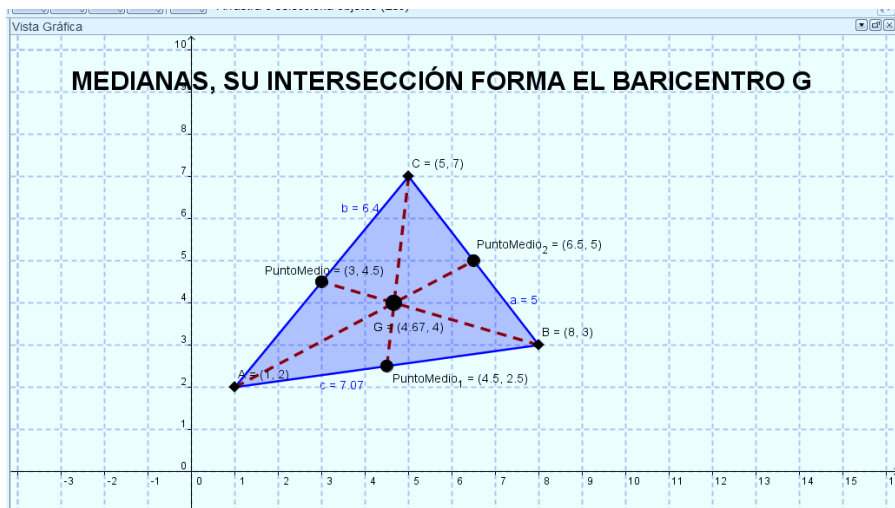


Gráfico N° 56: Medianas, su Intersección el Baricentro G
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad F.-

En un triángulo ABC traza las Alturas (Altura es el segmento perpendicular a un lado del triángulo y parte desde un vértice) y encuentra el Ortocentro H e investiga:

- ¿Qué tipo de triángulo hará que el ortocentro sea un punto interior al triángulo?*
- ¿Cuándo el ortocentro será un punto exterior al triángulo?*
- ¿Hay algún triángulo en el que el ortocentro sea uno de sus vértices?*

Construcción:

1. Selecciona la herramienta **Polígono** para construir el triángulo ABC.
2. Selecciona **Recta perpendicular** para trazar las tres alturas del triángulo.
3. Mediante **Intersección de dos objetos** encuentra el ortocentro H.
4. Selecciona la herramienta **Elige y mueve** para arrastrar los objetos independientes y puedas investigar a fin de responder lo que se te plantea, escribe tus conclusiones.

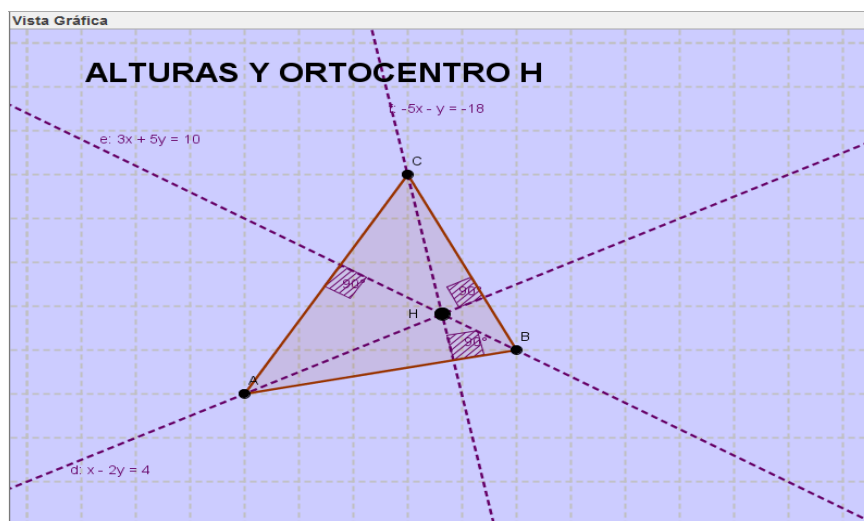


Gráfico N° 57: Alturas y Ortocentro H
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad G.-

En un triángulo ABC traza las Bisectrices (Bisectriz es la recta que biseca al ángulo), encuentra el Incentro y traza la circunferencia inscrita al triángulo.

Construcción:

1. Selecciona la herramienta **Polígono** para construir el triángulo ABC.
2. Selecciona **Bisectriz** para trazar las tres bisectrices del triángulo, al hacerlo se trazan las dos bisectrices, con el puntero selecciona la bisectriz externa con clic derecho se despliega el cuadro contextual y elige con un clic izquierdo Mostrar objeto, entonces se oculta esta recta.
3. Mediante **Intersección de dos objetos** encuentra el Incentro I.
4. Selecciona **Recta Perpendicular** y traza desde I el Incentro hasta uno de los lados, pues la circunferencia circunscrita es tangente a los lados del triángulo. Traza también el punto de intersección.
5. Mediante **Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos**, clic en el Incentro y en el punto de intersección de la perpendicular y el segmento para fijar la Circunferencia Inscrita.
6. Selecciona la herramienta **Elige y mueve** para que puedas arrastrar los objetos independientes y puedas investigar lo que sucede en otro tipo de triángulos.

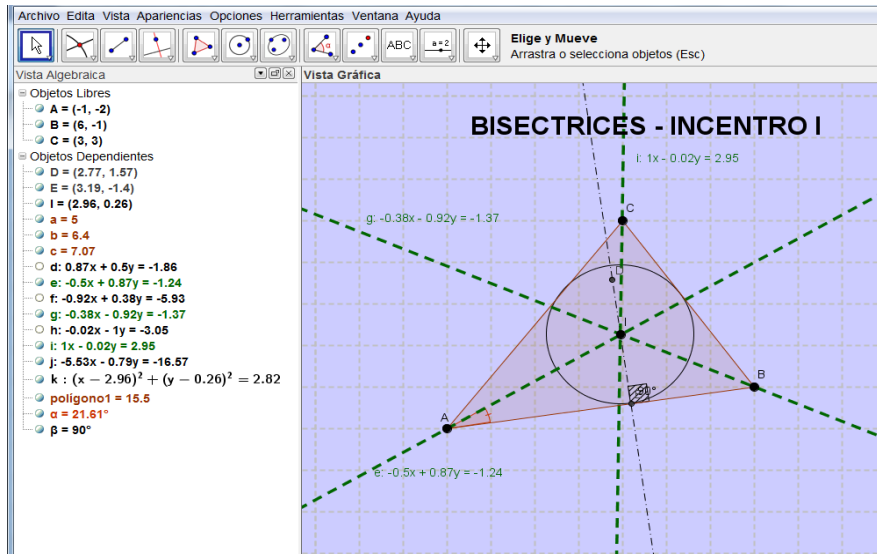


Gráfico N° 58: Bisectrices – Incentro
Elaborado por: Bedoya I.

ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA TRABAJAR EN EQUIPOS.-

- En un triángulo ABC, comprobar que el Baricentro, el Circuncentro y el Ortocentro están siempre alineados, ésta recta se conoce como la **Recta de Euler**.
- En un triángulo ABC, comprobar que las bisectrices exteriores de dos ángulos A y C, y la bisectriz interior del otro ángulo B se cortan en un punto denominado exincentro, que es el centro de la circunferencia tangente al lado AC y a la prolongación de los lados AB y BC.

¡DESARROLLANDO LA CREATIVIDAD!!!!!!

MOVIMIENTOS Y TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

TRASLACIÓN: En geometría muchas veces se necesita trasladar figuras o curvas en el plano, la herramienta **Traslada objeto por un vector** nos permite obtener la imagen de un objeto al que se le aplica una traslación determinada por

un vector creado previamente. Se puede realizar mosaicos que se construye repitiendo en forma ordenada una o varias figuras geométricas.

Actividad H.-

Construye un mosaico a partir de una figura geométrica irregular

Construcción:

1. Dibuja un triángulo ABC a través de la herramienta **Polígono**.
2. A partir del punto A, con el final en el punto B, con **Segmento entre dos puntos** dibuja tres segmentos que no tiene por qué ser iguales. De la misma manera realiza en el segmento AC, iniciando en A y finalizando en C.
3. Define un punto F con la herramienta **Punto medio** del lado BC y selecciona **Nuevo punto** para ubicar el punto H al interior del triángulo, sobre el que realizarás una simetría con respecto al punto F para obtener el punto H', selecciona **Refleja objeto por punto**.
4. Con la herramienta **Polígono** define la figura geométrica que vas a utilizar para realizar el mosaico, coloreamos para mejorar el efecto. Oculta el polígono inicial.
5. Define los vectores AB y CB con la herramienta **Vector entre dos puntos**.
6. Realiza traslaciones seleccionando **Traslada objeto por un vector**, utilizando los vectores anteriores y ocultando previamente todos los vértices. Puedes variar la forma si mueves algún vértice de la figura original que se trasladó.

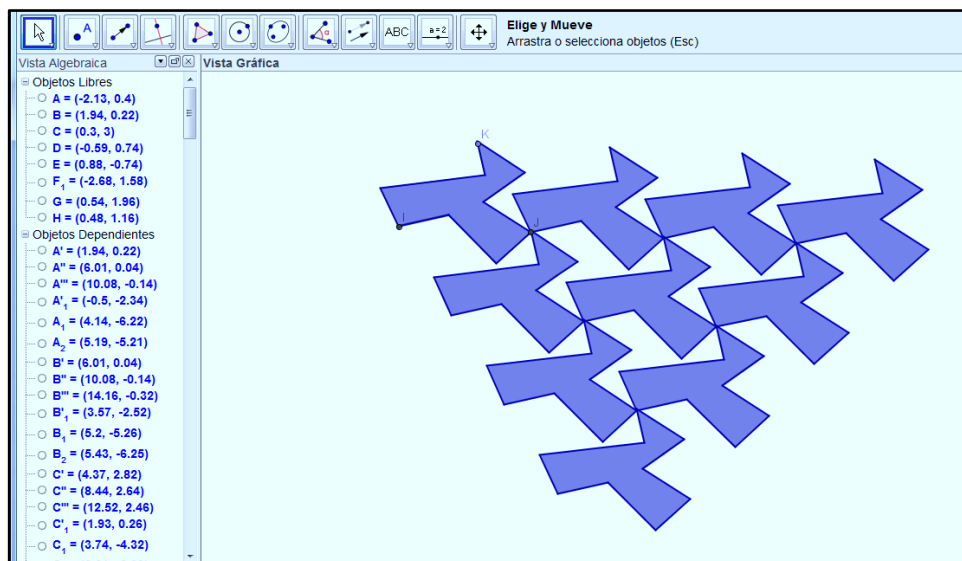


Gráfico N° 59: Figura Geométrica Irregular
Elaborado por: Bedoya I.

ROTACIÓN: Permite dibujar la imagen de un objeto al que se le aplica un giro cuyo ángulo está determinado por un valor numérico

Actividad I.-

Rotación de un triángulo presentado en forma dinámica

Construcción:

1. Ubica el punto con **Nuevo punto**.
2. Ingresa un deslizador α con la herramienta **Deslizador**, que va de 0° a 360° en sentido anti horario.
3. Ubicar los puntos A, B y C con **Nuevo punto**.
4. Selecciona **Polígono** para formar el triángulo.
5. Selecciona **Rota objeto en torno a un punto**, en el cuadro de diálogo poner en ángulo α . Ten la precaución de borrar antes el 45° que aparece por defecto. Entonces aparecen A', B' y C'.
6. Selecciona **Arco de circunferencia con centro entre dos puntos**, con línea entrecortada trazar los arcos (O, A, A'); (O, B, B'); (O, C, C').

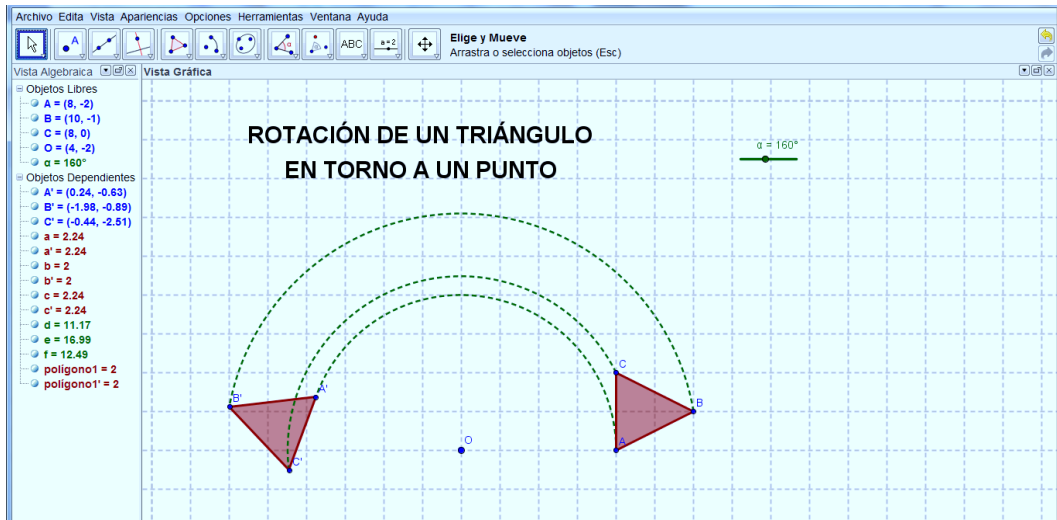


Gráfico N° 60: rotación de un Triángulo en Torno a un Punto
Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 57: GUÍA METODOLÓGICA 1

TEMA: Conceptos Básicos sobre Rectas, Segmentos y Polígonos

OBJETIVO: Resolver problemas asociando la aplicación de los conceptos básicos sobre rectas, segmentos y polígonos, mediante la investigación de gráficos en GeoGebra para facilitar el planteamiento de modelos

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> Prerrequisitos Fundamentación teórica del tema 	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos sobre el tema. (comprensión de conceptos teóricos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> Análisis crítico Modelización matemática Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

*“Dime algo y lo olvidaré.
Enséñame algo y lo recordaré.
Pero hazme partícipe de algo
Y entonces lo aprenderé”
Proverbio Chino*

UNIDAD 2

LA LÍNEA RECTA

LA METÁFORA DE LINKS

Un joven norteamericano, Bacon, estudió Física en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton y allí conoció a Einstein. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, se hizo espía y viajó a Alemania para encontrar al máximo responsable de las investigaciones atómicas realizadas por los nazis, que se escondía bajo el seudónimo de Klingsor. En sus pesquisas lo ayudó un matemático, de nombre Links, que formó parte del equipo de investigación nuclear.

Links se preguntaba por qué el destino le había encomendado esa tarea. Para responder a estos cuestionamientos, el personaje debe contar algo de él:

“Ubico mi nacimiento en el mapa de mi imaginación como un pequeño punto ubicado en el centro de un plano cartesiano. Hacia arriba, en el eje de las y , está todo lo positivo que me ha ocurrido; en contraposición, hacia abajo descubro mis desventuras, retrocesos y requiebros. A la derecha, en el eje de las x , encuentro los actos que me definen, aquellos que voluntariamente he convertido en el centro de mi vida (deseos, anhelos, obsesiones), mientras que, a la izquierda, yacen esas porciones de mi ser que me han modelado contra mi voluntad o mi conciencia, esas partes aparentemente impredecibles o espontáneas que, no puedo negarlo, también me han llevado a donde estoy ahora. ¿Cuál sería el resultado final de un ejercicio como este? ¿Qué forma aparecería en medio de la hoja? ¿Sería posible trazar las coordenadas que he recorrido a lo largo de mi trayecto y obtener, a partir de esa línea, la fórmula que me resuma en cuerpo y alma?

Analiza la metáfora de Links: ¿Sería posible representar una vida mediante una línea recta o curva en un sistema de coordenadas cartesianas?

LA RECETA DE COCINA

Laura trabaja de chef en un hotel de Ambato, para la fiesta de las Flores y de las Frutas debe preparar manzanas rellenas al horno, observa que en la receta de cocina la temperatura es de 120° Celsius (o Centígrados: $^{\circ}\text{C}$) y quiere convertirla a grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) ya que su cocina presenta esta escala. Los datos que ella ha conseguido son: 0°C equivalen a 32°F y 100°C equivalen a 212°F . Ayúdale a Laura a resolver esta situación. ¿De qué modo este problema puede ser resuelto utilizando la ecuación de una recta?

Tú dirás, primero debemos establecer bien nuestras variables, señalando quien hace las veces de y , y quien hace las veces de x .

Nuestras variables claramente son $\left\{ \begin{array}{l} \text{C: grados Centígrados} \\ \text{F: grados Fahrenheit} \end{array} \right.$

Luego:

$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Variable independiente: C} \\ \bullet \text{ Variable dependiente: F} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (\text{C, F}) \\ \swarrow \quad \searrow \\ x \quad \quad y \end{array}$

Entonces los grados Fahrenheit están en función de los grados Centígrados
Ahora, te das cuenta que la información del problema te lleva a establecer dos puntos: $(0, 32)$ y $(100, 212)$ que en un plano de coordenadas resulta:

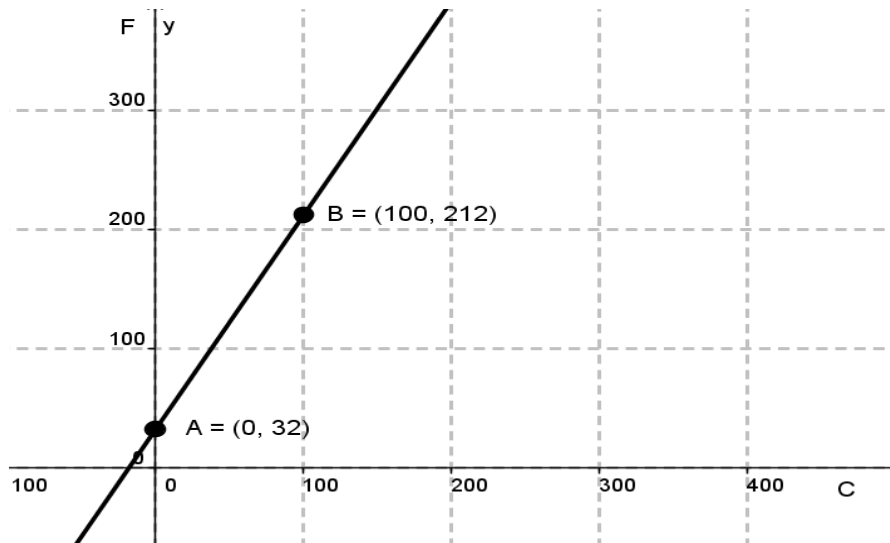


Gráfico N° 61: La receta de cocina
Elaborado por: Bedoya I.

Así ya puedes determinar la ecuación de una recta. Calcula la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ahora en términos de nuestras variables y respetando nuestra selección:

$$m = \frac{F_2 - F_1}{C_2 - C_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$$

Enseguida calcula la ecuación de la recta en la forma punto pendiente:

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

Con la pendiente hallada y cualquiera de los puntos, el que consideres más fácil, en términos de nuestras variables:

$$F - F_1 = m (C - C_1)$$

$$F - 32 = \frac{9}{5}(C - 0)$$

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Así para 120 °C: $F = \frac{9}{5}(120) + 32 = 216 + 32 = 248$

¡Anota la Respuesta!

120 grados Centígrados equivalen a 248 grados Fahrenheit

¡Felicitaciones! ¡Has ayudado a Laura en su receta de cocina y has descubierto una relación lineal!

¿CUÁNTO CUESTA LA GASOLINA?

El gobierno piensa aumentar el precio del galón de gasolina super a una razón constante de 10 centavos de dólar por mes. Si el precio de la gasolina super este mes es de 2 dólares el galón, ¿puedes encontrar una ecuación que relacione el precio de la gasolina con el tiempo medido en meses transcurridos después de implementar la medida?

¡Manos a la obra!

Primero establecemos las variables:

P = precio del galón de gasolina super

t = número de meses después de implementar la medida

Con cada mes que transcurre, existe un nuevo precio:

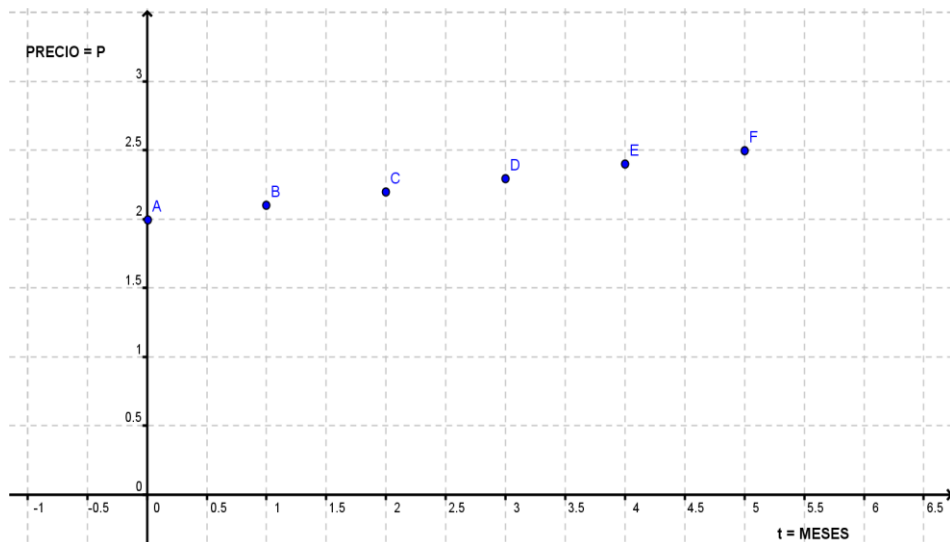


Gráfico N° 62: Incremento mensual de la gasolina
Elaborado por: Bedoya I.

Luego t es la variable independiente, no hay duda que el tiempo es una variable que depende de ella y ella no depende de ninguna, entonces es la primera coordenada; P es la variable dependiente, se tendrán los puntos de coordenadas (t,P)

¡Detente! Vale preguntarse ¿Qué tipo de ecuación debemos encontrar?

La información no dice el tipo de ecuación que debemos encontrar pero como el precio se incrementa a razón constante por mes, entonces la ecuación es lineal.

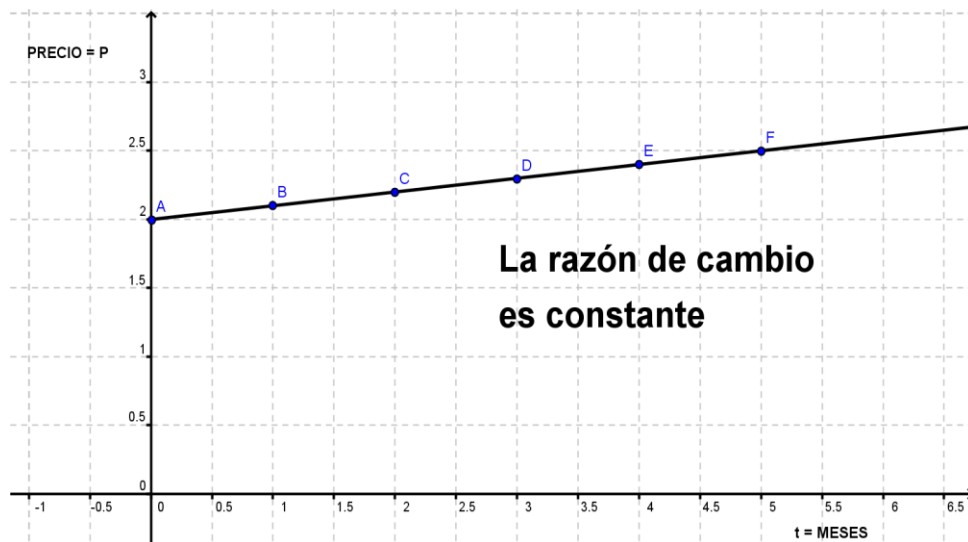


Gráfico N° 63: Razón de cambio
Elaborado por: Bedoya I.

Veamos la información que tenemos: cuando nos dicen que el precio este mes es de 2 dólares, este mes no ha habido aumento; antes del primer mes de aumento, éste era el precio de la gasolina.

Escribimos esta información como punto (t,P) es decir $(0,2)$ luego $t = 0$ meses, $2 =$ Precio antes del primer mes de aumento.

Por otra parte nos habla del aumento a razón constante de 10 centavos de dólar por mes, ésta es la Pendiente m :

$$m = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{0,10}{1} = 0,10 = \frac{1}{10} \} \text{ Es decir 10 centavos de dólar por mes}$$

Para la ecuación de una recta ¿Qué datos tienes?

Así es: la pendiente $m = 0,10$ y el punto $(0,2)$, podrías utilizar la forma de la ecuación de la recta Punto – Pendiente.

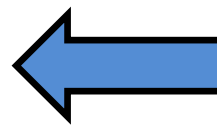
Pero el punto $(0,2)$ está sobre el eje y , este es el corte con el eje y , 2 es la ordenada en el origen, para obtener rápidamente la ecuación de la recta es preferible usar la forma Pendiente – Ordenada en el origen:

$$y = m x + b$$

En términos de nuestras variables:

$$P = m t + b$$

$$P = 0,10 t + 2$$



¡Registra tu respuesta!

¡Muy bien! Encontraste la ecuación que relaciona el precio de la gasolina super con el tiempo transcurrido después de implementar la medida.

TRATANDO DE ESCAPAR

El espía acaba de escapar del centro de operaciones de una banda y está conduciendo un camión a 80 km/h. Al principio, él tiene una ventaja de 45 minutos sobre sus perseguidores. Estos le siguen en un auto a 170 Km/h. La distancia entre el centro de operaciones y la frontera es 111 Km. ¿Alcanza a escapar nuestro héroe?

Estableciendo nuestras variables nos damos cuenta que:

tes el tiempo (en horas) transcurrido desde que empezó la persecución
 d_1 es la distancia (en kilómetros) recorrida durante ese tiempo por el espía
 d_2 es la distancia (en Km) recorrida durante ese tiempo por los bandidos

No cabe duda que t es la variable independiente pues el tiempo es una variable que solo depende de ella misma; mientras que d es la variable dependiente. Además existe una dependencia lineal entre las variables.

De la información concluimos que la ventaja de 45 minutos = $\frac{3}{4}$ hora, en relación a 80 Km / h, indica: $(\frac{3}{4}h) \left(80 \frac{Km}{h}\right) = 60 Km$ Lo que significa que el espía está 60 Km delante de sus perseguidores.

Planteamos las ecuaciones para:

- Espía: $d_1 = 80 t + 60$
- Bandidos: $d_2 = 170 t$

Sus gráficas son:

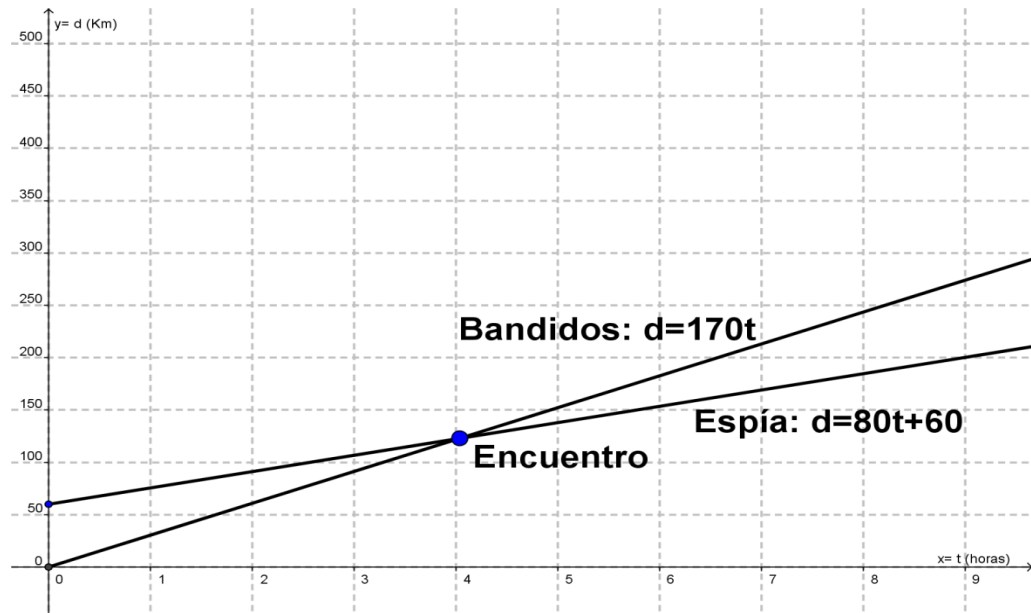


Gráfico N° 64: Espías & Bandidos
Elaborado por: Bedoya I.

¿En qué punto el espía es alcanzado por los bandidos? ¿En el punto de intersección de las dos rectas! Pues calculémoslo, como las distancias son iguales:

$$d_1 = d_2$$

$$80 t + 60 = 170 t$$

$$60 = 90 t$$

$$t = \frac{6}{9}$$

$$t = \frac{2}{3}$$

¿Cuál es la distancia que deben recorrer hasta el punto de encuentro? Reemplacemos el valor de t en la ecuación que consideremos más fácil:

$$d_2 = 170 \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{340}{3} = 113,3$$

El encuentro se produce a la distancia de 113,3 Km del centro de operaciones.

Nuestro héroe ¡Se salvó! Pues ¡Ya está al otro lado de la frontera!

¡AHORA A PRACTICAR CON GEOGEBRA!

Actividad A.-

Determinación lineal de la recta, se sabe que dos puntos determinan unívocamente una recta.

Construcción:

1. Con la herramienta **Nuevo punto** ubica dos puntos
2. Selecciona **Recta que pasa por dos puntos**, se graficará la única recta que puede pasar por esos dos puntos
3. Ubícate en la recta, clic derecho, escoge **Propiedades de objeto**, clic en mostrar nombre y valor, aparecerá en la gráfica la ecuación de la recta
4. Selecciona **Pendiente** y aparecerá el valor de la pendiente de la recta

5. Repite la actividad ubicando pares de puntos para que te generen rectas verticales, horizontales, inclinadas a la izquierda
6. Compara las rectas, analiza y escribe las conclusiones ¿qué sucede en la ecuación algebraica de la recta?

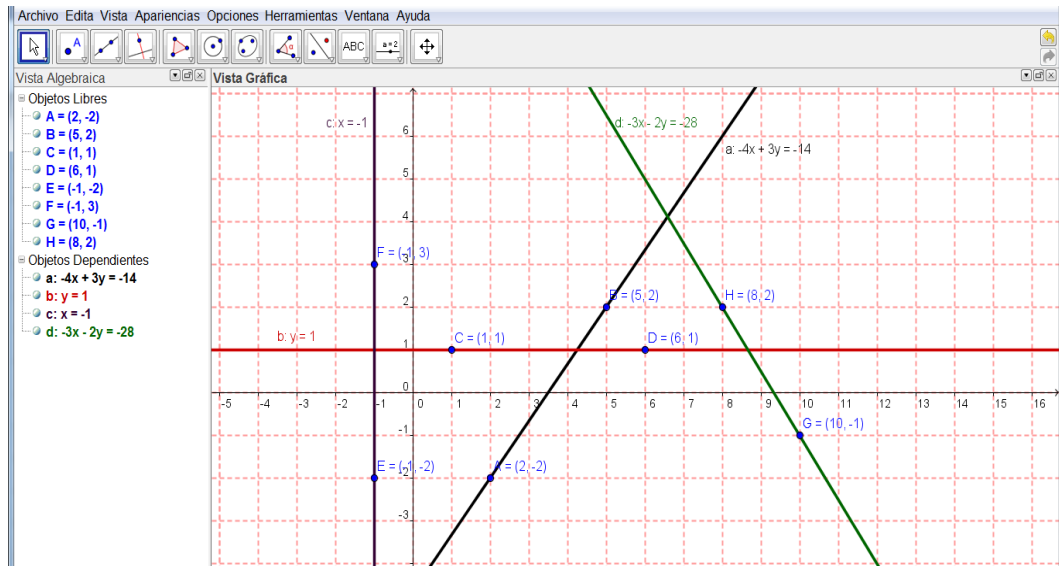


Gráfico N° 65: Determinación Lineal
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

Estudiar las variaciones de la pendiente y la ordenada en el origen en la recta
 $y = mx + b$

Construcción:

1. Introduce dos deslizadores *myb* utiliza la herramienta **Deslizador** clic donde irá el deslizador e ingresa m, repitiendo ingresa b, no varíes el valor máximo ni el mínimo
2. Desde la **Barra de entrada** ingresa la forma genérica $y = m*x + b$ o simplemente $m*x + b$, enter o intro y se graficará la recta
3. Con el puntero ubícate en la recta, clic derecho, selecciona **propiedades de objeto**, clic en mostrar **nombre y valor** para que puedas observar las variaciones

4. Selecciona **Elige y mueve** para poder usar el deslizador, con el puntero dirígete al punto del deslizador, haz clic manteniéndolo activado mueve a la izquierda o a la derecha. Si deseas hacerlo dinámico en el deslizador clic derecho y selecciona **animación automática** el deslizador se mueve por sí solo al tiempo que lo hace la recta y va cambiando la ecuación. De las variaciones realizadas de la pendiente ¿qué puedes concluir?
5. Procede de la misma manera y analiza las variaciones de la ordenada en el origen ¿qué puedes concluir?

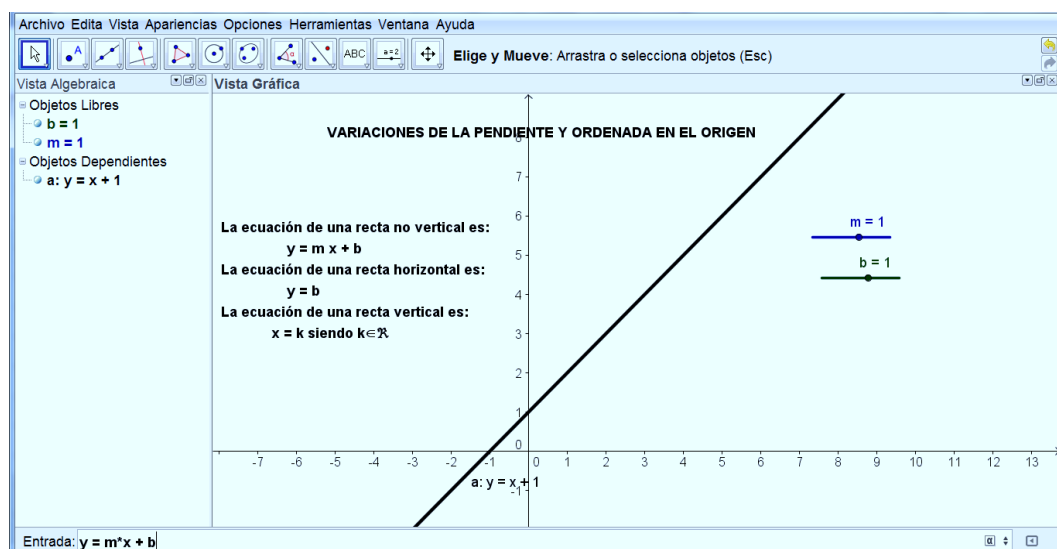


Gráfico N° 66: Variaciones de la Pendiente y Ordenada en el Origen
 Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Fausto utiliza una calculadora para realizar la gráfica de la ecuación de la recta $y = 100(x - 3) + 2$ y su calculadora le muestra lo siguiente:

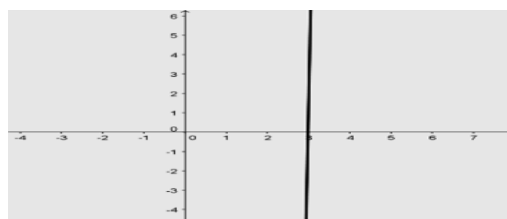


Gráfico N° 67: Recta vertical
 Elaborado por: Bedoya I.

Fausto concluye que la recta es vertical.

Decide si Fausto está en lo correcto. Si no lo está, escribe en una frase una explicación que le ayude a Fausto a corregir su error.

Construcción:

1. En la **Barra de entrada** ingresa $y = 100 * (x - 3) + 2$, enter o intro. Verás una gráfica similar a la de la calculadora
2. Conviene hallar la pendiente, selecciona la herramienta **Pendiente**, con el puntero ubícate en la recta, clic izquierdo. Fíjate en la Vista Algebraica que aparece $m = 100$ ¿qué concluyes?
3. Para que se puede visualizar mejor la recta, observa que según los ejes x e y los puntos van a tener una correspondencia de escala de 1:1. Entonces clic derecho en alguna parte de la **vista gráfica**, selecciona **Eje X : Eje Y**, clic en donde aumenta la escala en el eje Y por ejemplo 1: 50
4. Observa la gráfica real. Ya puedes empezar a escribir la frase de explicación que le permitirá a Fausto corregir su error.

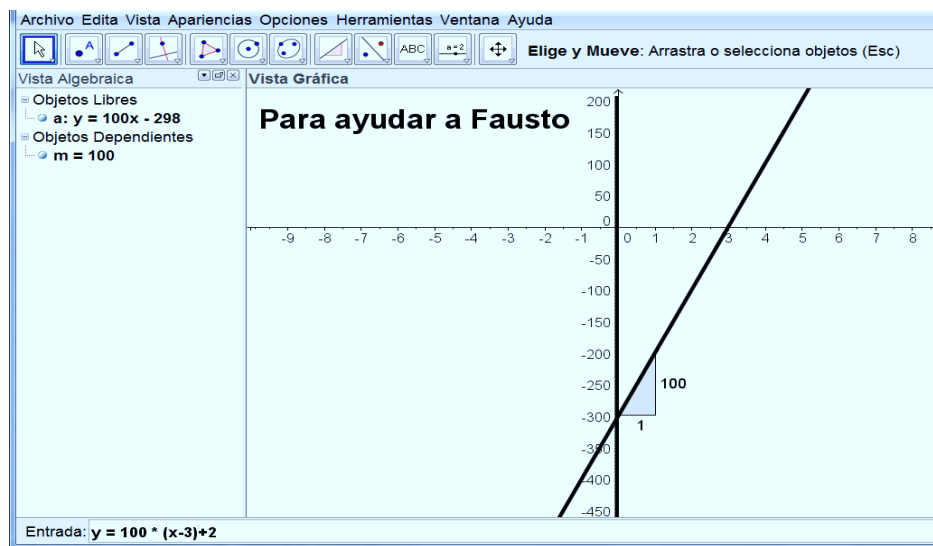


Gráfico N° 68: Para ayudar a Fausto
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad D.-

Construye el gráfico dinámico de un par de Rectas Paralelas, estudia la variación, escribe tus conclusiones y socializa con tus compañeros

Construcción:

1. Con el comando **Nuevo punto** ubica el punto A en el origen de coordenadas, si así lo deseas. Luego ubica el punto B
2. Selecciona **Recta que pasa por dos puntos** para trazar la recta L_1 que pasa por A y B
3. Ubica el punto C a la derecha del punto A con el comando **Nuevo punto**
4. Selecciona **Recta paralela** con el puntero señala el punto, luego la recta, entonces se ha trazado L_2
5. Con el comando **Pendiente** y con el puntero señala la recta L_1 y aparecerá un triángulo que indica el valor de la pendiente m_1 ; de igual manera con L_2 para conocer m_2
6. Con la opción **Ángulo** mide la inclinación de cada recta con respecto al Eje X; notarás que tienen el mismo ángulo
7. Traza ahora con el comando **Mediatriz** del segmento AB, con la herramienta **Ángulo** verifica que la mediatriz con cada recta forma un ángulo de 90° ; además el segmento de la mediatriz comprendido entre las rectas paralelas corresponde a la distancia que hay entre ellas, aspecto que tomarás en cuenta cuando estudies la variación
8. Con la herramienta **Elige y mueve** puedes ubicarte en los puntos para moverlos, observar las variaciones que se producen en las dos rectas
9. Anota las conclusiones a que llegaste

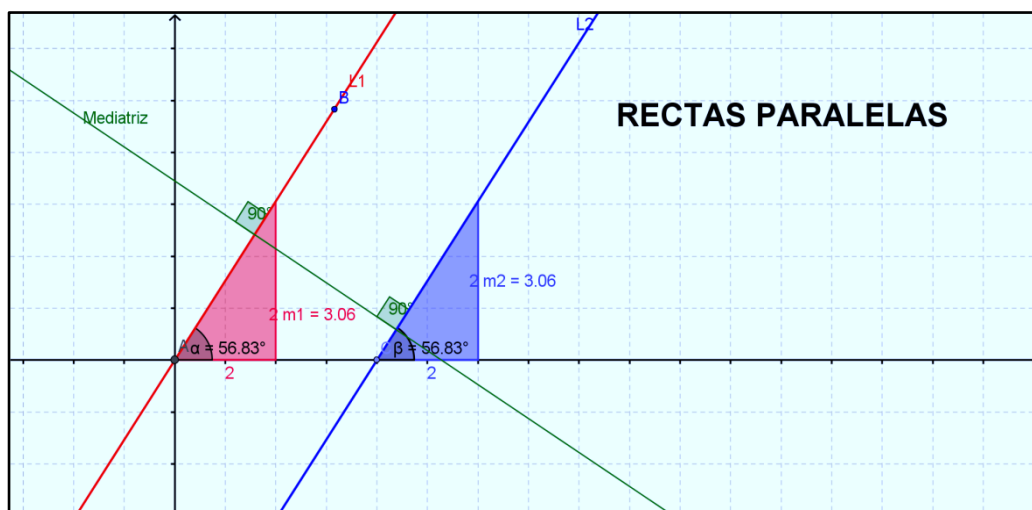


Gráfico N° 69: Rectas Paralelas
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

Hallar las ecuaciones de los lados de un triángulo conociendo uno de sus vértices $C(4, -1)$ y las ecuaciones de la altura $L_1: 2x - 3y + 12 = 0$ y de la mediana $L_2: 2x + 3y = 0$ trazadas desde un vértice.

Construcción:

1. En la **Barra de entrada** ingresa el punto C, clic derecho en el punto escoge **Propiedades de objeto** para renombrar y activar **Mostrar nombre y valor**. Luego también ingresa $2 * x - 3 * y + 12 = 0$ presiona enter, posteriormente ingresa $2 * x + 3 * y = 0$ presiona enter; usando propiedades de objeto puedes renombrar y mostrar nombre y valor.
2. Como la altura y la mediana dadas se trazan desde el mismo vértice, ello te indica que $L_1 \cap L_2 = A$ es un vértice del triángulo, con el comando **Intersección de dos objetos** encuentras el punto A
3. Es evidente que como L_1 es la altura entonces por el punto C debe pasar una perpendicular a L_1 , la que trazas con el comando **Recta perpendicular** si desea puedes verificar el ángulo de 90° con el comando **Ángulo**

4. El gráfico te lleva que la mediana L_2 debe intersectarse con la perpendicular, encuentra el punto seleccionando **Intersección de dos objetos**, éste será el punto medio M de ese lado del triángulo que entiendes es el lado CB
5. El punto B es el simétrico del punto C, lo encuentras con la herramienta **Refleja objeto por punto**, lo renombras para que aparezca como B
6. Selecciona **Polígono** para formar el triángulo ABC
7. Para hallar las ecuaciones de los lados del triángulo, selecciona **Recta que pasa por dos puntos** tomando los vértices de dos en dos, en propiedades de objeto activa mostrar nombre y valor

Esta práctica te ayuda a interiorizar el concepto de altura, mediana, punto de intersección que analíticamente corresponde a resolver un sistema de ecuaciones, y la ejercitación de destrezas para utilizar algoritmos de construcción en geometría

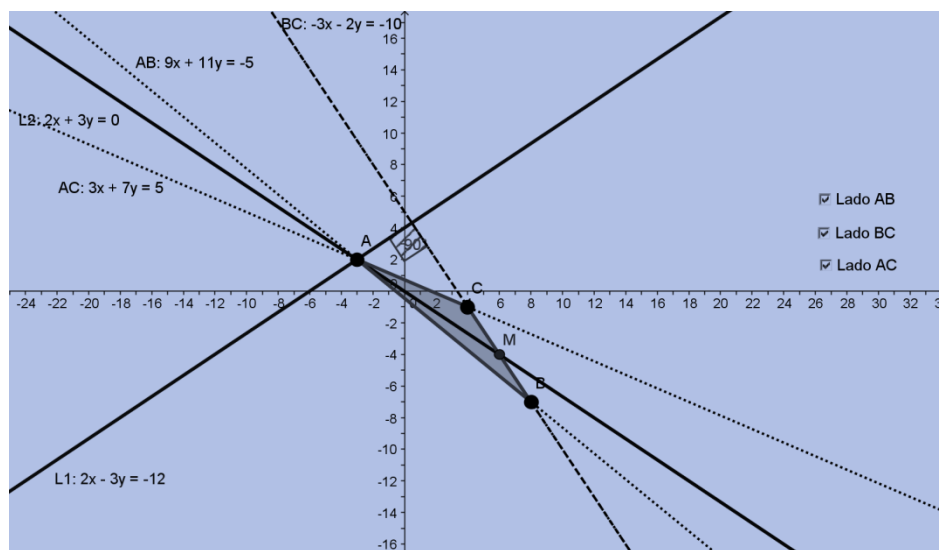


Gráfico N° 70: Ecuaciones lados de un triángulo
Elaborado por: Bedoya I.

¡Recuerda al tiempo que resuelves en forma analítica plantea también una solución gráfica!

Cuadro Nº 58: GUÍA METODOLÓGICA 2

TEMA: La Línea Recta

OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la línea recta utilizando GeoGebra

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

“Entre todas las curvas más perfectas, el círculo es el que tiene el trazado más simple”
Pitágoras

UNIDAD 3

LA CIRCUNFERENCIA



Gráfico N° 71: La Circunferencia considerada una cónica
Fuente: huitoto.udea.edu.co

EL SOBREVUELO DEL AVIÓN

Un avión se mantiene sobrevolando la ciudad de Quito a una distancia constante de 4 Km de la torre del aeropuerto Mariscal Sucre, esperando instrucciones para su aterrizaje. ¿Sabes qué lugar geométrico describe la trayectoria del avión?

Para determinar el lugar geométrico que describe la trayectoria del sobrevuelo del avión, ubica esta idea en un sistema de referencia cartesiano. Haz coincidir la torre del aeropuerto considerado como el centro de referencia, en el origen de coordenadas y el deslizamiento constante de 4 Km, así:

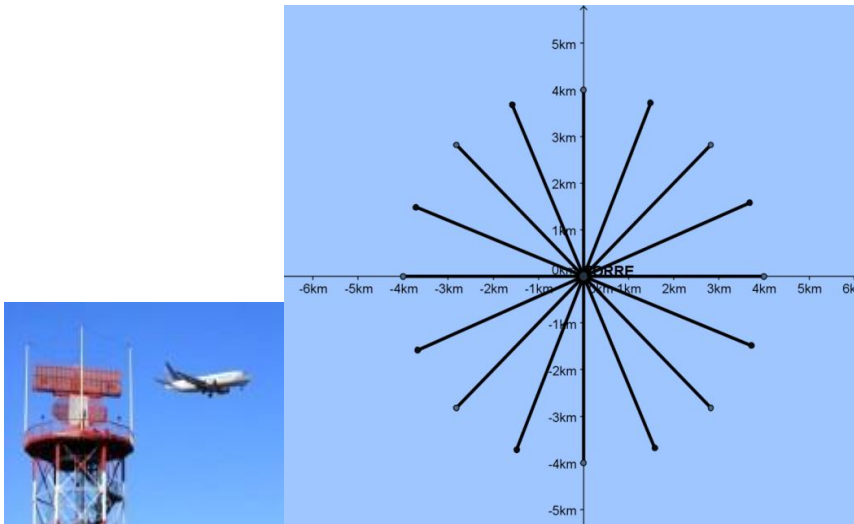


Gráfico N° 72: Sobrevuelo del avión
Elaborado por: Bedoya I.

¡Muy bien! Es una circunferencia. No te olvides que la ecuación de una circunferencia, con centro en el origen y radio r , tiene la siguiente expresión matemática:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Para el caso del avión tienes $r = 4$, y por lo tanto su ecuación es la siguiente:

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

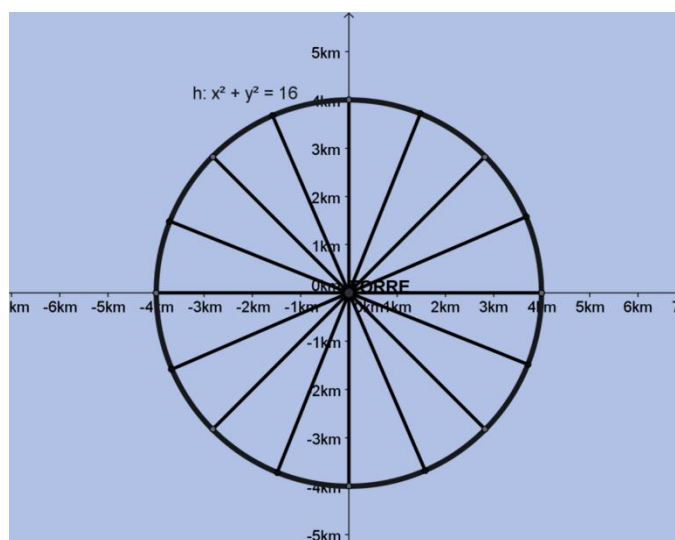


Gráfico N° 73: Trayectoria del avión
Elaborado por: Bedoya I.

Esta ecuación representa a cualquier pareja (x, y) del lugar geométrico, esa pareja elevado al cuadrado y sumando siempre va a dar 16 porque la pareja ordenada pertenece a la circunferencia.

EL SISMO

Un servicio sismológico de Tungurahua detectó un sismo con origen en la ciudad de Baños a 5 Km Este y 3 Km Sur del centro de la ciudad, con un radio de 4 Km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia del área afectada? Utilizando esta ecuación, ¿Indica si afectó a la ciudad de Baños?

Primero debes considerar un sistema cartesiano de coordenadas, la ciudad de Baños haz coincidir en el origen de coordenadas. El epicentro es el punto de coordenadas (5, -3) Km y evidentemente el radio es $r = 4$ Km.

El centro de la circunferencia no está en el origen de coordenadas.

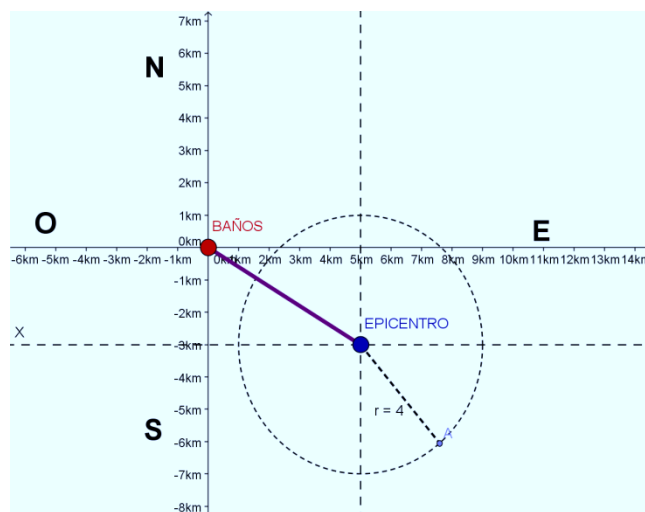


Gráfico N° 74: Razón de cambio
Elaborado por: Bedoya I.

No te olvides que la ecuación de una circunferencia, con centro en (h, k) y radio r , tiene la siguiente expresión matemática:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Para el caso del centro del sismo, tienes:

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$$

La ecuación del centro del sismo y radio de 4 Km a la redonda es:

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

También puedes presentar la ecuación de la circunferencia en su forma general desarrollando para ello los cuadrados de los binomios, simplificando e igualando a cero:

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 18 = 0$$

¡Ahora a probar si el sismo afectó o no a la ciudad de Baños! ¿Cómo probar?

Debes analizar que un punto del plano en relación a la circunferencia dada puede estar dentro, fuera o en la circunferencia misma, entonces:

- Si tomas un punto dentro de la circunferencia al sustituir las coordenadas en las variables de la ecuación, va a dar un valor menor que el radio al cuadrado, es decir $< r^2$
- Si tomas un punto de la circunferencia misma al sustituir las coordenadas en las variables de la ecuación, va a dar un valor igual al radio al cuadrado, es decir $= r^2$
- Si tomas un punto fuera de la circunferencia al sustituir las coordenadas en las variables de la ecuación, va a dar un valor mayor que el radio al cuadrado, es decir $> r^2$

Te interesa analizar el punto (0, 0) donde haz ubicado la ciudad de Baños, al sustituir las coordenadas en las variables de la ecuación, tienes:

$$(0 - 5)^2 + (0 + 3)^2 \text{ y se sabe que } r^2 = 16$$

$$25 + 9 \rightarrow 36 > r^2 \rightarrow 36 > 16$$

Lo que significa que el punto está fuera de la circunferencia. Por lo tanto no le afecta, nada le pasó a la ciudad de Baños.

¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!

Actividad A.-

Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene un diámetro con extremos los puntos $P(-1, 3)$ y $Q(7, -5)$

Construcción:

1. Ubica en el plano los puntos P y Q seleccionando **Nuevo punto** o a través de la **Barra de entrada**.
2. Selecciona **Segmento entre dos puntos** y une los puntos P y Q.
3. No olvides que un diámetro de la circunferencia siempre pasa por el centro de ella y el centro se sitúa en la mitad del diámetro; con la herramienta **Punto medio** hallas el punto de coordenadas $(h,k) = C(3, -1)$.
4. Selecciona **Distancia o longitud** entre los puntos C y P o C y Q para que encuentres la medida del radio de la circunferencia.
5. Selecciona **Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos** para trazar la circunferencia o también como ya conoces el radio puedes seleccionar **Circunferencia dados su centro y su radio**.
6. Puedes expresar en la forma general, clic izquierdo sobre la circunferencia, elige **Propiedades de objeto** en el submenú **Álgebra** puedes cambiar la forma de presentación de la ecuación.

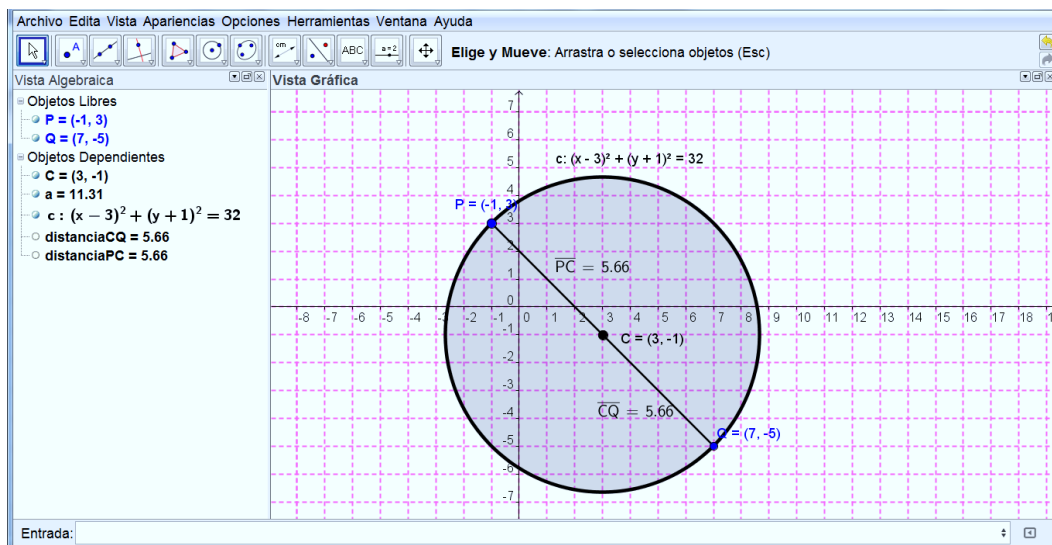


Gráfico N° 75: Ecuación de una circunferencia
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en la recta $L: x + 2y - 6 = 0$ y que pasa por los puntos $A(7, 3)$ y $B(-3, -7)$

Construcción:

1. En el campo de entrada ingresa los puntos A y B. Luego ingresa la ecuación: $x + 2y - 6 = 0$, enter, luego propiedades y cambia el estilo de trazo.
2. Traza la cuerda AB, selecciona **Segmento entre dos puntos**.
3. Recuerda la propiedad que expresa que la mediatriz de una cuerda siempre pasa por el centro de la circunferencia, usa **Mediatriz**.
4. Fíjate que la mediatriz y la recta de dato se intersecan en un punto que constituye el centro C (h, k), elige **intersección de dos objetos**, luego **Propiedades, Mostrar nombre y valor**.
5. Selecciona **Circunferencia dados su centro y un punto** para trazar la circunferencia, clic derecho en propiedades, mostrar nombre y valor. Y atienes la ecuación de la circunferencia, exprésala como desees.

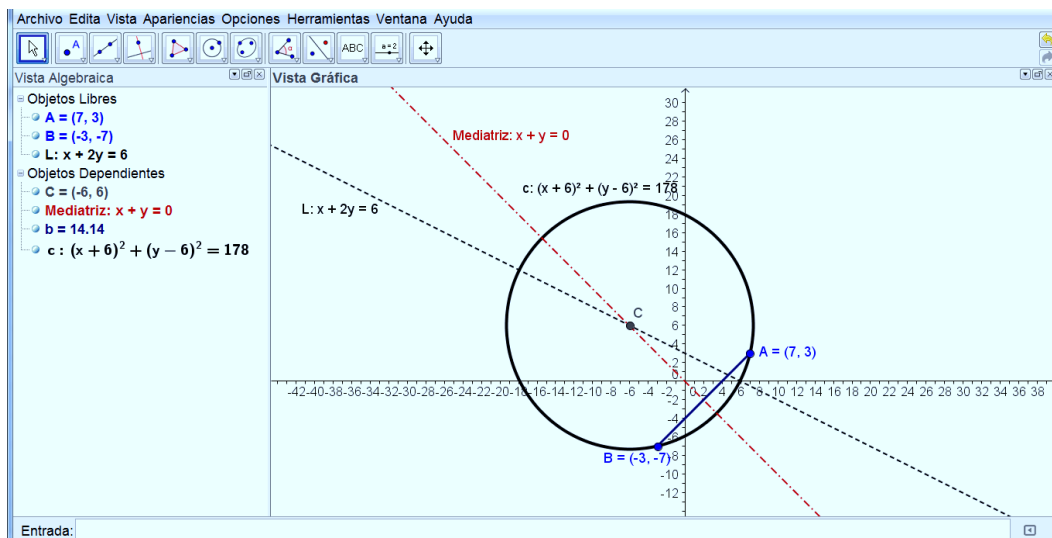


Gráfico N° 76: Ecuación de la circunferencia con centro en la recta
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por $P(12, 7)$ y es tangente a la recta $L_1: x - 2y - 2 = 0$ en el punto $T(8, 3)$

Construcción:

1. En la barra de **Entrada** ingresa los puntos y la ecuación $x - 2y - 2 = 0$.
2. La circunferencia es tangente a la recta L_1 y el radio es perpendicular a la tangente en el punto T , selecciona **Recta perpendicular**.
3. Para hallar el centro te hace falta otra recta que pase por el centro para hallar su de intersección, la mediatriz de la cuerda PT cumple esta condición, traza primero con el comando **Segmento entre dos puntos** y luego **Recta perpendicular**. Finalmente **Intersección de dos objetos**. Hallaste el centro.
4. Selecciona **Circunferencia dados su centro y un punto**, ubícate en C y en T , se traza la circunferencia tangente a la recta que pasa por P .

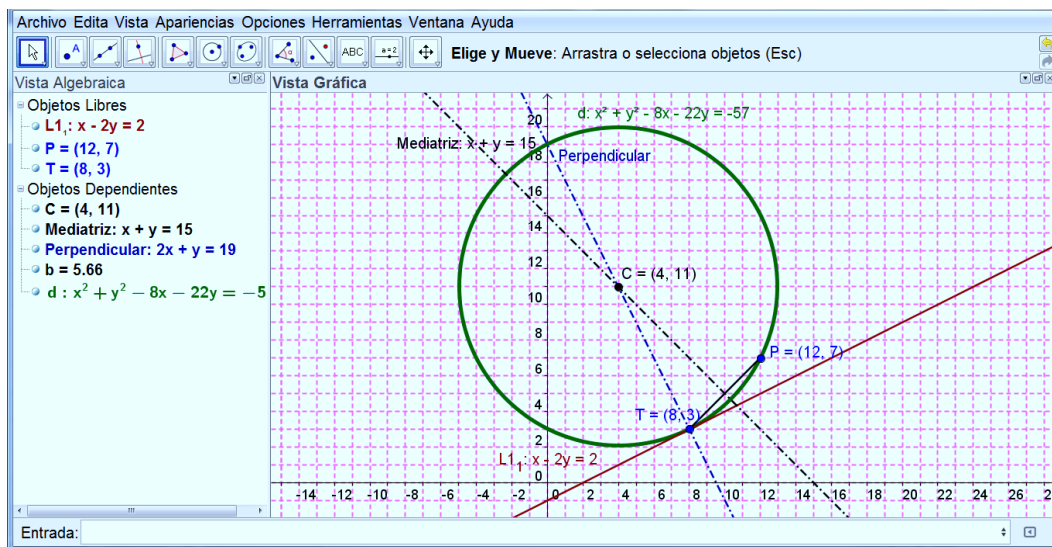


Gráfico N° 77: Ecuación de la Circunferencia con Punto y Tangente
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad D.-

Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $M(-4, 5)$, $N(2, -3)$ y $Q(5, 7)$

Construcción:

1. Los problemas de este tipo en forma algebraica los puedes resolver de diferentes maneras utilizando las coordenadas x e y de los puntos para formar un sistema que se conoce como de 3×3 , reemplazando en los modelos de la forma ordinaria, o en la forma general. También puedes utilizar la forma de determinantes. Así se encuentra el centro.
2. El método que utilizarás es hallar las ecuaciones de las mediatrices de dos cuerdas, resolver el sistema y se tiene el centro. Ingresas los puntos M , N y Q , selecciona **Segmento**, une los puntos de dos en dos, con la rodela del mouse acerca o aleja los ejes.
3. Traza la **Mediatriz** de los dos segmentos, usa **Intersección de objetos**, encuentra la intersección de las mediatrices.
4. Selecciona **Circunferencia dados tres de sus puntos**, señalando M , N y Q . Nota que este paso lo puedes realizar inmediatamente después de ingresar los

puntos de datos, sin embargo te sugiero este proceso como refuerzo de los conceptos y propiedades que se cumplen en una circunferencia.

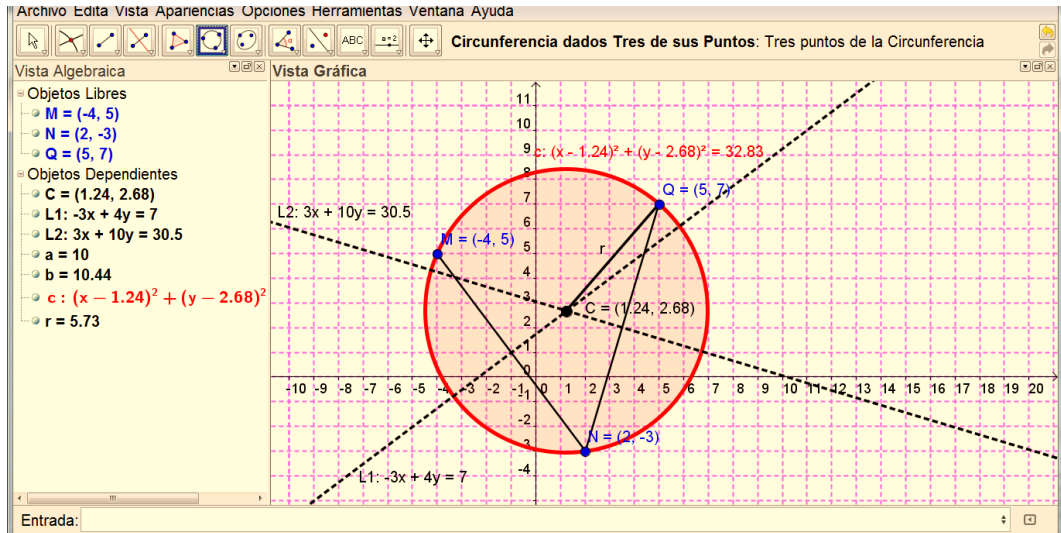


Gráfico N° 78: Ecuación de la Circunferencia que pasa por Tres Puntos

Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

Sea c la circunferencia cuyo centro es el origen de coordenadas y radio 3. Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia por los puntos de abscisa igual a 2. Hallar el punto de intersección de las dos rectas tangentes y el área del triángulo formado por los puntos de tangencia y el punto de intersección de las tangentes

Construcción:

1. Después de introducir el punto centro, utiliza la herramienta **Circunferencia dados su centro y radio** para trazarla tiene centro en el origen de coordenadas y $r = 3$ unidades.
2. Introduce el punto A (2, 0).
3. Traza la **Perpendicular** al eje X por el punto A para determinar los puntos de tangencia B y D.

4. Dibuja las rectas tangentes a la circunferencia por B y D mediante **Tangentes**, muestra sus ecuaciones, antes traza el radio.
5. Con **Intersección de dos objetos** busca el punto de intersección de las tangentes.
6. Define el triángulo con el comando **Polígono** y a continuación utiliza la herramienta **Área** para obtener su valor.

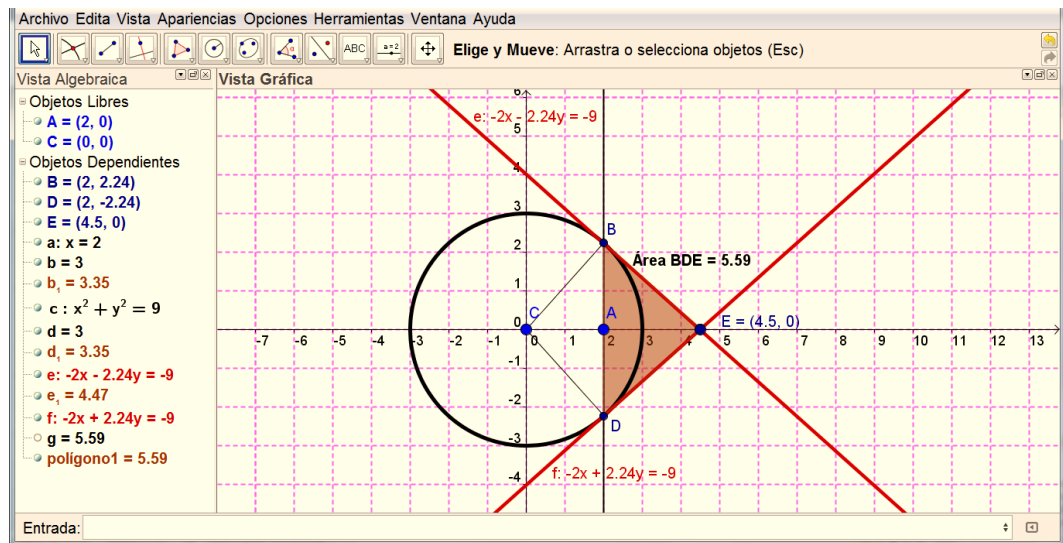


Gráfico N° 79: Ecuaciones de la Rectas Tangentes a la Circunferencia
Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 59: GUÍA METODOLÓGICA 3

TEMA: La Circunferencia

OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la circunferencia utilizando GeoGebra

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema 	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

*“La geometría existe en todas partes,
pero es preciso saber verla,
tener inteligencia para comprenderla
y alma para admirarla”.*
Platón

UNIDAD 4

LA PARÁBOLA



Gráfico N° 80: La Parábola es una de las cónicas
Fuente: huitoto.udea.edu.co

LA ANTENA PARABÓLICA

Una antena parabólica tiene 3 metros de ancho, en la parte superior donde está situado su aparato receptor. ¿Puedes calcular a qué distancia del fondo de la antena, está colocado el receptor de señales?

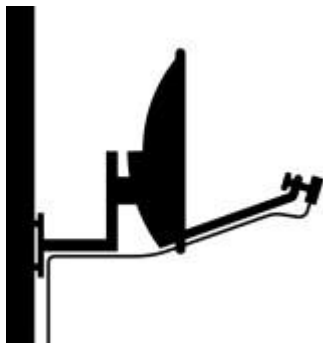


Gráfico N° 81: Imagen prediseñada de antena parabólica
Fuente: huitoto.udea.edu.co

El único dato que conoces es el ancho de la antena en su parte superior lo que te lleva a visualizar en el plano una parábola en el eje horizontal. Has coincidir el vértice de la parábola en el origen de coordenadas:

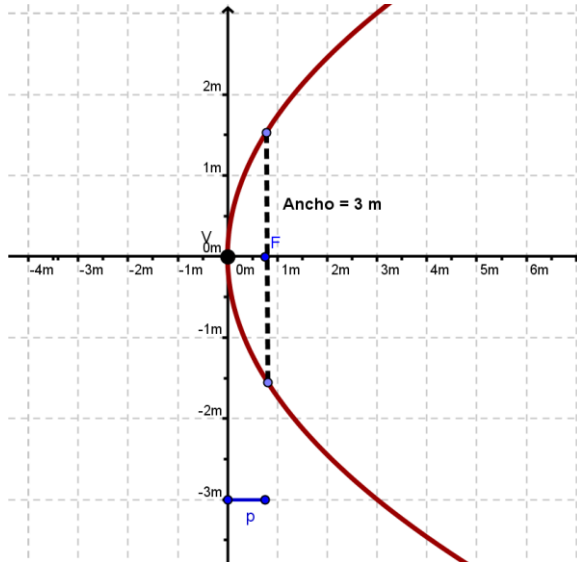


Gráfico N° 82: Parábola horizontal
Elaborado por: Bedoya I.

Es decir que el dato conocido corresponde al valor de la longitud del Lado Recto, $LR = 3m$, no olvides que $LR = |4p|$, luego:

$$|4p| = 3$$

En este caso por la abertura de la parábola concluyes que p es positiva:

$$4p = 3$$

$$p = \frac{3}{4} m = 0.75 m$$

Por tanto a qué distancia del fondo de la antena está colocado el receptor de señales, esto sería p , es decir está colocado el receptor de señales a 0.75 metros del fondo de la antena.

¡Felicitaciones! Lograste resolver el problema.

TÚNEL vs VEHÍCULO

Un túnel de una carretera tiene la forma de un arco parabólico, de 5 metros de ancho y 4 metros de altura. ¿Cuál es la altura máxima que puede tener un vehículo de transporte de 3 metros de ancho para poder pasar por el túnel?

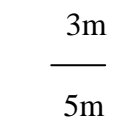
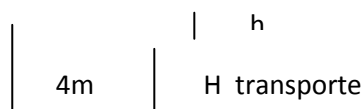


Gráfico N° 83: Túnel vs Vehículo
Fuente: huitoto.udea.edu.co

Puedes calcular la altura del transporte o la parte alta del túnel hasta la cima del vehículo, h , ya que si la conoces obviamente puedes calcular la altura H del transporte al restar de la altura del túnel.

Primero debes reconocer el tipo de parábola que tienes, como ves es vertical y por abrirse hacia abajo, p es negativo. Ubica esta idea en un sistema de referencia cartesiano y haz coincidir el vértice en el origen de coordenadas además la parábola vertical es simétrica respecto del eje y :

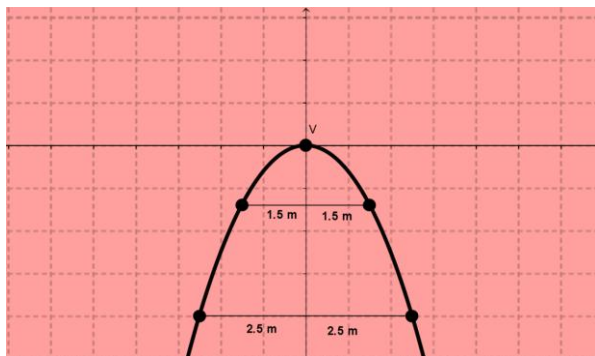


Gráfico N° 84: Parábola vertical
Elaborado por: Bedoya I.

Deduciendo de la información del problema, sabes algunas coordenadas que son: $(2.5, -4)$ y $(1.5, -h)$. No olvides que la ecuación de la Parábola vertical con vértice en el origen, tiene como modelo matemático, la expresión: $x^2 = 4p y$, si se conoce una variable puedes despejar la que no conoces, además los puntos están en el contorno que dibuja la Parábola entonces al sustituirse en la ecuación deben dar la igualdad:

$$\text{Si } (2.5, -4) \text{ entonces } x^2 = 4p y$$

$$(2.5)^2 = 4p (-4)$$

$$6.25 = -16p$$

$$P = -\frac{6.25}{16} \cong -0.39$$

¡Bien! Acabas de demostrar que p es negativo.

Al conocer p puedes reemplazar en la ecuación:

$$x^2 = 4p y$$

$$x^2 = 4(-0.39) y$$

$$x^2 = -1.56 y$$

El punto $(1.5, -h)$ reemplazas en ésta última ecuación:

$$(1.5)^2 = -1.56(-h)$$

$$2.25 = 1.56 h$$

$$h = \frac{2.25}{1.56} \cong 1.44$$

¡Excelente! Haz encontrado que $h = 1.44$ metros es el valor de la parte alta del túnel hasta la cima del vehículo. Entonces la altura **H** del transporte sería:

$$H = 4 - h = 4 - 1.44 \rightarrow H = 2.56 \text{ m}$$

Recuerda no puede haber exactitud por tanto todo transporte de altura menor a 2.56 m puede pasar el túnel.

¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!

Actividad A.-

Construyendo de la Parábola

Construcción:

1. La parábola se define como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto llamado foco y de una recta denominada directriz
2. Selecciona **Nuevo punto** para introducir el punto A y el punto B, luego traza la recta que pasa por estos dos puntos mediante **Recta que pasa por dos puntos**
3. Ubica un punto F, luego traza la **Recta Perpendicular** a la recta anterior y que pasa por F
4. Selecciona **Parábola** y señala con el puntero el foco F y la recta directriz que es la recta donde están los puntos A y B. Luego selecciona **Intersección de dos objetos** entre la parábola y la recta del eje que pasa por el foco para encontrar el Vértice
5. Ubica en punto P sobre la parábola con **Nuevo punto**, traza ahora el **Segmento entre dos puntos** FP, mide la **Distancia** de este segmento muestra su valor

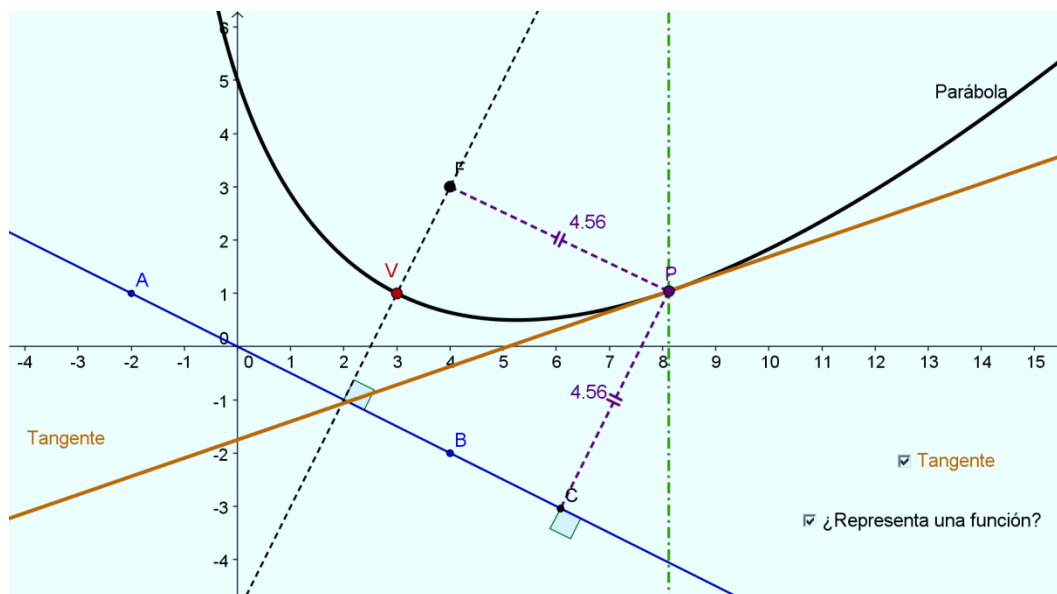


Gráfico N° 86: Construcción de una Parábola
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

Estudia el efecto de los coeficientes a , h y k usando el gráfico del trinomio de segundo grado cuya expresión tiene la forma: $y = a(x - h)^2 + k$

Construcción:

1. Inserta 3 **Deslizadores** horizontales o verticales a , h y k con intervalo mínimo -10 y máximo 10 , y con incremento de 1
2. Ingresa en **Entrada** la función: $y = a * (x - h)^2 + k$ Enter, luego ingresa el punto de coordenadas $A = (h,k)$, selecciona **Propiedades de objeto** y activa mostrar nombre y valor
3. Activa la opción **Cuadrícula**
4. Ubícate en **elige y mueve** con un clic izquierdo manipula el deslizador a y observa el movimiento de la parábola cuando a aumenta, cuando disminuye en los valores positivos y en los valores negativos. Describe ese movimiento
5. Manipula el deslizador h , observa la parábola, describe lo que sucede a medida que cambia su valor
6. Manipula el deslizador k , observa la parábola, describe lo que sucede a medida que cambia su valor

- Relaciona los valores de h y k con las coordenadas del vértice
- Escoge los valores de a , h y k y manipula los deslizadores de manera que obtengas la parábola $y = x^2$
- Si $a = -4$, $h = 2$ y $k = 5$ ¿Cuál es la forma del trinomio? ¿Cuáles son las coordenadas del vértice?

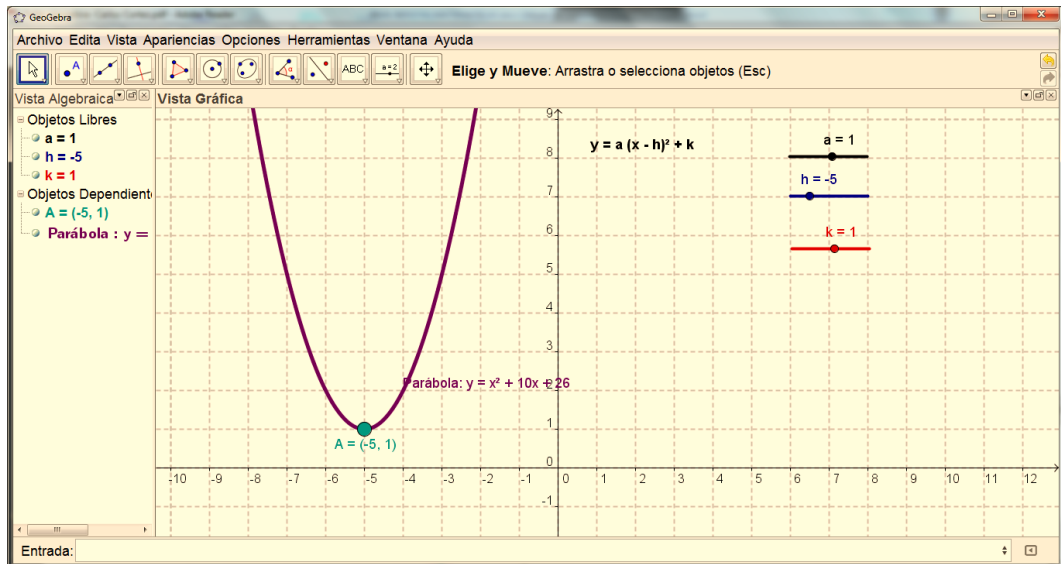


Gráfico N° 87: Trinomio Segundo Grado
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Obtener los elementos de la Parábola dada su ecuación: $(y - 1)^2 = 20(x - 2)$

Construcción:

- Antes de construir la gráfica revisa los conceptos aprendidos; los elementos de una parábola son: vértices, focos, ecuación de la directriz, lado recto y ecuación del eje
- Debes identificar si la ecuación dada pertenece a una:
 Parábola Horizontal: $(y - k)^2 = 4p(x - h)$; o a una,
 Parábola Vertical: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$

Obviamente es una parábola horizontal ya que el binomio que está al cuadrado contiene a y . Los datos importantes que debe tener son: p , h , k , *ecuación del eje que en este caso es horizontal*

3. Compara la ecuación dada con su forma:

$$(y - 1)^2 = 20 (x - 2)$$

$$(y - k)^2 = 4p (x - h)$$

De donde obtienes: $k = 1$; $4p = 20 \rightarrow p = 5$ como p es positivo la parábola se abre a la derecha; $h = 2$

4. Ahora utiliza las fórmulas:

$$V (h,k) \text{ sustituyes } V (2,1)$$

$$F (h+p,k) \text{ sustituyes } F (2+5,1) = F (7,1)$$

Ecuación de la recta directriz L' : $x = h - p$ sustituyes L' : $x = 2 - 5 = -3$ pasa por el simétrico de F

Lado recto $LR = |4p|$ sustituyes $LR = |4(5)| = |20| = 20$ te indica que tanto se abre la parábola, la mitad de su medida va hacia arriba del foco F y la otra hacia abajo del foco

Ecuación del eje de la parábola horizontal, Eje: $y = k$ sustituyes $y = 1$, es la recta horizontal que pasa por el foco F

5. Abre una ventana de GeoGebra, en la **Entrada** escribe la ecuación: $(y - 1)^2 = 20 (x - 2)$, enter
6. Para hallar sus elementos, clic en **Ayuda de entrada** selecciona **Cónica**, se despliega un menú de doble diálogo, selecciona **Foco**, en el cuadro inferior aparece **Foco[<Cónica>]** selecciona **Pega** para que aparezca en la entrada, ubícate dentro del corchete y según la vista algebraica digita el nombre de la cónica, aparecerá el foco
7. De la misma manera en **Cónica** selecciona **Directriz**, no olvides escribir el nombre de la cónica. Luego realizas el mismo proceso para seleccionar **Eje principal**. Finalmente para hallar el Vértice selecciona **Intersección de dos objetos** ubícate en la intersección de la parábola con el eje principal. En todos los casos puedes modificar la apariencia en **Propiedades de objeto** como ya lo has trabajado.

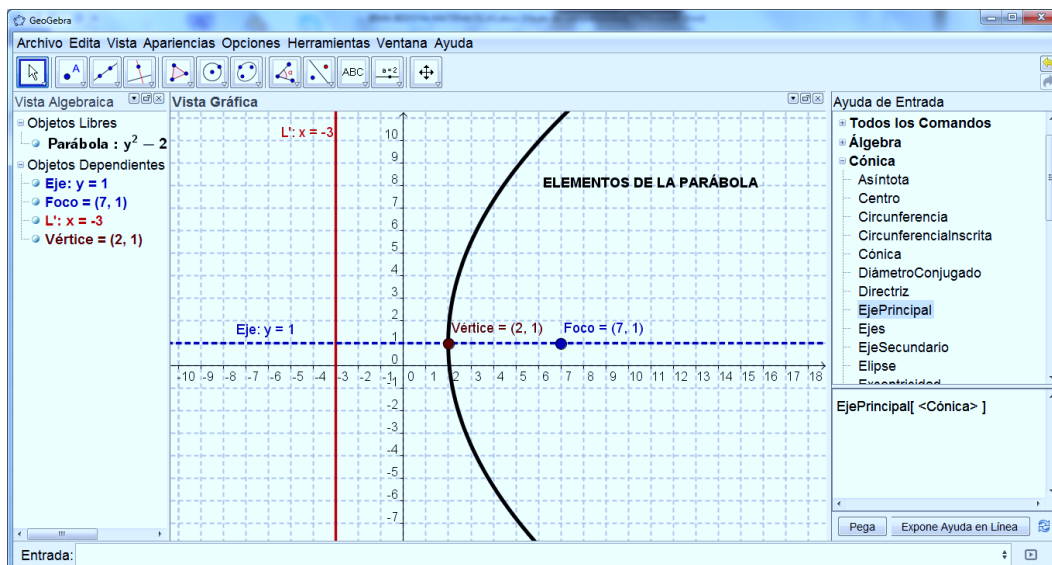


Gráfico N° 88: Elementos de la Parábola
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad D.-

Realizar la gráfica del tiro parabólico

Construcción:

1. Insertar un **Deslizador**, con la variable a representar v , que es la variable velocidad, elegir un intervalo de 0 a 15, un incremento de 1 y animación oscilante
2. Insertar otro deslizador, con la variable a representar t , que es la variable tiempo, elegir un intervalo de 0 a 3, un incremento de 0.1, en animación elegir velocidad de 3
3. Insertar otro deslizador, con la variable a representar α , para ello en lugar de número elegir ángulo, un intervalo de 0° a 90° , un incremento de 1
4. En la **Barra de entrada** escribir las ecuaciones de tiro parabólico, de la siguiente forma: $(v \cdot \cos(\alpha) \cdot t, v \cdot \sin(\alpha) \cdot t - (1/2) \cdot 9.8 \cdot t^2)$ Al dar enter aparece un punto en el origen de coordenadas cartesianas, punto que describe el comportamiento de las variables v , t y el ángulo α
5. Puedes insertar **Texto** para visualizar mejor el cambio de valor de cada una de las variables que conforman el tiro parabólico. Seleccionas texto y das clic en el deslizador, en el cuadro de diálogo escribir así:

- Para la variable tiempo: “t=”+t+”s” Así se indica que el tiempo está expresado en segundos
 - Para la variable velocidad: “v=”+v+”m/s” Así se indica que la velocidad está expresada en metros por segundo
6. Si deseas puedes seleccionar **Inserta imagen**, clic sobre el punto donde irá la imagen. Antes buscar la imagen y ponerla en el escritorio. Insertar otra imagen y ponerla donde se supone caerá la imagen.
 7. Clic derecho en el deslizador t , puedes elegir animación automática o mover tú éste deslizador, elige también **Mostrar rastro**

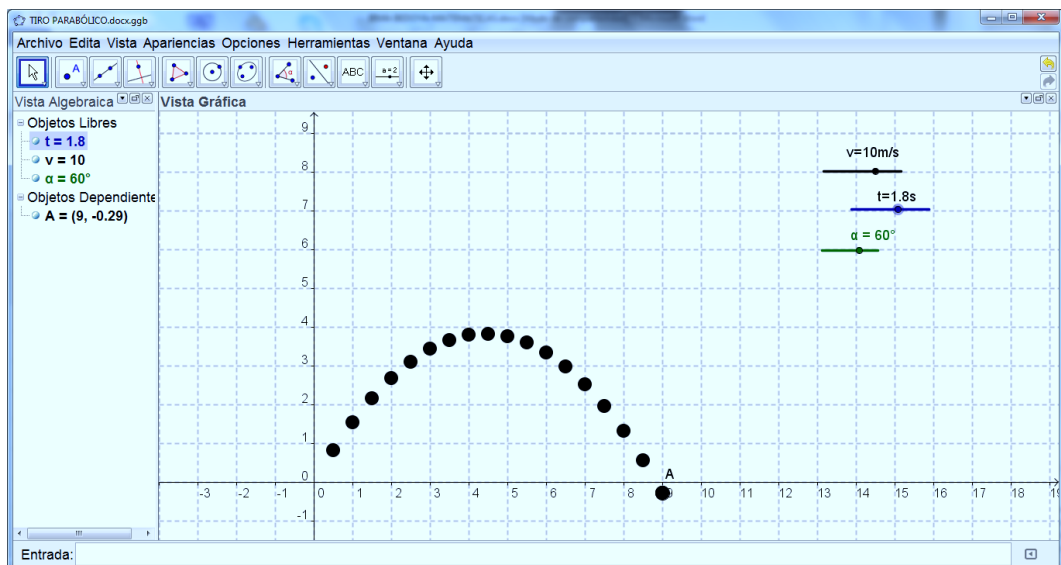


Gráfico N° 89:Tiro Parabólico
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

La función cuadrática es una Parábola vertical, estudia la relación de los coeficientes a , b y c en el modelo matemático: $y = a x^2 + b x + c$

Construcción:

1. Con la herramienta **deslizador** inserta tres parámetros **a**, **b**, **c**, con un intervalo de -5 a 5, mantén el incremento que aparece por defecto. En **propiedades de objeto** puedes asignar un color específico a cada deslizador, te sugiero para a el rojo, para b el verde y para c el azul.

2. En la **entrada** ingresa la ecuación: $y = a x^2 + b x + c$, para que el programa entienda la operación multiplicación puedes dar espacio entre cada término, o puedes escribir con el símbolo *
3. Ubica un **nuevo punto** A y B sobre el eje X. Luego con el comando **recta que pasa por dos puntos**, traza la recta que pasa por A y por B.
4. Selecciona la herramienta **intersección entre dos objetos**, da clic en la parábola y en la recta que pasa por A y B, estos serán los puntos C y D, asigna un color amarillo intenso.
5. Ubica un punto en la parábola, puede llamarse E.
6. En la curva activa **mostrar rastro**, ubícate en **propiedades de objeto, avanzado, en colores dinámicos**: en el color rojo escribe el coeficiente **a**, en verde **b**, en azul **c**, si solo deseas un color en los demás conserva lo que aparece por defecto o digita el 0, luego en el deslizador **a** activa **animación automática**, puedes observar las variaciones que se producen en la parábola, escribe tus conclusiones. De la misma manera, desliza **b** y **c** respectivamente, concluye. Finalmente puedes activar automáticamente todos los parámetros y observa la maravillosa combinación de colores.

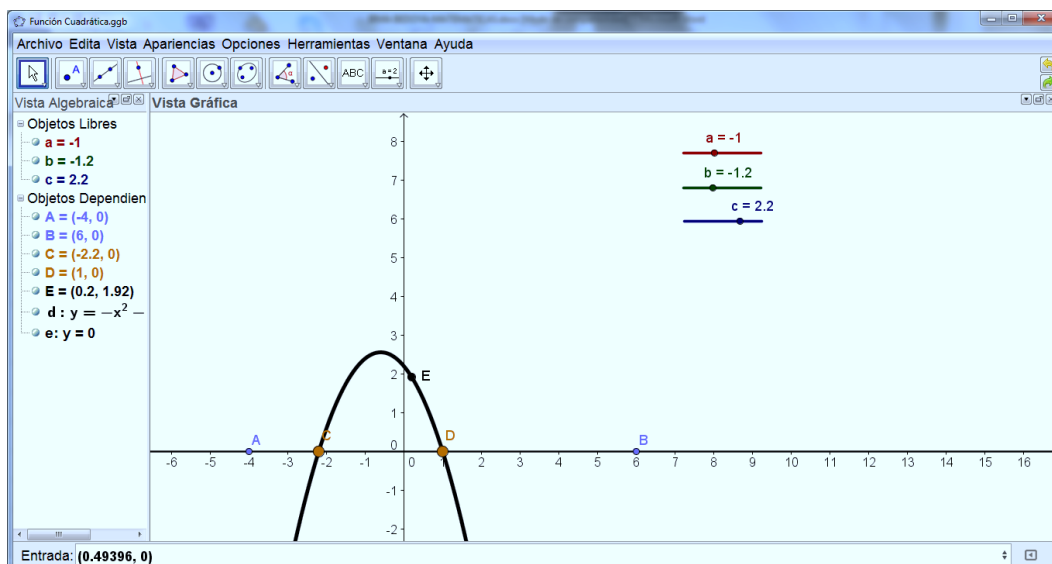


Gráfico N° 90: Función Cuadrática
Elaborado por: Bedoya I.

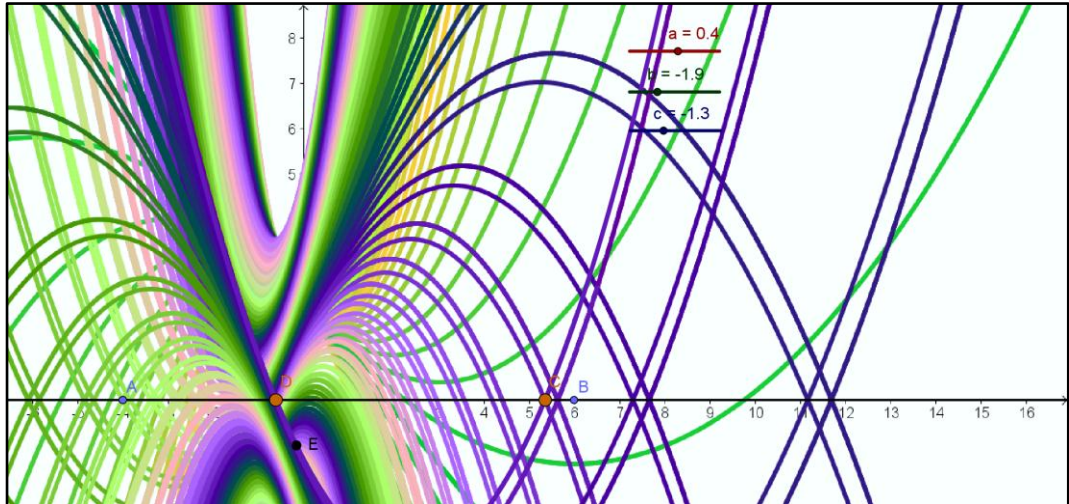


Gráfico N° 91: Función Cuadrática
Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 60: GUÍA METODOLÓGICA 4

TEMA: La Parábola

OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la parábola utilizando GeoGebra

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

*“Daría todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro”
René Descartes*

UNIDAD 5

LA ELIPSE



Gráfico N° 92: La Elipse es una de las cónicas
Fuente: huitoto.udea.edu.co

EL PUENTE

El arco de un puente es semielíptico con su eje mayor horizontal. La base del arco mide 30 pies y el punto más alto está a 10 pies sobre la carretera horizontal.

¿Puedes calcular la altura del arco a 6 pies del centro de la base?

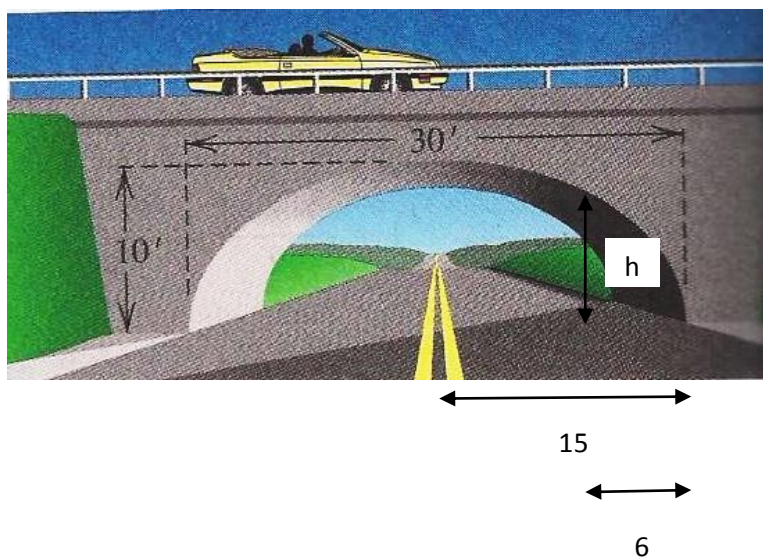


Gráfico N° 93: El puente
Elaborado por: Imagen prediseñada

Ubica esta idea en un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro en el origen de coordenadas, la base del arco en el eje x, los vértices V y V', el vértice aproximado o extremo B, los 6 pies del centro de la base para calcular la altura del arco en ese punto:

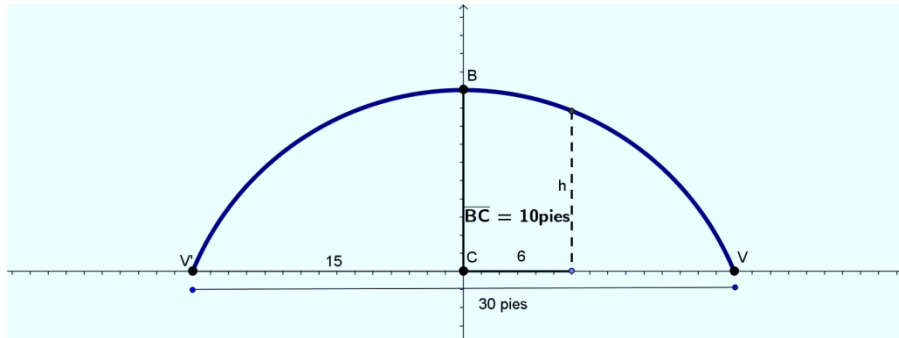


Gráfico N° 94: Semi elipse del puente
Elaborado por: Bedoya I.

La base del arco es 30 pies, es decir el eje mayor $2a = 30$, consecuentemente el semieje mayor $a = 15$, de donde $a^2 = 225$.

Por otra parte el segmento BC corresponde al semieje menor $b = 10$, de donde $b^2 = 100$.

De acuerdo a dónde se ubica el eje mayor la elipse será horizontal o vertical, en este caso está en el eje horizontal, luego el modelo matemático de la forma estándar de la ecuación de la elipse con centro en el origen es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ Sustituyes } a^2 \text{ y } b^2: \frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{100} = 1$$

Todo punto de la semi elipse al reemplazar x e y en la ecuación cumple la igualdad, por tanto P (6, h) debe satisfacer la ecuación, reemplaza:

$$\frac{36}{225} + \frac{h^2}{100} = 1 \rightarrow 3600 + 225 h^2 = 22500 \rightarrow h = \sqrt{84} \rightarrow h \cong 9.17$$

Por ser h una longitud solo consideras el signo positivo de la raíz.

¡Felicitaciones, lo lograste! La altura del arco a 6 pies del centro de la base es 9.17 pies

GALERÍA DEL MURMULLO

En el techo de la Galería de Murmullo o Susurro que se encuentra en el Museo de Cera del Distrito Metropolitano de Quito, su punto más alto está a 15 pies sobre el piso elíptico, y los vértices del elipsoide están a 50 pies de distancia. Si dos personas están de pie en los focos F y F' , ¿a qué distancia de los vértices están sus pies?, ¿cuál es la ecuación de la semi elipse?

Debes conocer que una galería de murmullo es una estructura con techo elipsoidal en la cual se puede oír, en un foco, a una persona que susurre en el otro.

Ubica la idea en un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro en el origen de coordenadas:

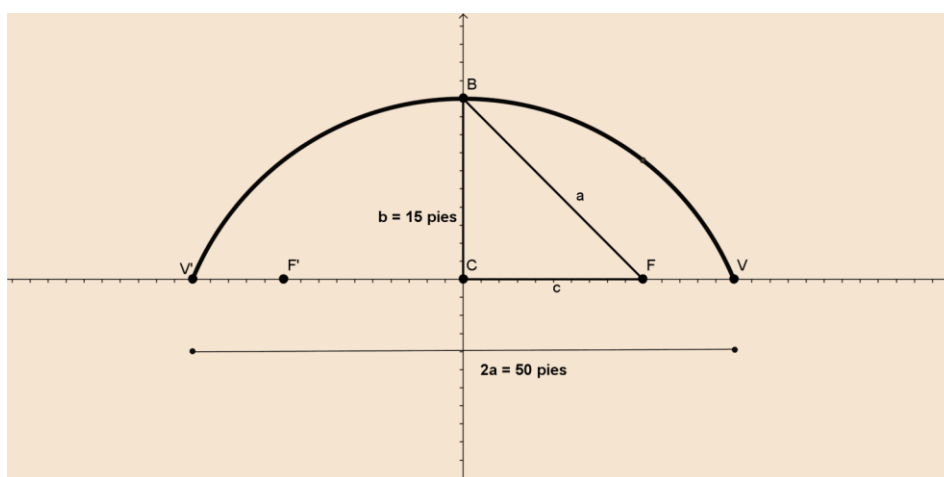


Gráfico N° 95: Arco de galería de murmullo
Elaborado por: Bedoya I.

Como la distancia entre los vértices es 50 pies, luego concluyes que el eje mayor $2a = 50$ ft, de donde $a = 25$ ft.

El punto más alto está a 15 pies sobre el punto más alto, este es el semi eje menor $b = 15$ ft.

Dado que los vértices y focos están en la misma recta horizontal se concluye que la elipse es horizontal y usas el modelo matemático:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{Sustituyes } \frac{x^2}{25^2} + \frac{y^2}{15^2} = 1 \rightarrow 125x^2 + 625y^2 = 78125$$

Para la ecuación de la semi elipse superior que trata el problema, conviene despejar y de la ecuación de la elipse y tomar el signo positivo del radical:

$$y = \frac{1}{25}\sqrt{78125 - 125x^2} \text{ ¡Haz resuelto la primera tarea!}$$

Para ayudar a recordar la relación entre los coeficientes, considera el triángulo rectángulo BCF de la figura anterior, se compara al segmento BF de longitud a con una escalera, a medida que la escalera va moviéndose hasta que sus extremos se ubican en el centro y en el vértice constituye el semi eje mayor. Por el Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

$$\text{Sustituyes: } 25^2 = 15^2 + c^2 \rightarrow 625 = 225 + c^2$$

$$\text{Agrupa y simplifica: } c^2 = 400$$

Aplica raíz cuadrada: $c = 20$ como es longitud se toma solo la raíz positiva

Realiza ahora la diferencia de a con c para saber a qué distancia de los vértices están los pies de las personas:

$$a - c = 25 - 20 = 5$$

Por tanto se encuentran a 5 pies de los vértices

EL COMETA HALLEY

El primero en dar a conocer la utilidad de la elipse en la ciencia fue Johannes Kepler en 1609 en su publicación. La nueva astronomía “*Los planetas describen órbitas elípticas en uno de cuyos focos está el Sol*”.

El cometa Halley tiene una órbita elíptica, el Sol se encuentra en uno de sus focos, con una excentricidad $e \cong 0.967$. Lo más cerca que el cometa Halley llega al sol es 0.587 UA. Encuentra la ecuación de la órbita y calcula la distancia máxima del cometa al Sol.

Recuerda que UA = unidad astronómica, es el promedio de distancia de la Tierra al Sol para especificar grandes distancias, 1 UA = 93 000 000 de millas.

Lleva la idea a un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro de la elipse con el origen de coordenadas:

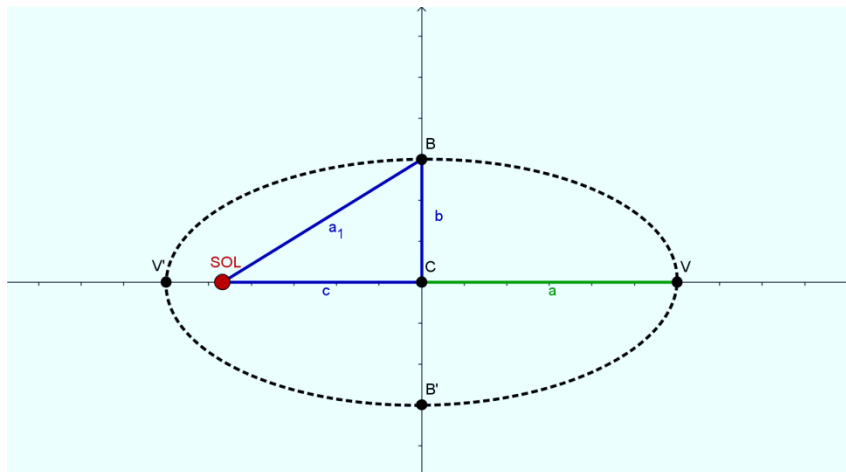


Gráfico N° 96: Elipse órbita del cometa
Elaborado por: Bedoya I.

Como $a - c$ es la distancia mínima entre el Sol y el cometa, entonces:

$$a - c = 0.587 \text{ o bien } a = c + 0.587$$

La excentricidad $e = \frac{c}{a} = 0.967$, despejando $c = 0.967 a$

Sustituye el valor de **a**: $c = 0.967 (c + 0.587)$

$$c = 0.967 c + 0.568$$

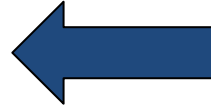
Agrupar y simplificar: $c \cong 17.2$

Como $a = c + 0.587 \rightarrow a \cong 17.8$

Calcula ahora la distancia máxima entre el Sol y el cometa que es:

$$a + c \cong 17.8 + 17.2$$

$$a + c = 35 \text{ UA}$$



Ahora para establecer la forma de la ecuación de la órbita, necesitas calcular el coeficiente b , aplica el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

$$\text{Sustituyes: } 17.8^2 = b^2 + 17.2^2 \rightarrow b^2 = 21 \rightarrow b = 4.58$$

$$\text{Dado que la elipse es horizontal: } \frac{x^2}{17.8^2} + \frac{y^2}{4.58^2} = 1$$

ELEMENTOS DE LA ELIPSE

Obtener el valor de los elementos de la Elipse con centro fuera del origen dada su ecuación: $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Los elementos son: Centro, longitud de los Ejes, Vértices, Focos. Graficar

Debes determinar primero las coordenadas del centro $C(h, k)$; el valor del semi eje mayor a , del semi eje menor b , donde $a > b$

Si el número mayor está debajo de la variable x significa que el eje mayor es horizontal en caso contrario será vertical, luego el modelo matemático de la elipse es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Por tanto el número mayor en el denominador es el 9, está debajo de la variable x entonces la elipse es horizontal. Por comparación entre la ecuación dada con su modelo matemático obtenemos los valores de: $h = 3$; $k = 1$

Por tanto $C(h, k) = c(3, 1)$

$a^2 = 9 \rightarrow$ Como es longitud $a = 3$, semi eje mayor

$b^2 = 4 \rightarrow$ Como es longitud $b = 2$, semi eje menor

Por Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 3^2 = 2^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{5} \cong 2.23$

Ya puedes realizar la gráfica para obtener el resto de elementos (sin necesidad de aprender más fórmulas):

- a. Ubica el centro $C(3, 1)$
- b. Traza ejes imaginarios para poder dibujar los semi ejes de la elipse
- c. Como la elipse es horizontal y el semi eje mayor $a = 3$, desde el centro te diriges a la izquierda y a la derecha 3 unidades, ahí estarán los vértices
- d. El semi eje menor es $b = 2$, se mueve hacia arriba y hacia abajo
- e. Construir un triángulo rectángulo, ubica un punto F y su simétrico F' . Por definición la distancia del centro al foco la llamas c y del foco a B , la altura es b , la hipotenusa es la llamas a . Por Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 3^2 = 2^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 5 \rightarrow c = \sqrt{5} \cong 2.23$
- f. Luego las coordenadas de los focos: $F(3+\sqrt{5}, 1)$ y $F'(3-\sqrt{5}, 1)$, para graficar es lo que te mueves desde el centro de la elipse en x a la derecha e izquierda y lo que te levantas en y hacia arriba y hacia abajo
- g. Con GeoGebra: abres una ventana, ingresas en **Entrada** la ecuación así: $(x - 3)^2 / 9 + (y - 1)^2 / 4 = 1$, enter y aparece la elipse en la vista gráfica. Para hallar los elementos haz clic en **Ayuda de entrada** selecciona **Cónica** verás que se despliega un menú de opciones, escoge **Centro** y pega en la entrada debes escribir el nombre de la cónica que aparece en la vista algebraica como por ejemplo Centro [c], de la misma manera y selecciona **Eje principal**, selecciona **Foco**. En la **Barra de herramientas** selecciona **Intersección de dos objetos** y ubica los Vértices y los Extremos.

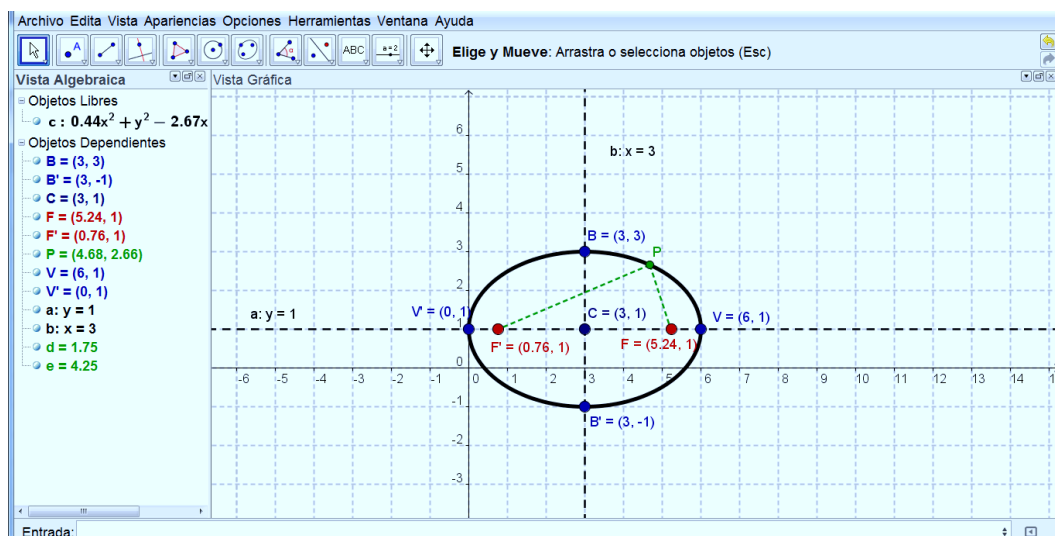


Gráfico N° 97: Elementos de la Elipse
Elaborado por: Bedoya I.

¡A PRÁCTICAR CON GEOGEBRA!

Actividad A.-

Construye la Elipse con un método similar al denominado “del jardinero” utilizando GeoGebra

Construcción:

1. La elipse se define como el lugar geométrico de los puntos del plano, cuya suma de distancias a dos puntos fijos es constante. Dibuja el segmento AB que corresponde al eje mayor, ubica en él un punto P, y dibuja el punto medio O del segmento AB que será el centro de la elipse.
2. Como no hay datos sobre el eje menor, podemos situar los focos en cualquier posición para obtener una de las elipses que tienen AB como eje mayor. Ubica el punto F y calcula su simétrico usa **Refleja objeto por punto** con respecto al punto O para obtener F'.
3. Define los **segmentos** PA y PB que aparecerán con los rótulos **b** y **c**, respectivamente. A continuación traza dos circunferencias con centros en F y F' y radios PA y PB respectivamente, utiliza la herramienta **Circunferencia dados su centro y radio**, al abrirse el cuadro para escribir la medida del radio,

introduce b y c , respectivamente. Luego obtén los puntos de corte de las dos circunferencias P_1 y P_2

4. Cuando P se desplaza sobre el segmento AB , los puntos que se obtienen son puntos de la elipse, debes utilizar la herramienta **Lugar geométrico** para obtener el lugar descrito por P_1 cuando P recorre el segmento AB , repitiendo el proceso para el punto P_2
5. Mueve el punto P a lo largo del segmento AB ¿Qué sucede?

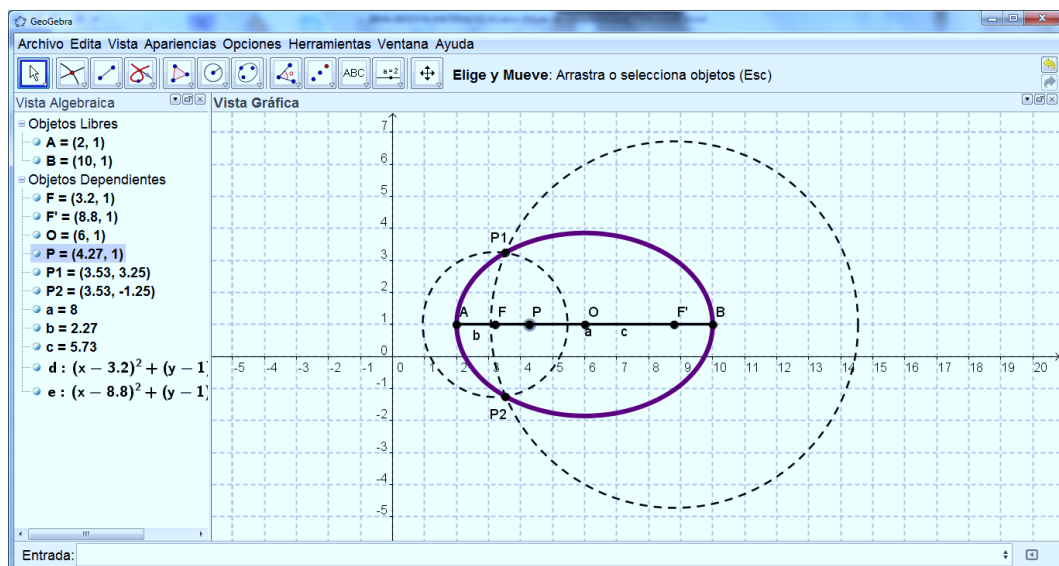


Gráfico N° 98: Construcción de la Elipse
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

Construye una elipse cuyo eje mayor sea vertical

Construcción:

1. Ingresa en la **Entrada** la orden $a = 4$, dar enter. Luego ingresa $b = 3$, dar enter. Finalmente ingresa: $a^2 x^2 + b^2 y^2 = a^2 b^2$, apóyate con el menú **Ayuda de entrada**, dar enter. ¿Qué figura se obtiene con la representación gráfica? Inserta con **Texto** el nombre de la gráfica
2. Pulsa clic derecho del mouse sobre $a = 4$ y $b = 3$, respectivamente, en la ventana algebraica, se despliega el menú contextual, da clic en **Expone**

objeto, luego puedes cambiar el color, mostrar nombre y valor seleccionando **Propiedades de objeto**. Es otra manera de insertar deslizadores desde la barra de entrada y no desde la barra de herramientas

3. Utiliza el mouse para desplazar los puntos **a** y **b** de los deslizadores en la ventana geométrica, para lograr un efecto de variación sobre la gráfica de la elipse vertical
4. Ingresa en la entrada **Eje principal [c]**, pulsa clic derecho sobre la recta resultante y **Renombra** por “Mayor”. Utilizando el mouse, desplaza los puntos **a** y **b** en la ventana geométrica. Observa cuidadosamente los efectos que se producen en el objeto “Mayor”. Escribe y comparte tu conjetura.

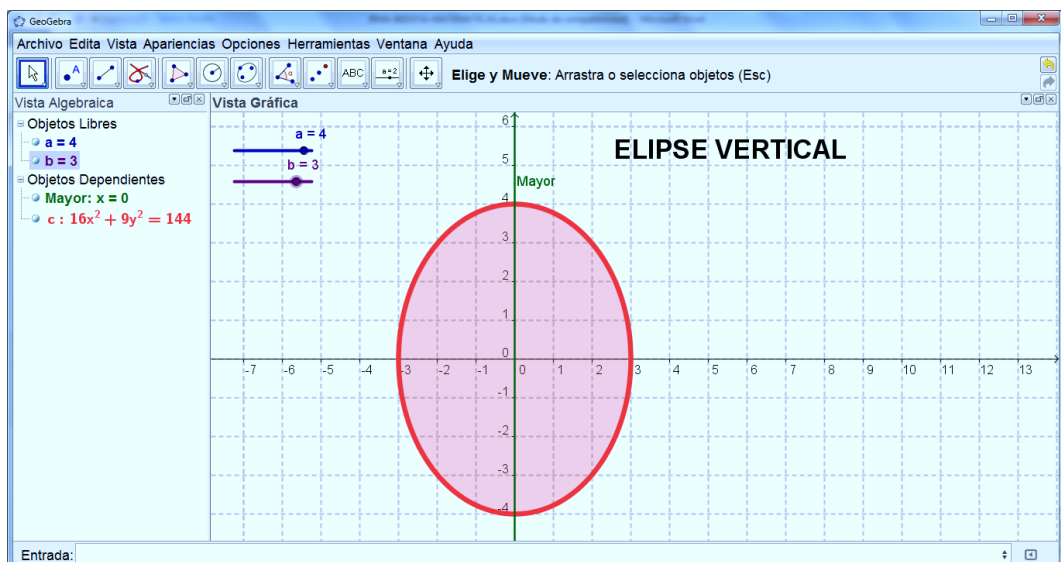


Gráfico N° 99: Elipse Vertical
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Analiza la definición de la Elipse como el lugar geométrico de un punto del plano que se mueve de tal manera que la suma de distancias a dos puntos fijos es constante

Construcción:

1. Crea una elipse definiendo una función, que la ingreses en el campo de **Entrada** o con la opción **Elipse**. Darle el nombre de “Ely”. En la opción **Vista** oculta los ejes y la cuadrícula, cambio el fondo y el color de “Ely”
2. Ingresa en la **Entrada** Eje principal [Ely], cambia el nombre de este objeto por Mayor. Ingresa luego Foco [Ely], cambia los nombres por F y F’, este paso realizar solo si creaste la elipse mediante una función o con la opción Cónica dados cinco de sus puntos
3. Crea un punto sobre la elipse y cambia su nombre por P. Define dos **Segmentos**, uno desde F hasta P y otro desde F’ hasta P, en cada segmento muestra **Valor**. Ubica también los vértices con **Intersección de dos objetos**, define el segmento VV’
4. Ingresa en la **Entrada** la orden: $S = Longitud[a] + Longitud[b]$. Con esto se define S como la suma entre la longitud del segmento *a* con la longitud del segmento *b*. Pulsa clic derecho del mouse en S de la vista algebraica, elige **Propiedades de objeto** cambia a color rojo. Procede de igual manera en VV’ cambia al mismo color rojo
5. Utilizando el mouse desplaza el punto P sobre la elipse, observa cuidadosamente los efectos sobre las longitudes de los segmentos y sobre la suma de las longitudes “S” así como también en la longitud de VV’; no olvides que en la vista algebraica S y VV’ están de color rojo. Conjetura y escribe el papel que tienen los radios vectores en una gráfica como la elipse; comparte tus criterios

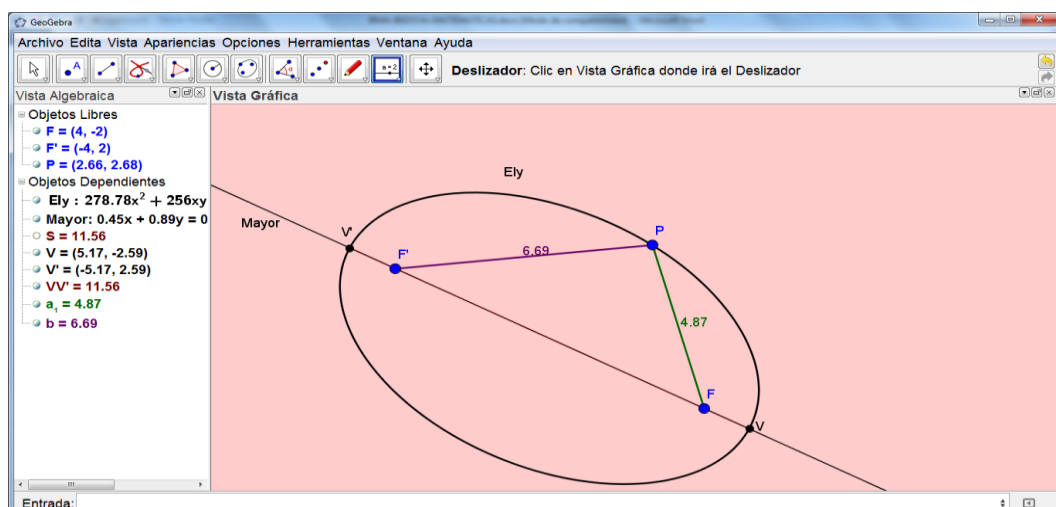


Gráfico N° 100: Elipse como lugar Geométrico
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad D.-

En una elipse representa la relación de los coeficientes a , b y c , mediante la expresión: $a^2 = b^2 + c^2$

Construcción:

1. Dibuja una **Elipse** con este comando de la barra de herramientas, de preferencia inclinada para notar que esta relación se cumple en cualquier caso, llama a la cónica Ely o permanece con el nombre que aparece por defecto generalmente es c. Renombra los puntos fijos y llámalos F y F'
2. En la **Ayuda de entrada o Línea de comandos** selecciona **Cónica**, luego **Ejes[<cónica>]** o teclea esta expresión en la entrada. Con el comando **Intersección entre dos objetos** encuentra el Centro, los Vértices V y V', los extremos B y B'
3. Señala los **segmentos** CF, CA llamado semi eje mayor, CB llamado semi eje menor. **Muestra valor**
4. Observa que el extremo del eje menor, el centro y un foco, forman un triángulo rectángulo, utiliza el comando **Polígono**, grafica el ángulo recto. ¿Cuánto vale la hipotenusa de este triángulo?
5. Compara el valor de la hipotenusa que acabas de calcular con el valor del semi eje mayor
6. Activa **Elige y mueve**, moviliza el punto P o alguno de los focos para variar la elipse, ¿qué sucede con el valor de la hipotenusa del triángulo y el valor del semi eje mayor?
7. Expresa la relación de los coeficientes a , b y c que se cumple en toda elipse

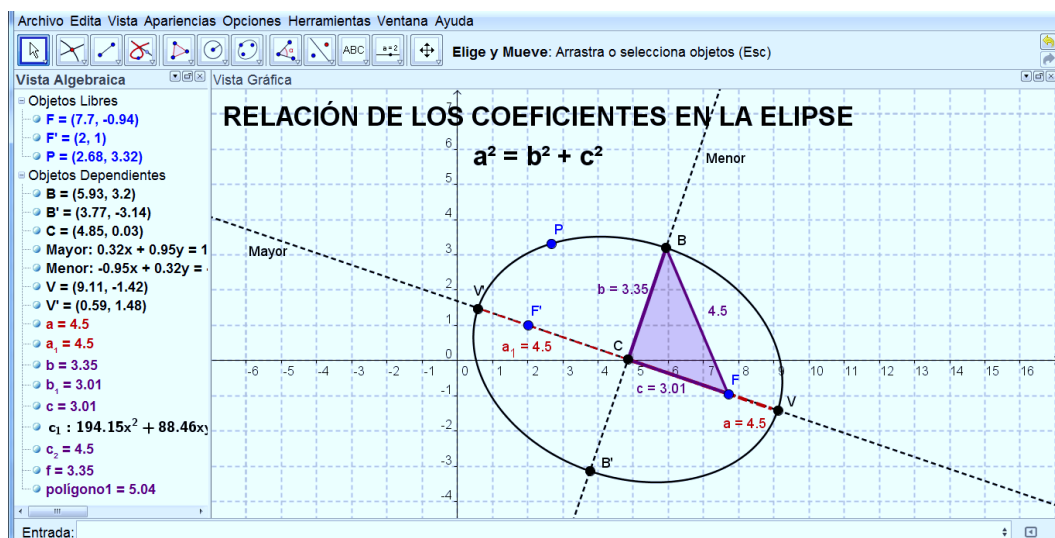


Gráfico N° 101: Relación de los Coeficientes en la Elipse
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

Usa la herramienta Cónica dados 5 de sus puntos, a través de parámetros modifica la cónica

Construcción:

1. Dibuja 5 puntos
2. Traza la cónica que pasa por estos puntos
3. Mueve los puntos hasta que la cónica sea una Elipse, observa el modelo algebraico de la ecuación en la vista algebraica
4. Introduce varios parámetros, este comando está en **Ayuda de entrada, Cónica, Parámetro** [*cónica*], con un intervalo mínimo -5 y máximo 5, nombra **a, b, d, e, f, g**. Escribe una ecuación similar a la obtenida en el paso anterior, ingresa en **Entrada** la expresión: $a x^2 + b x y + d y^2 + e x + f y + g = 0$, para indicar multiplicación se indica con el símbolo * o dando un espacio
5. Modifica los parámetros, clic sobre uno de ellos y en modo Desplazamiento mueve las teclas-flechas. Observa cómo se modifica la cónica en Parábola, Elipse, Hipérbola
6. Ingresa en entrada la cónica $4*x^2 + 25*y^2 = 100$

7. Calcula los ejes y el centro, en la **Ayuda de entrada o Línea de comandos**, elige **Ejes**, luego **Centro** o sitúa la intersección con la herramienta respectiva
8. Dibuja un punto sobre la cónica y halla el simétrico respecto al centro y respecto a los ejes, a través del comando **Refleja**. Desplaza el punto y observa
9. Describe ¿cómo es una elipse?, ¿qué son los ejes y el centro?, ¿qué elementos de simetría tiene?

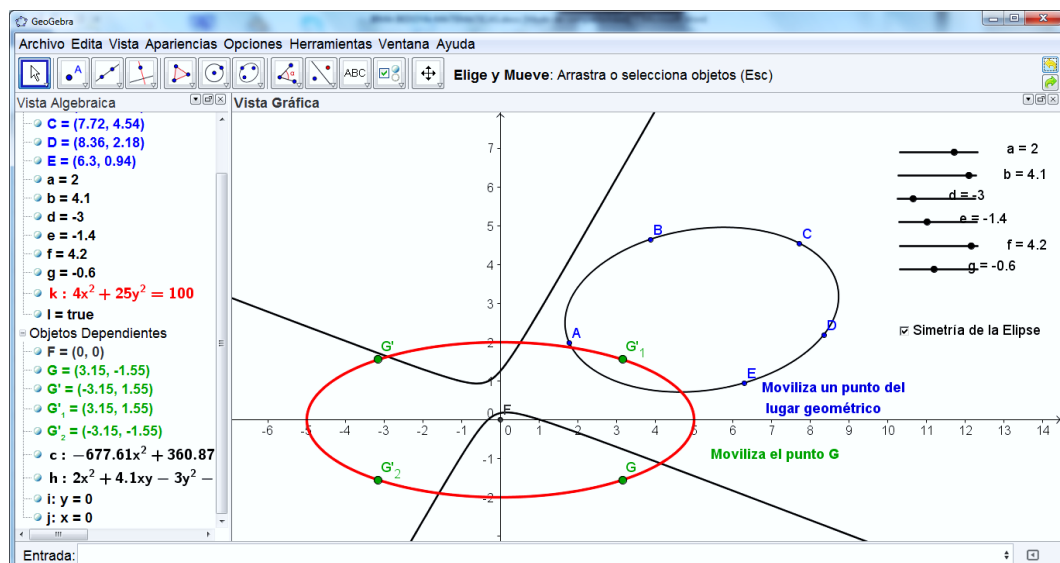


Gráfico N° 102:Herramienta cónica dados 5 puntos
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad F.-

En una elipse, la distancia de B a los focos es a , ya que $BF = BF'$, y llamando c a la distancia del foco al centro (CF), tendremos que a, b, c es una terna pitagórica, es decir $a^2 = b^2 + c^2$, que relaciona la distancia focal con los ejes.

A la razón $\frac{c}{a} = e$, existente entre la semi distancia focal y el semi eje mayor, se le llama **excentricidad** (e). La excentricidad de la elipse es un número comprendido entre cero y uno.

Construcción:

1. Introduce un deslizador para **a** con un intervalo de 0 a 10 y un incremento de 0.1; de la misma manera introduce otro deslizador para **b**
2. Ingresar en **Entrada** la ecuación: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, enter. Aparece un pequeño círculo, activa **Elige y mueve** para ampliar la curva y poder visualizar la elipse. Encuentra los elementos: ejes, centro, focos, vértices, extremos, utiliza la lista de comandos e intersección entre dos objetos
3. Utiliza la herramienta **Segmento** para señalar los segmentos BC en color verde, CV en color rojo; a estos colores cambiar la presentación de los deslizadores pues se relacionan con ellos. También señala el segmento CF' en color azul. Ubica en la elipse el punto P y traza los radios vectores PF y PF' en color naranja. El punto P será móvil y puedes rotarlo a lo largo de la curva
4. En la **Lista de comandos o Ayuda de entrada** selecciona **Cónica** y luego **Excentricidad**[<cónica>], renombra para que en la vista algebraica aparezca con la palabra excentricidad, valor en el que te guías para realizar lo siguiente:
 - Mueve los deslizadores a y b para que observes como varía la elipse y el valor de su excentricidad
 - ¿Qué resulta cuando $e = 0$?
 - ¿Y si vale $e = 1$?
 - La excentricidad de la órbita terrestre es de 0.97, represéntala

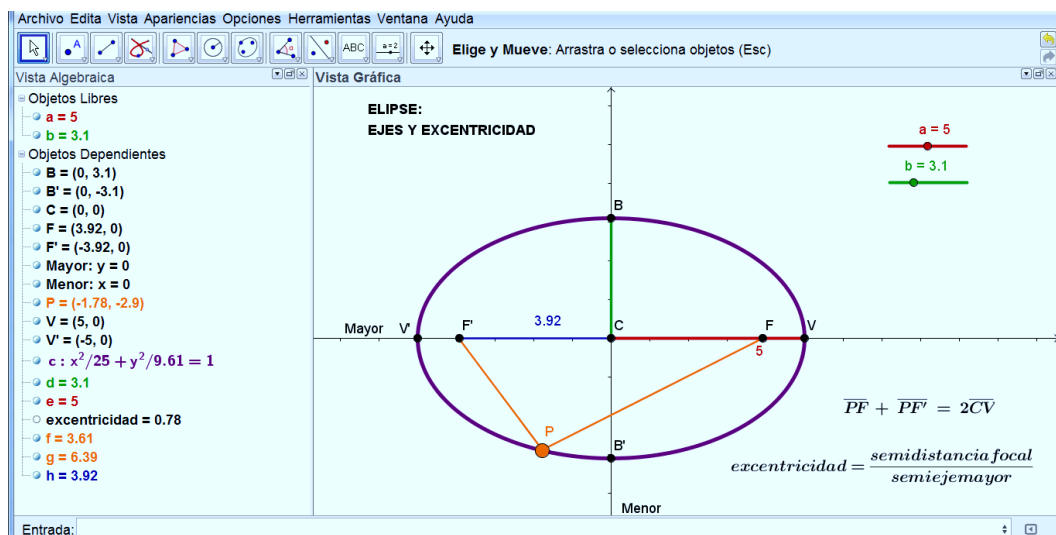


Gráfico N° 103: Elipse: Ejes y Excentricidad
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad G.-

Realiza un simulador de la Elipse.

Construcción:

1. Con la opción **deslizador**, ingresa dos parámetros **a** y **b**, en un intervalo de 0 a 5, y un incremento de 0.1
2. En la barra de **entrada** ingresa las funciones: $f(x) = b/a \sqrt{a^2-x^2}$, da enter; luego ingresa $g(x) = (-b)/a \sqrt{a^2-x^2}$, da enter; de esta manera queda trazada la elipse
3. Ubica un punto sobre la curva $f(x)$, llámalo B. Ahora en la **línea de comandos** o en la barra de **entrada**, escribe **Tangente [x(B),f]**, aparecerá la recta tangente a la curva en el punto B. Debes seleccionar **Refleja objeto por recta**, clic en el punto B y clic en el eje X, entonces aparecerá el punto B', así mismo digita **Tangente [x(B'),g]** para graficar la recta tangente en B'
4. Traza la recta que pasa por B y B' mediante **recta que pasa por dos puntos**. Recuerda que con **propiedades de objeto** puedes cambiar el color, el tipo de trazo, etc. De acuerdo a como consideres que deban ir los objetos
5. Ya estas cerca de construir la simulación. En la **entrada** ingresa: **Secuencia [Circunferencia[(i, b/a sqrt(a²-i²),1),i,-5,5,0.2]** con ello estas indicando que se repetirá una circunferencia, la variable es **i** en la función f, en el intervalo de -5 a 5 con incremento de 0.2. De la misma manera ingresa **Secuencia [Circunferencia [(i, (-b)/a sqrt (a²-i²),1),i,-5,5,0.2]** Luego con **propiedades de objeto**, elige el color de la secuencia y otórgale un pequeño nivel de opacidad.
6. Para que observes la simulación en todo su esplendor, activa **animación automática** en los dos deslizadores. Observa cuidadosamente y analiza cómo le afecta a la hipérbola la variación en el coeficiente **a**, y qué sucede cuando varía **b**

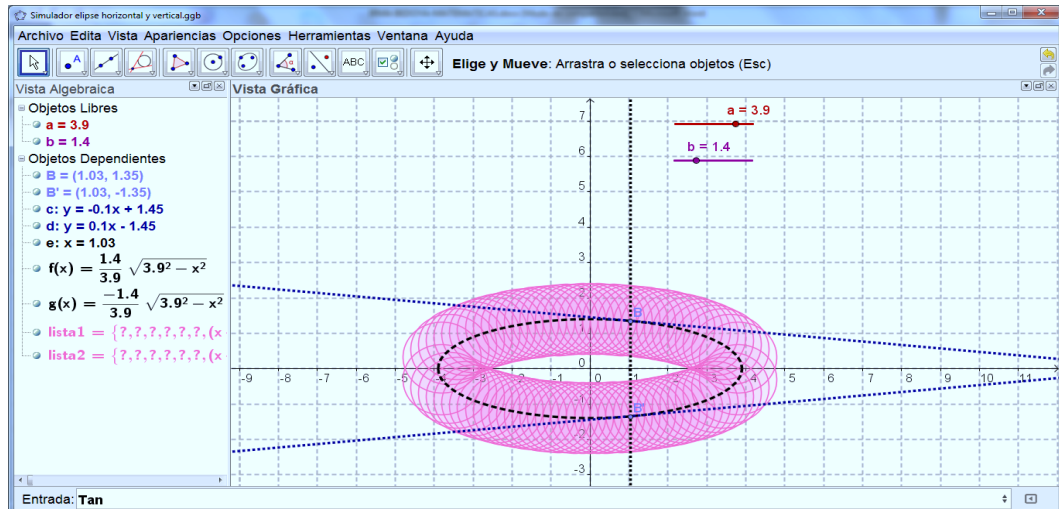


Gráfico N° 104: Simulador de Elipses
Elaborado por: Bedoya I

Cuadro Nº 61: GUÍA METODOLÓGICA 5

TEMA: La Elipse

OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la elipse utilizando GeoGebra

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

*“Todas las verdades son fáciles de entender,
Una vez descubiertas.
El caso es descubrirlas”
Galileo Galilei*

UNIDAD 6

LA HIPÉRBOLA



Gráfico N° 105: La Hipérbola es una de las cónicas
Fuente: huitoto.udea.edu.co

LOCALIZANDO BARCOS

La estación A de guardacostas está a 200 millas directamente al este de otra estación B. Un barco está navegando en una línea paralela y a 50 millas al norte de la recta que pasa por A y B. Se transmiten señales de radio de A y B a razón de 980 pies/ μ s (microsegundo). Si a las 13h00, la señal de B llega al barco 400 microsegundos después de la señal desde A, ¿Puedes localizar la posición del barco en ese momento?

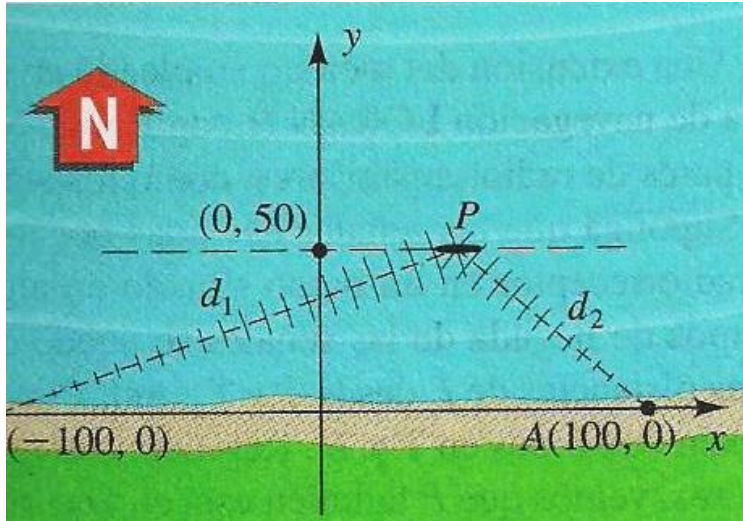


Gráfico N° 106: Posición del barco
Fuente: huitoto.udea.edu.co

¡Te animas a hacerlo!

Primero lleva la idea a un sistema de referencia cartesiano, intentando visualizar el movimiento del barco, haz coincidir el centro con el origen de coordenadas:

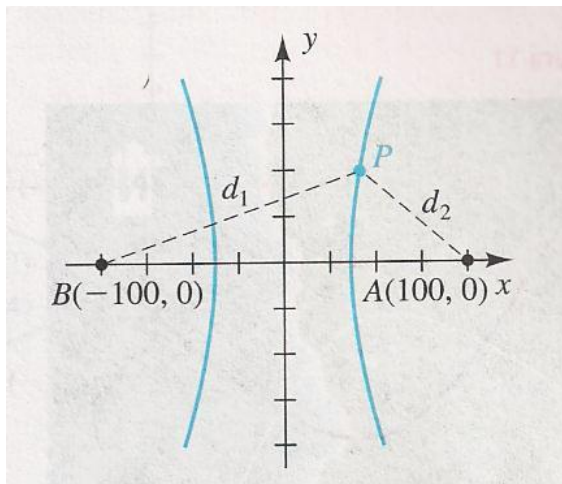


Gráfico N° 107: Hipérbola posición del barco
Fuente: huitoto.udea.edu.co

Es una hipérbola horizontal.

Considera que a las 13h00 la señal tarda 400 microsegundos (tiempo) más en llegar a B que desde A, la diferencia $d_1 - d_2$ en las distancias indicadas en ese tiempo es:

$$d_1 - d_2 = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$

$$d_1 - d_2 = 980 \frac{\text{pies}}{\mu\text{s}} \cdot 400 \mu\text{s}$$

$$d_1 - d_2 = 392000 \text{ pies}$$

Para convertir a millas, dividir para:

$$d_1 - d_2 = \frac{392000 \text{ pies}}{5280 \frac{\text{pies}}{\text{mi}}} = 74.\overline{24} \text{ mi}$$

No olvides que a las 13h00, el punto P (el barco) está en la rama derecha de una hipérbola con centro en el origen cuya ecuación estándar es:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Recuerda una hipérbola está formada por todos los puntos cuya diferencia en distancias desde los focos, en este caso B y A es $d_1 - d_2$, además $d_1 - d_2 = 2a$, lo que te lleva a deducir:

$$2a = 74.\overline{24} \rightarrow a = \frac{74.\overline{24}}{2} \rightarrow a = 37.\overline{12} \rightarrow a^2 \cong 1378$$

La distancia c desde el origen a cualquiera de los focos es 100:

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 \cong 10000 - 1378$$

$$b^2 \cong 8622$$

En consecuencia, una ecuación aproximada para la hipérbola que tiene focos A y B y pasa por P es:

$$\frac{x^2}{1378} - \frac{y^2}{8622} = 1$$

Si haces $y = 50$ (la coordenada y de P), obtenemos:

$$\frac{x^2}{1378} - \frac{2500}{8622} = 1 \rightarrow x^2 \cong 1777.56 \rightarrow x \cong 42.16$$

Redondeando a la milla más cercana $x = 42$

Por tanto, ¡Lo lograste! El barco, aproximadamente se encuentra en el punto que tiene por coordenadas:

P (42mi, 50mi)

LA HIPÉRBOLA Y SUS ELEMENTOS

La ecuación $4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$ representa una hipérbola, hallar sus elementos y graficarla

Lo primero es determinar si el eje de la hipérbola es paralelo a uno de los ejes cartesianos y si su centro es el origen o distinto de él. Para ello estudiamos la forma de una ecuación cuadrática:

Si $ax^2 + by^2 + c = 0$, entonces la cónica será una circunferencia o una elipse.

Si $ax^2 - by^2 + c = 0$, entonces por estar el término y^2 negativo será una hipérbola con eje paralelo al eje x , por así decir una hipérbola horizontal.

Si $ay^2 - ax^2 + c = 0$, entonces por estar el término x^2 negativo será una hipérbola con eje paralelo al eje y , por así decir una hipérbola vertical.

Además si aparece en la ecuación dada un término en x o en y o en ambos xy , entonces se concluye que no está centrada en el origen de coordenadas.

Luego la ecuación dada es equivalente a: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

Agrupar y factor común a los términos de x : $4(x^2 - 2x) - 3y^2 = 8$

Divide la ecuación para 4: $(x^2 - 2x) - \frac{3y^2}{4} = 2$

Completa el trinomio cuadrado perfecto: $(x - 1)^2 - \frac{3y^2}{4} = 3$

Divide para 3: $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

Compara con: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

De donde: $h = 1; k = 0; a^2 = 3 \rightarrow a = \sqrt{3} \cong 1.7; b^2 = 4 \rightarrow b = 2$

Calcula: $c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c^2 = 3 + 4 \rightarrow c^2 = 7 \rightarrow c = \sqrt{7} \cong 2.6$

Recuerda que una hipérbola existe si su excentricidad $e > 1$, esto se debe al hecho de que $c > a$ pues el segmento FF' contiene al segmento VV' y la relación de los coeficientes es: $c^2 = a^2 + b^2$

Ya puedes determinar los elementos suficientes para graficar sin necesidad de aprender muchas fórmulas:

$$C(h, k) = C(1, 0) ; F(h+c, k) = F(3.6, 0) ; F'(h-c, k) = F'(-1.6, 0)$$

$$V(h+a, k) = V(2.7, 0); V'(h-a, k) = V'(-0.7, 0)$$

Todos estos elementos estarán en la misma recta horizontal. Como $b = 2$ entonces se desplaza el vértice en 2 unidades hacia arriba y hacia abajo. Forma el rectángulo auxiliar que tiene lados de longitudes $2a = 3.4$ y $2b = 4$, traza las rectas que pasan por el centro y los puntos trasladados. Recuerda estas rectas son las asíntotas de la hipérbola.

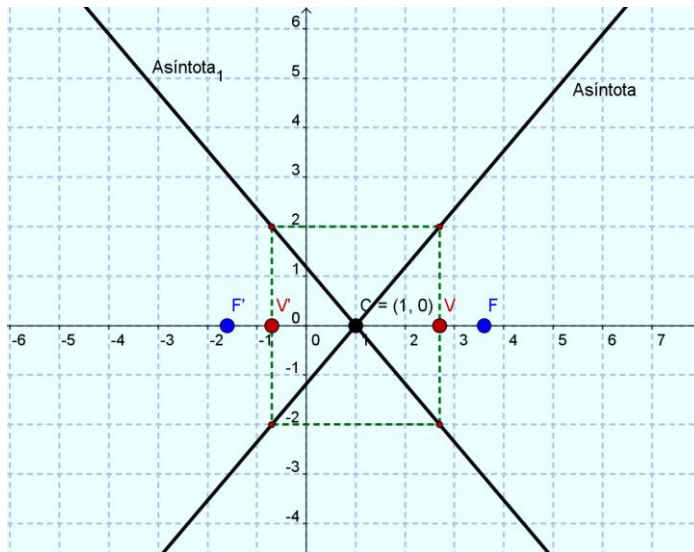


Gráfico N° 108: Elementos de la hipérbola
Elaborado por: Bedoya I.

Luego la gráfica de la hipérbola es:

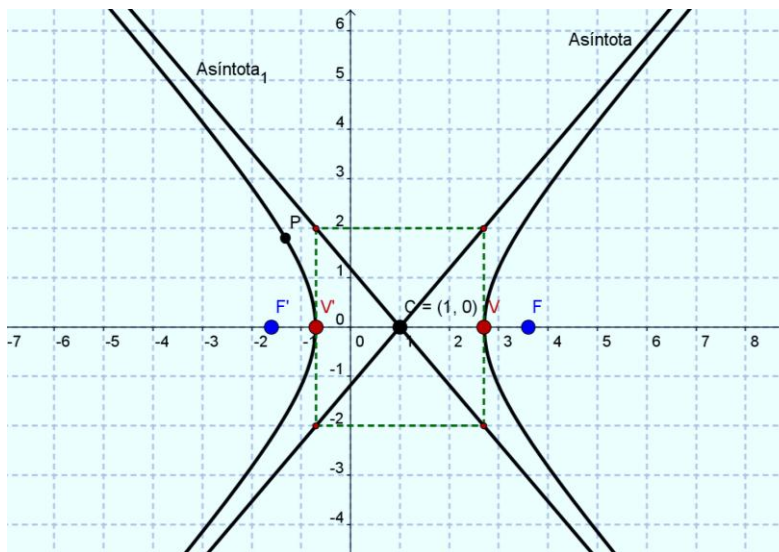


Gráfico N° 109: Razón de cambio
Elaborado por: Bedoya I.

Al reemplazar el miembro derecho de la ecuación hipérbola por cero puedes obtener las ecuaciones de las asíntotas:

$$\frac{(x - 1)^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 0 \rightarrow \text{Factorando} \left(\frac{x - 1}{\sqrt{3}} + \frac{y}{2} \right) \left(\frac{x - 1}{\sqrt{3}} - \frac{y}{2} \right) = 0$$

Igualando a cero cada factor, las ecuaciones de las asíntotas quedan:

$$y = -2 \left(\frac{x-1}{\sqrt{3}} \right) \text{ y la otra recta } y = 2 \left(\frac{x-1}{\sqrt{3}} \right)$$

¡A PRACTICAR CON GEOGEBRA!

Actividad A.-

La hipérbola se define como el lugar geométrico de los puntos del plano, cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos es constante: $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 2a$

Construcción:

1. Sobre una recta dibuja los puntos C, V y F que corresponden al centro, vértice y foco de la hipérbola. Luego utiliza la herramienta **Refleja objeto por punto**, obtienes los puntos simétricos V' y F'
2. Sitúa un punto P sobre la recta inicial y define el **Segmento** PA como también el segmento PA'
3. Traza dos circunferencias utiliza **Circunferencia conocidos centro y radio**, una con centro en el foco F y radio PA, y otra con centro en el otro foco F' y radio PA'. A continuación con la herramienta **Intersección entre dos objetos** de las dos circunferencias, determina los puntos P₁ y P₂, estos son puntos de la hipérbola
4. La hipérbola se obtiene como el **Lugar geométrico** descrito por P₁ cuando el punto P recorre la recta inicial, entonces haz clic en P luego en P₁, y a continuación, el lugar descrito por el punto P₂ cuando P se mueve por la recta, con la misma herramienta haz clic en P luego en P₂
5. Activa la opción **Elige y mueve** para movilizar los puntos a lo largo de la recta y observa las variaciones de la hipérbola

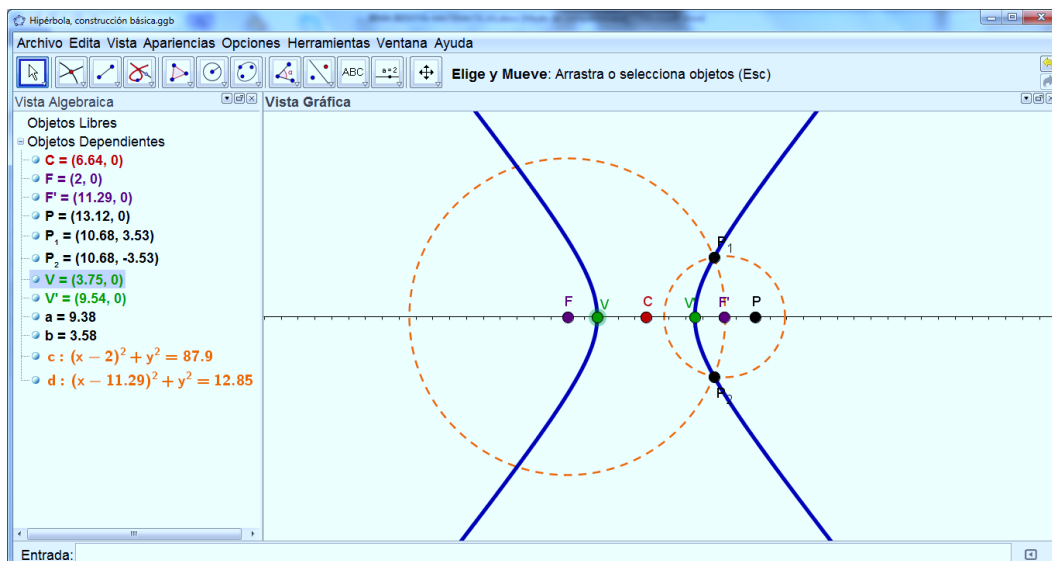


Gráfico N° 110: la Hipérbola
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad B.-

El valor absoluto de la diferencia de los radios vectores de una hipérbola es constante, positiva, menor que la distancia entre los focos e igual a $2a$, grafica la hipérbola para visualizar esta relación.

Construcción:

1. Ubica en el plano los puntos A, B, C y con la herramienta **Hipérbola** traza la hipérbola con focos A y B y que pasa por C
2. Ubica en la rama izquierda de la hipérbola el punto P y en la rama derecha el punto Q, luego oculta la curva y el punto C
3. Define el **Segmento** PA, PB, QA, QB, otorga al segmento PA y QA el mismo color, mostrar valor, de la misma manera a los segmentos PB y QB, fíjate en el rótulo de cada segmento, rótulo que no expones.
4. Escribe los siguientes textos en la **Entrada** para definir la resta de los radios vectores respecto a P: “PB-PA = “+ (b ”-“ a “=” (b - a) , también el texto respecto a Q: “QA-QB = “ + (d “- “ e “ = “ (d - e) . Recuerda el rótulo de cada segmento para que funcione la fórmula
5. Moviliza los puntos P y Q, antes activa **mostrar rastro** en cada punto, observa en la vista gráfica como varían los radios vectores y qué sucede con el

valor de su diferencia, al tiempo que se va trazando la cónica. Escribe tus conjeturas. Observa el gráfico antes de movilizar los puntos:

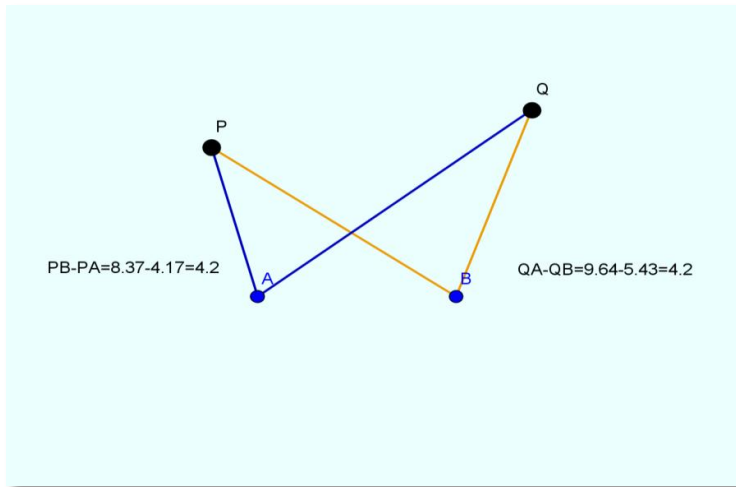


Gráfico N° 111: Hipérbola: producto de la Diferencia de dos Radios

Elaborado por: Bedoya I.

Después de movilizar los puntos:

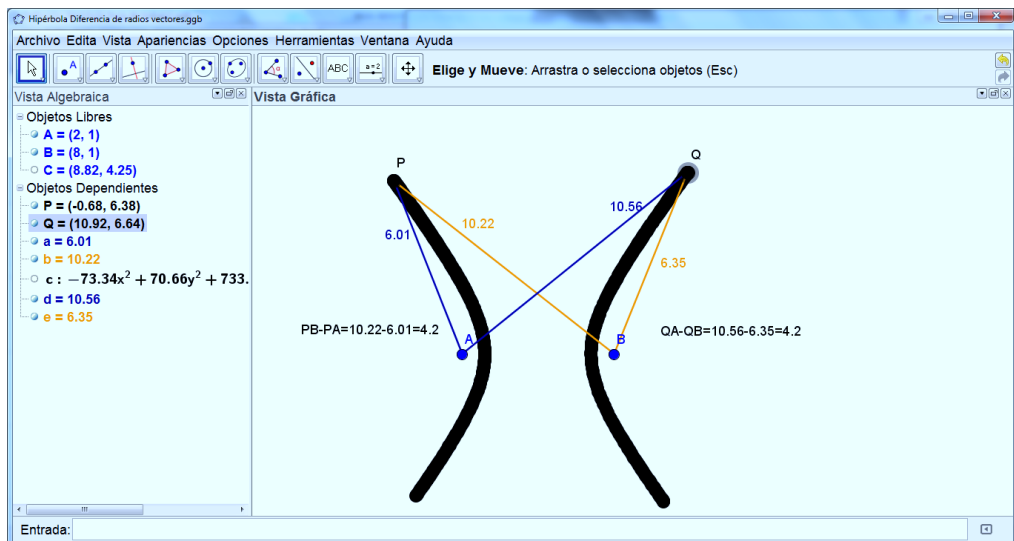


Gráfico N° 112: Hipérbola: producto de la Diferencia de dos Radios

Elaborado por: Bedoya I.

Actividad C.-

Gráfica dinámica de una hipérbola de eje transverso vertical visualizando sus elementos.

Construcción:

1. Ubica el punto C en el origen de coordenadas, este punto será el centro de la hipérbola
2. Ingresa dos **deslizadores** para **a** y **b**, respectivamente, con intervalo de 0 a 10 e incremento de 0.1. Ahora ingresa en la **Entrada** la ecuación de la hipérbola así: $(y - y(C))^2/a^2 - (x - x(C))^2/b^2 = 1$, enter. En **propiedades de objeto**, activa **mostrar valor**, en **álgebra** selecciona la forma de ecuación que quieres aparezca en la vista gráfica, da el color y trazo que gustes
3. Ubica los elementos: en la **línea de comandos**, en **cónica** selecciona **foco** [**<cónica>**] y nómbralos F y F' si no aparecen esos nombres por defecto, **eje principal** y **eje secundario** nómbralos Transverso y Conjugado, respectivamente, haz que se muestre el nombre; luego selecciona **asíntota** [**<cónica>**]. Ahora para los vértices en **entrada** ingresa $(x(C), y(C)+a)$ para V, no olvides que C es mayúscula como el punto no debes confundir con c minúscula que así puede llamarse la cónica por defecto, luego puedes **reflejar** en el punto C para tener V'. Para los extremos B teclea en **entrada** $(x(C)+b, y(C))$. Traza los radios vectores, ubica el punto P en la hipérbola, señala el **segmento** PF y muestra su valor, procede de igual manera para PF'
4. En **entrada** ingresa el texto fórmula: $PF' - PF = 2a$ (g " - " f " = " (g-f)), recuerda las letras depende de las que aparezcan para esos segmentos en la vista algebraica
5. Ya puedes movilizar los deslizadores y visualizar cómo varía la hipérbola, comparte tus conclusiones
6. ¡Anímate a trazar este tipo de hipérbola, no ubiques el punto C en el origen de coordenadas!

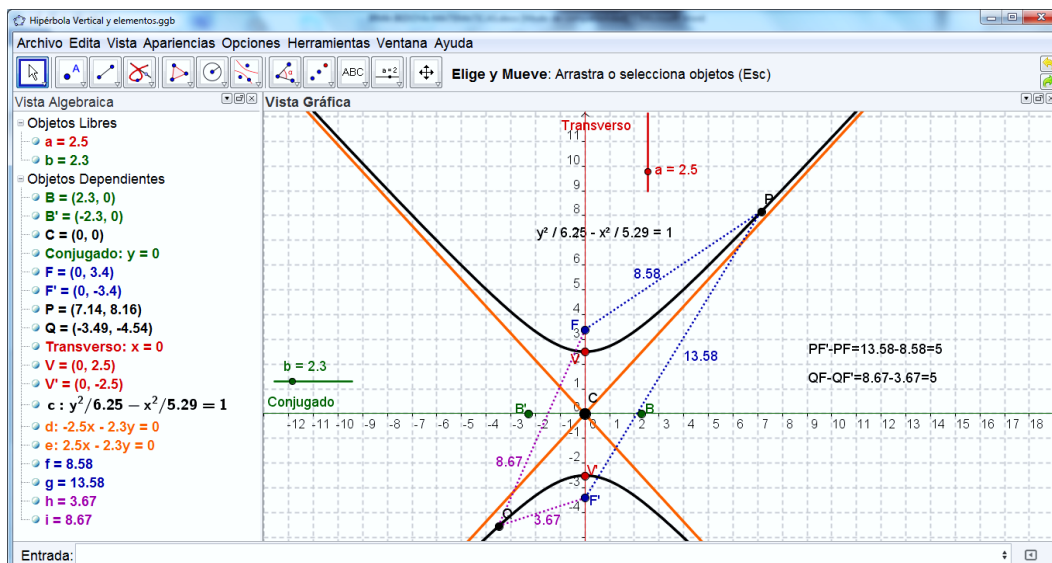


Gráfico N° 113: Dinámica de una Hipérbola
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad D.-

Trazo de la hipérbola no centrada en el origen en base a una circunferencia

Construcción:

1. Desactiva ejes y cuadrícula de la vista gráfica. Con la herramienta **nuevo punto** ubica dos puntos que llamarás F y B. Traza con el comando una **Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos**, con centro en F y que pasa por B; oculta el rótulo del punto B. Ahora traza el punto F' fuera de la circunferencia y un punto D sobre la circunferencia. Señala el **segmento DF'** y traza la **mediatriz** a este segmento
2. Selecciona **recta que pasa por dos puntos** para trazar con línea entrecortada las rectas que pasan por los puntos F y F' así como aquella que pasa por los puntos F y D. Utiliza la herramienta **intersección de dos objetos** entre estas dos rectas para encontrar el punto P
3. Selecciona **Lugar geométrico** da clic en P y en D, aparece entonces la hipérbola, cambie su color y grosor de trazo en **propiedades de objeto** para que resulte muy visible

- Encuentra el punto C que es el **punto medio** entre F y F', inmediatamente traza la perpendicular a la recta de FF' y que pasa por el punto C, si deseas puedes comprobar midiendo el ángulo recto, oculta su valor.
- Señala el **segmento** PF y PF', muestra su valor y utiliza el mismo color para estos radios vectores. Finalmente para evidenciar la diferencia de radios vectores que definen a una hipérbola, ingresa en **entrada** el texto fórmula: "PF - PF' =" + (h " - " g " = " (h - g))
- Al ser un gráfico dinámico, ya puedes deslizar el punto D alrededor de la circunferencia, siempre debes activar **elige y mueve**. Observa atentamente las variaciones y escribe las conclusiones.

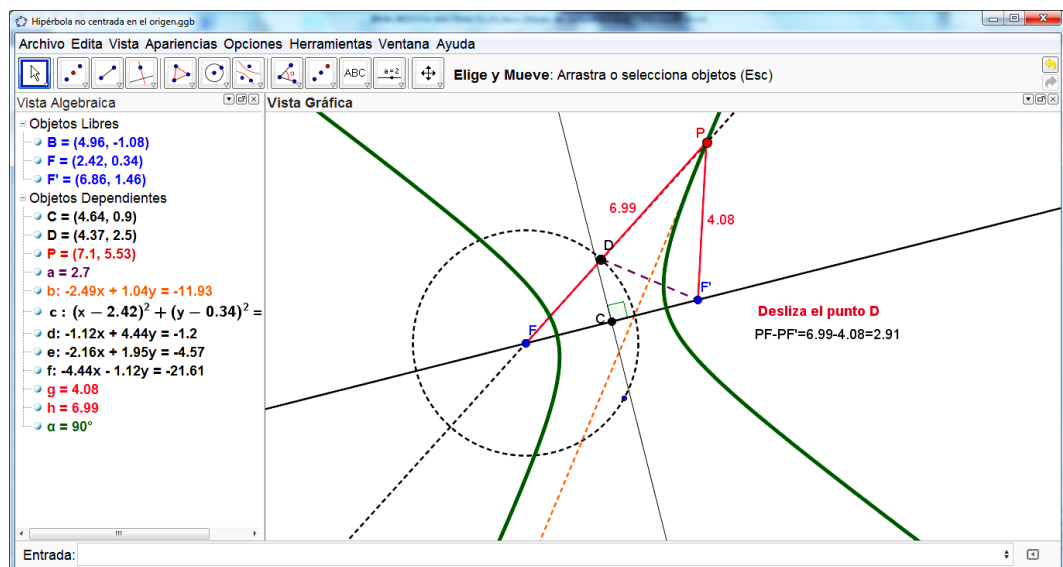


Gráfico N° 114: Hipérbola no Centrada en la Circunferencia
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad E.-

Obtener la gráfica de una hipérbola es muy común en la representación gráfica de funciones racionales, compruébalo por ti mismo

Proceso:

- Presenta la vista gráfica de tal manera que se visualicen los ejes y la cuadrícula

2. Inserta tres **deslizadores** que los llamarás **a**, **b** y **c**, en un intervalo de mínimo -5 a máximo 5 , con un incremento de 1
3. En la **barra de entrada** ingresa la función $f : f(x) = c / (a \cdot c + b)$, enter y aparecerá la hipérbola
4. Para visualizar en la hoja gráfica la forma de la ecuación, ingresa en la **barra de entrada** lo siguiente: “**f(x) =**” + **f**, enter y aparece la ecuación anterior.
5. Clic derecho en un deslizador y activa **animación automática** o manteniendo clic izquierdo mueve el punto del deslizador, uno por uno, para que observes la variación de la hipérbola, pon atención a los coeficientes que van apareciendo en la función. Conjetura y comparte tus conclusiones

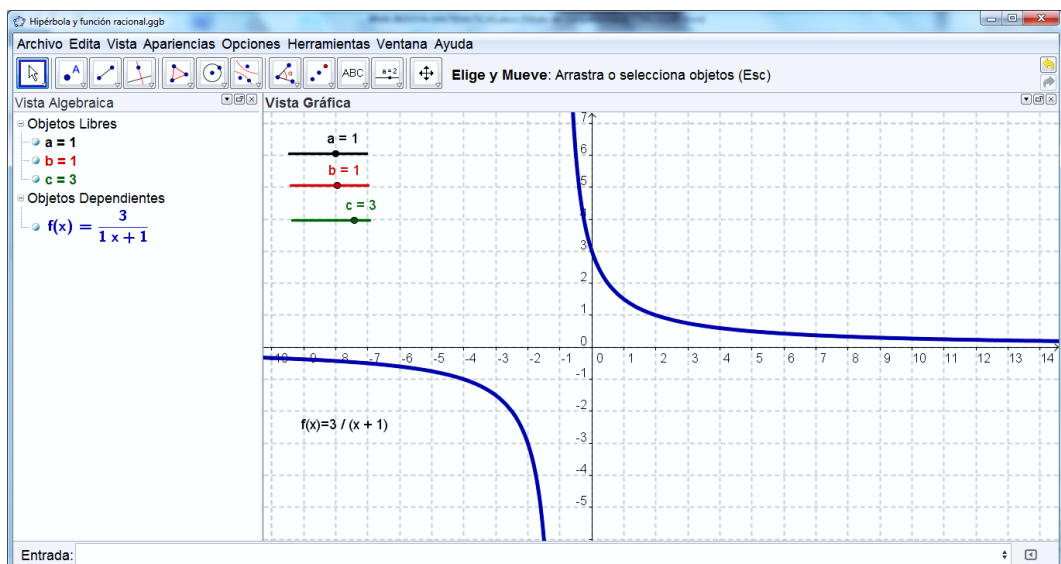


Gráfico N° 115: Hipérbola: Funciones Racionales
Elaborado por: Bedoya I.

Actividad F.-

Realiza una simulación de la Hipérbola

Construcción:

1. Ingresa dos **deslizadores a** y **b**, valor mínimo 0 y máximo 5 , incremento de 0.1

2. Ingresa en la **entrada**: $f(x) = b/a \sqrt{x^2 - a^2}$, luego ingresa: $g(x) = (-b)/a \sqrt{x^2 - a^2}$. Aparecerá la hipérbola
3. En la **entrada**, escribe: **secuencia** [circunferencia[(i, b/a sqrt(i²-a²),1],i,-5,5,0.1], de igual manera: **secuencia** [circunferencia[(i, (-b)/a sqrt(i²-a²),1],i,-5,5,0.1], escoge el color que más te agrada y un nivel de opacidad
4. Da clic derecho en el objeto y activa **animación automática** para que inicie la simulación. Observa cuidadosamente y analiza cómo le afecta a la hipérbola la variación en el coeficiente **a**, y qué sucede cuando varía **b**

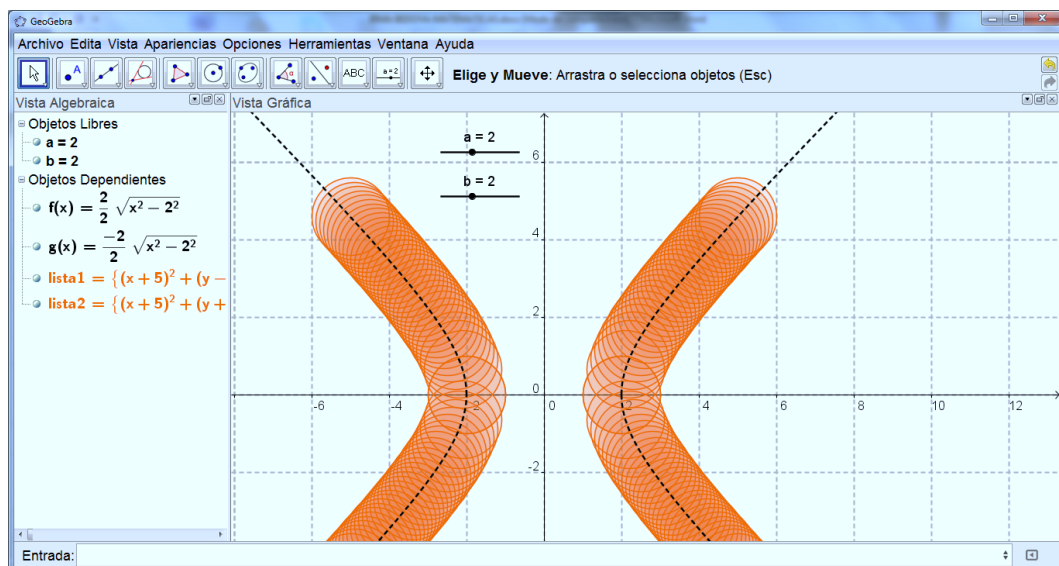


Gráfico N° 116: Simulación Hipérbola
Elaborado por: Bedoya I.

Cuadro Nº 62: GUÍA METODOLÓGICA 6

TEMA: La Hipérbola

OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la hipérbola utilizando GeoGebra

ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes motivados
		Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema 	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos)
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete GeoGebra Talento humano	Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5-6	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

6.9. MODELO OPERATIVO

Cuadro N° 63: Modelo operativo de la Propuesta

FASES	METAS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPOS	RESPONSABLES	RESULTADOS
Sensibilización	Sensibilizar a los docentes del área a través de los resultados de la investigación sobre la necesidad de elaborar el texto con aplicaciones en GeoGebra	Reunión con los docentes del área. Exposición magistral.	Humanos Materiales Computador Texto sobre GA con aplicaciones en GeoGebra	2 semanas	Autor de la propuesta	Maestros motivados para aplicar el recurso didáctico del texto presentado
Capacitación	Capacitar a los maestros del área para la utilización del texto sobre la recta y las cónicas con aplicaciones en GeoGebra	-Presentación del texto y analizar su utilidad. -Taller participativo sobre GeoGebra.	Humanos Materiales Institucionales	3 semanas	Autor de la propuesta	Maestros capacitados para aplicar el texto sobre la recta y las cónicas con aplicaciones en GeoGebra
Ejecución	Dar a conocer y aplicar el texto dentro del inter-aprendizaje de la geometría analítica en el aula.	Exposición magistral. Trabajo en grupos de aprendizaje cooperativos	Humanos Materiales Institucionales	8 semanas	Maestros del área y estudiantes	Los maestros utilizan el texto para mejorar los aprendizajes significativos
Evaluación	100% de la propuesta evaluada y monitoreada para determinar el grado de interés y participación.	Observación, análisis y diálogo con los maestros y estudiantes sobre los beneficios del texto y los resultados de los informes de rendimiento	Humanos Materiales Institucionales	4 semanas	Autoridades y autor de la propuesta	Los maestros utilizan el texto conjuntamente con los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría analítica

Elaborado por: Bedoya I.

6.10. ADMINISTRACIÓN DE LA PROPUESTA

Para llegar a conseguir los propósitos planteados, no se dejan de lado las relaciones existentes entre los distintos actores que intervienen en la educación como son: Autoridades, personal docente, estudiantes y padres de familia; todos aquellos involucrados en mejorar la calidad educativa de la institución, esforzándose cada día en ofrecer más de lo que cotidianamente se realiza.

Con la aplicación de la propuesta se espera que las autoridades y docentes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel, tengan una actitud propositiva y de vanguardia en cuanto se refiere a formar a los estudiantes de manera integral con calidad y calidez en la educación.

Por lo tanto se espera que con el conocimiento y aplicación del Texto sobre la recta y las Cónicas con aplicaciones en GeoGebra los maestros se den cuenta que en la actualidad la educación necesita de nuevas estrategias para la enseñanza de la geometría analítica, de esta forma garantizar a la sociedad una formación de personas acorde a las necesidades de este mundo tecnológico y competitivo.

6.11. PLAN DE MONITOREO Y EVALUACIÓN

La elaboración del Texto sobre la Recta y las Cónicas con actividades en GeoGebra y su aplicación en la enseñanza de la geometría analítica para mejorar la adquisición de Aprendizajes Significativos en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga, se realizará en función de los objetivos de la Propuesta. Por lo tanto serán los docentes, estudiantes y autoridades quienes expresen su satisfacción de los resultados obtenidos al aplicar la Propuesta.

Para garantizar y asegurar el cumplimiento de los objetivos planteados se deberá realizar el monitoreo del modelo operativo, como un proceso de seguimiento y evaluación permanente que nos permita anticipar contingencias que se pueden presentar

en el camino con la finalidad de implementar correctivos a través de acciones que nos aseguren la consecución de las metas.

Cuadro Nº 64: Preguntas Básicas - Plan de Monitoreo

PREGUNTAS BÁSICAS	EXPLICACIÓN
1.-¿Qué evaluar?	El impacto de la metodología utilizada en el texto. Contribución del texto para mejorar el aprendizaje significativo de la geometría analítica
2.-¿Por qué evaluar?	Porque la propuesta tiene como objetivo ser un aporte para la enseñanza centrada en el aprendizaje significativo, debe tener una valoración cuantitativa y cualitativa para una mejora constante
3.-¿Para qué evaluar?	Para determinar en qué medida se elevó los aprendizajes significativos
4.-¿Con qué criterios?	Determinar la efectividad de la propuesta según resultados obtenidos
5.-Indicadores	Desarrollo de aprendizajes significativos de geometría analítica en los estudiantes
6.-¿Quién evalúa?	La investigadora
7.-¿Cuándo evaluar?	Al inicio, en el proceso e inmediatamente luego de concluida la aplicación de la propuesta
8.-¿Cómo evaluar?	Encuesta, observación a estudiantes y profesores y matrices elaboradas en base a indicadores pertinentes
9.-Fuentes de información	Profesores y estudiantes
10.-¿Con qué evaluar?	Utilizando los instrumentos adecuados según las técnicas aplicadas

Elaborado por: Bedoya I.

6.12. PRESUPUESTO

6.12.1. Gastos directos

Cuadro N° 65: Presupuesto – Gatos Directos

Ítem	Concepto	Costo total \$
1	Uso computador (800 horas)	320.00
2	Uso Internet (800 horas)	320.00
3	Papel e Impresiones	200.00
4	Gastos administrativos	200.00
5	Imprevistos 5%	45.00
	TOTAL	1095.00

Elaborado por: Bedoya I.

BIBLIOGRAFÍA

1. Ausubel, D. (1990). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. 2da edición.* México: Trillas.
2. Bastidas, P. (1998). *Aprendiendo a aprender. Método LSEM y Técnicas de estudio.* Quito: Offset Polycolor Ecuador.
3. Bastidas, P. (2000). *Estrategias y Técnicas Didácticas.* Quito: Colegio Mejía .
4. Beltrán, J. y. (1996). *Recursos pedagógicos del entorno.* Madrid: Cincel.
5. Brito, A. J. (2004). *Segundo Seminario de Pedagogía Conceptual.* Quito: Edinacho.
6. Busot, A. (1991). *Investigación Educativa.* Maracaibo: Universidad de Zulia.
7. De Zubiría, J. (1995). *Los Modelos Pedagógicos.* Quito: Susaeta.
8. De Zubiría, M. y. (1999). *Pedagogía Conceptual. Desarrollos filosóficos, pedagógicos y psicológicos.* Bogotá: Fundación Alberto Merani.
9. De Zubiría, M. y. (2004). *Enfoques pedagógicos y didácticas contemporáneas.* Bogotá: Fundación Alberto Merani.
10. Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro. Informe de la Unesco de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI.* Barcelona: Grupo Santillana, 95-108.
11. Díaz, F. y. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.* México: McGraw-Hill.
12. Díaz, S. (1990). *Estrategias Metodológicas de Aprendizaje del Adulto.* Caracas: Fondo Editorial Andragógico Venezuela.
13. DINAMEP. (2004). *Evaluación de los Aprendizajes.* Quito: MEC.
14. Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Traducción del francés al español.* Bogotá: U. del Valle.
15. Fainholc, B. (1997). *Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Enseñanza.* Argentina: Aique Grupo Editor S.A.
16. Fariñas, L. G. (1995). *Maestro, una estrategia para la enseñanza.* La Habana: Academia.

17. García, J. y. (1997). *Aprender investigando*. Sevilla: Década editora.
18. Godino, J. D. (1998). *Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas*. Portugal: Asociación de Profesores de Matemática.
19. Godino, J. y. (1998). *Una aproximación semiótica y antropológica a la investigación en la didáctica de las matemáticas*. Portugal: Asociación de Profesores de Matemática.
20. Gómez, C. y. (2005). *Educación Matemática y Formación de Profesores. propuestas para Europa y Latinoamérica*. Bilbao: Humanitarian NET. Universidad de Deusto.
21. Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós Educador.
22. Hernández. (1995). *Aprender a aprender*. Madrid: Morata.
23. Herrera, M. y. (2008). *Tutoría de la Investigación Científica*. Quito.
24. Herrera, N. y. (2008). *Evaluación del Aprendizaje Basada en Competencias. Ira. edición*. Ambato.
25. Marqués, G. P. (2000). *Los Medios Didácticos. departamento de Pedagogía Aplicada*. Argentina: UAB.
26. Moreno, A. y. (2002). *Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Cinvestav. IPN.
27. Orellana, V. (2010). *¿Cómo utilizar la tecnología en el aula?* Barcelona: Grupo Santillana S.A.
28. Oviedo, J. (1983). *Programa de formación de capacitadores técnico pedagógicos en el área de planificación curricular*. Quito: PUCE. Departamento de Pedagogía.
29. Vidal, L. M. (2008). *Tecnología educativa, medios y recursos de enseñanza aprendizaje*. México.
30. Vygotsky, L. S. (1991). *Dinámica del desarrollo del escolar en relación con la enseñanza. Traducido del ruso, ISP Enrique José Varona*. La Habana.
31. Vygotsky, L. S. (2000). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

LINKOGRAFÍA

1. Blog de Formación Inicial Docente. (2012). Estrategias Metodológicas para la enseñanza de la matemática. Recuperado de <http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/>
2. Revista Iberoamericana. (2012). Evaluación del Aprendizaje. Recuperado de http://Evaluación del aprendizaje - 3_ paradigmas - métodos - mente.htm
3. Marqués, P. (2000). Los medios didácticos y los recursos educativos. Recuperado de <http://www.pangea.org/peremarques/medios.htm>
4. Blogname. (febrero 2012). Recursos Didácticos. Recuperado de <http://www.pedagogia.es/recursos-didacticos/>
5. Barbero, J. M. (2002). Jóvenes: Comunicación e Identidad. Recuperado de <http://www.oei.es/pensariberoamerica/ric00a03.htm#autor>
6. Camilloni, A. (2009): Memoria Académica. Universidad Nacional de la Plata, año 3, no 3, p. 55 – 68. Recuperado de www.memoria.fahce.unlp.edu.ar
7. Díaz, B. F. (2003): Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista Electrónica de investigación Educativa. Recuperado de <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
8. Salesianos. (2012). Modelos Pedagógicos. Formación por Competencias. Módulo: Evaluación de Aprendizajes. Recuperado de www.salesianoscam.org/.../modelospedagogicosw1sep8-03.ppt
9. Iglesia e informática. (2011). Educación nuevas tecnologías y desarrollo humano. Recuperado de <http://www.iglesiaeinformatica.org/7-3-comunicacio%20monterrey%20completa.pdf>
10. Santamaría. (2012). Organizadores gráficos. Recuperado de http://www.santamaria.edu.pe/archivos/html/investigacion/organizadores_graf.htm
11. Moreira, M. (2012). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo en ciencias. Recuperado de www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasesp.pdf

12. Godino, J. (2012). Geometría y su didáctica para maestros. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
13. Blogspot. (2012). Ventajas del aprendizaje cooperativo. Recuperado de <http://trabajocooperativoenelaula.blogspot.com/2009/01/ventajas-del-aprendizaje-cooperativo.html>
14. Técnicas de evaluación. (2012). Recuperado de <http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/biblioteca/articulos/htm/tecnicasevalu.htm>
15. Ausubel. (2012). El aprendizaje significativo. Recuperado de <http://tecnica92.tripod.com/cursos/ausubel.html>
16. Majó, J. (2003). Nuevas tecnologías y educación http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan_majo.html
17. Gerardo, F. (2012). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Recuperado de http://www.frida_gerardo.pdf
18. Sadall, M. (2012). Matemáticas interactivas con Geogebra. Recuperado de <http://recursos.pnte.cfnavarra.es/-msadaall/geogebra/index.htm>
19. Guía básica para Geogebra. (2005). Recuperado de http://www.iespravia.com/mates/software/2005/geogebra/ayuda_para_geogebra
20. Curso de GeoGebra. (2012). Recuperado de <http://linex.educarex.es/index.php/geogebra>
21. Cárdenas, J.G. (2003): Los recursos didácticos en un sistema de aprendizaje autónomo de formación. Recuperado de www.cardenagustavo.pdf
22. Fonseca, M., G.M.(2006): Materiales y recursos didácticos, qué haríamos sin ellos. Recuperado de <http://www.recursosdidacticos.wordpress.com>
23. Marqués, G. P. (2002). Diseño de intervenciones educativas. Recuperado de [http://www. Diseño de intervenciones educativas](http://www.Diseño de intervenciones educativas)
24. Marqués G., Pere. (2003). Orientaciones para la selección de materiales didácticos. Recuperado de [http://www. orientaciones para la selección de materiales didácticos](http://www.orientaciones para la selección de materiales didácticos)

25. González, A. (2012). Tipos de investigación. Recuperado de www.unimar.edu.ve/gonzalezalexis/tesis_web/m3tiposinvestigacion.htm
26. Gómez, J. (2012). Tic y Educación. Recuperado de <http://boj.pntic.mec.es/jgomez46/ticedu.htm>
27. Blogspot. (2012). Importancia de las TICs en la educación. Recuperado de <http://karelyheladicomunicainfo.blogspot.com/2010/11/karelyimportancia-de-las-tics-en-la.html>

ANEXOS

ANEXO 1

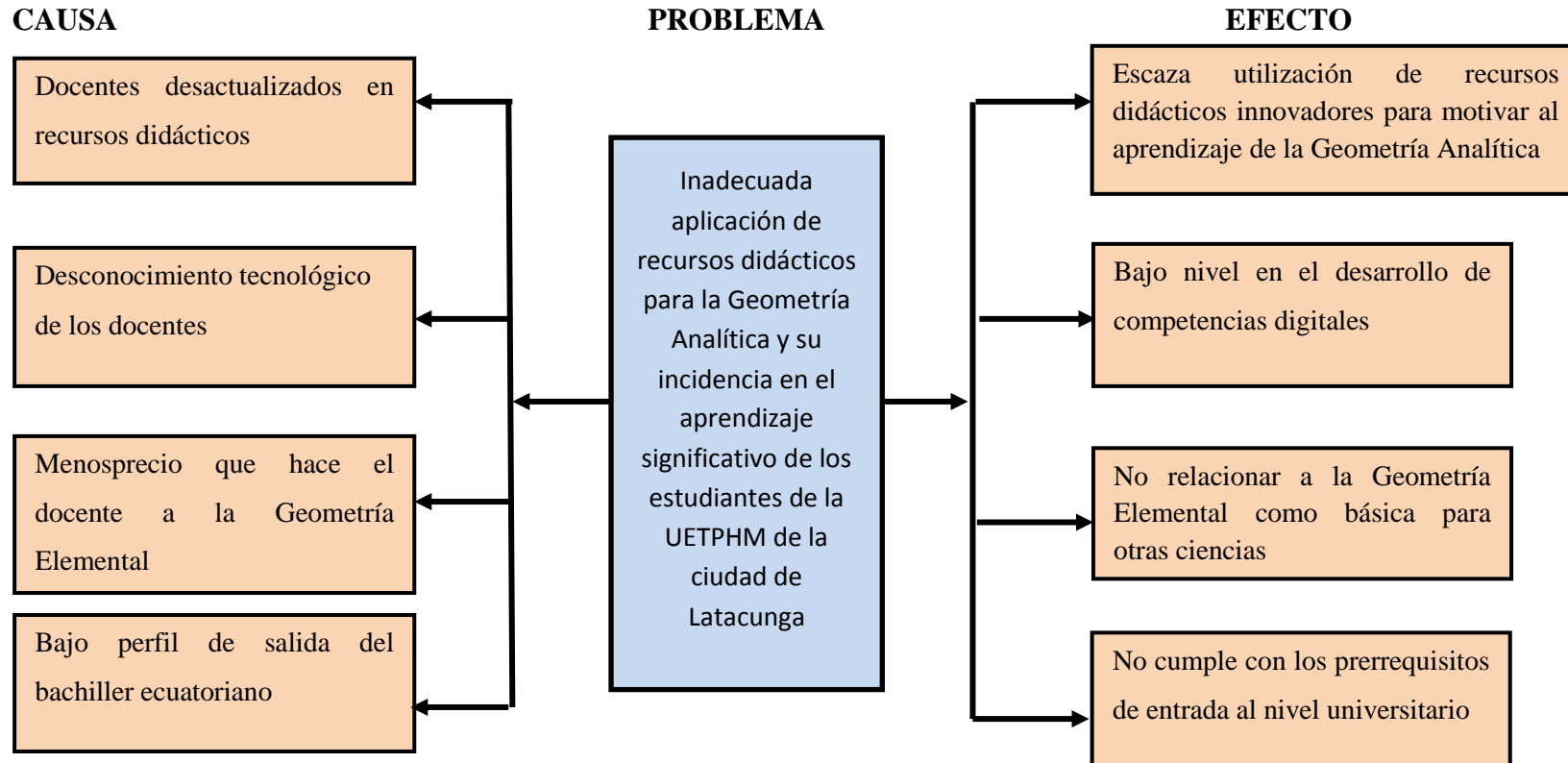


Gráfico N° 1: Relación Causa – Efecto
Elaborado por: Bedoya I.

Anexo 2



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

**ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES DEL AREA DE MATEMÁTICA DE LA
UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR “HERMANO MIGUEL”**

OBJETIVO.-Investigar la incidencia de la aplicación de recursos didácticos para la Geometría Analítica en el aprendizaje significativo.

INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

Siempre: 1; Frecuentemente: 2; Pocas veces: 3; Nunca: 4

Preguntas

No.	ÍTEMES	ESCALA			
		1	2	3	4
1	¿En el proceso enseñanza aprendizaje utiliza recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?				
2	¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes?				
3	¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?				
4	¿Le gustaría desarrollar en sus estudiantes habilidades de comunicación, atención y comprensión aplicando recursos tecnológicos?				
5	¿Al utilizar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje cree que se fomenta una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento?				
6	¿Sus estudiantes explican y relacionan conceptos formando proposiciones lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?				
7	¿Sus estudiantes conceptualizan y representan ideas, adquiriendo aprendizajes significativos con los nuevos conocimientos?				
8	¿Sus estudiantes están en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos lo cual le permite determinar que el conocimiento es significativo?				
9	¿Considera usted que los estudiantes al adquirir aprendizajes significativos de la geometría analítica, les permitirá una mejor comprensión y aplicación en la vida real?				
10	¿El aprendizaje significativo de la geometría analítica mejorará con la utilización de problemas de la realidad?				

¿Considera usted que la elaboración de un texto sobre la Geometría Analítica, a través de modelos con aplicaciones tecnológicas, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo?

SI ()

NO ()

¿Por qué?.....

**LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE
LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.**



**ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA
TÉCNICA PARTICULAR “HERMANO MIGUEL”**

OBJETIVO.-Investigar la incidencia de la aplicación de recursos didácticos para la Geometría Analítica en el aprendizaje significativo.

INSTRUCTIVO

- Procure ser lo más objetivo y veraz.
- Seleccione sólo una de las alternativas que se propone.
- Marque con una X en el paréntesis la alternativa que usted eligió.

Preguntas

1. ¿Tú maestro en sus clases utiliza recursos interactivos para desarrollar aprendizajes analíticos?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
2. ¿Tu maestro en sus clases organiza actividades de trabajo cooperativo para desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
3. ¿Te sientes motivado cuando tu maestro utiliza recursos innovadores para adquirir nuevos conocimientos?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
4. ¿Crees que pondrías más atención para comprender mejor los aprendizajes a través de elementos multimedia (simuladores, emuladores, gráficos, videos)?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
5. ¿Crees que si tu maestro utiliza recursos innovadores en sus clases desarrollarás una actuación competente, responsable favoreciendo tu formación?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
6. ¿Consideras que tus aprendizajes son significativos cuando explicas y relacionas conceptos?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca
7. ¿Si tus aprendizajes son significativos, te es fácil conceptualizar y representar ideas?
Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca

Continuación Anexo 3

8. ¿Te sientes en capacidad de interpretar y resolver problemas propuestos como demostración de tus aprendizajes significativos?

Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca

9. ¿Crees que será mejor usar un texto con problemas de la realidad y aplicaciones tecnológicas, creados de manera que tú mismo puedas construir tus aprendizajes significativos, que los textos usados actualmente?

Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca

10. ¿Te gustaría que tu maestro(a) de Geometría Analítica de la institución utilice este tipo de texto en sus clases, sirviéndote de guía para resolver e interpretar problemas?

Siempre Frecuentemente Pocas veces Nunca

Gracias por su colaboración, al contestar la totalidad de los planteamientos del cuestionario

Anexo 4



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR “HERMANO MIGUEL”

OBJETIVO.-Investigar el tipo de recursos didácticos que aplican actualmente los maestros de Geometría Analítica de la institución.

INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

Siempre: 1; Frecuentemente: 2; Pocas veces: 3; Nunca: 4

Preguntas

No.	ÍTEMES	ESCALA			
		1	2	3	4
1	¿Utiliza algún software para realizar los dibujos geométricos en el proceso enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica?				
2	¿Utiliza el software GeoGebra para la enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica?				
3	¿Utiliza presentaciones Power Point para explicar la clase, hacerla más dinámica y motivadora?				
4	¿Realiza talleres de aprendizaje cooperativo para reforzar los contenidos de la Geometría Analítica?				
5	¿Utiliza las TICs como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica?				
6	¿Utiliza el dibujo técnico para la construcción de figuras geométricas en la clase de Geometría Analítica?				
7	¿Realiza ensayos sobre la materia presentada en la clase de Geometría Analítica?				
8	¿En las clases de Geometría Analítica solamente utiliza la pizarra y la tiza líquida?				
9	¿Utiliza o tiene un portafolio del profesor y de estudiante, y/o un diario de notas y reflexiones de la materia de Geometría Analítica?				
10	¿En cada trabajo, prueba y examen el profesor elabora una rúbrica para la evaluación de cada una de éstas actividades?				

LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.

Anexo 5



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA TÉCNICA PARTICULAR “HERMANO MIGUEL”

OBJETIVO.- Investigar el tipo de recursos didácticos que aplican actualmente los maestros de Geometría Analítica de la institución.

INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

Siempre: 1; Frecuentemente: 2; Pocas veces: 3; Nunca: 4

Preguntas

No.	ÍTEMES	ESCALA			
		1	2	3	4
1	¿Logras dibujar gráficos geométricos utilizando el software GeoGebra en la asignatura de Geometría Analítica?				
2	¿En la clase de Geometría Analítica cuándo la materia se explica con diapositivas el contenido de la misma es más comprensible y puedes revisarla otra vez?				
3	¿En la clase de Geometría Analítica cuándo desarrollas talleres de aprendizaje cooperativo, logras comprender aquello que el profesor no te pudo explicar?				
4	¿Cuándo trabajas talleres de aprendizaje cooperativo en la clase de Geometría Analítica, desarrollas otras competencias y valores?				
5	¿Cuándo tú maestro te hace elaborar ensayos sobre la materia mejora tu capacidad de investigación?				
6	¿El portafolio y/o diario de notas y reflexiones de Geometría Analítica te ayudan para repasar la materia y tener respaldo para los exámenes y pruebas?				
7	¿La rúbrica que presenta el maestro en cada actividad te evalúa de una forma integral?				

LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.