UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

TEMA: **"CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO NIVEL DE MECÁNICA AERONÁUTICA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO DE LA CIUDAD DE LATACUNGA".**

Trabajo de Investigación

Previa a la obtención del Grado Académico de Magister en Docencia Matemática

Autor: Ing. HERBERT HUMBERTO VIÑACHI BERMEO

Director: Dr. M.Sc. WILSON MARCELO ROMÁN VARGAS.

Ambato - Ecuador

2013

.

Al Consejo de Posgrado de la UTA

El tribunal receptor de la defensa del trabajo de investigación con el tema: “Contenidos de los Límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes del Segundo Nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga”, presentado por: Ing. Herbert Viñachi Bermeo y conformado por: Ing. Mg. Carlos Espinoza Pinos, Ing. Mg. Franklin Pacheco Rodríguez, Ing. Mg. Santiago Medina Robalino, Miembros del Tribunal, Dr. M.Sc. Marcelo Román Vargas, Director del trabajo de investigación y presidido por: Ing. Mg. Juan Garcés Chávez, Presidente del Tribunal: Ing. Mg. Juan Garcés Chávez Director del CEPOS – UTA, una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

……………………………………..

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
Presidente del Tribunal de Defensa

……………………………………………

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
DIRECTOR CEPOS

…………………………………………

Dr. M.Sc. Marcelo Román Vargas
Director de Trabajo de Investigación

…………………………………………

Ing. Mg. Carlos Espinoza Pinos
Miembro del Tribunal

……………………………...............

Ing. Mg. Franklin Pacheco Rodríguez
Miembro del Tribunal

…………………………………………

Ing. Mg. Santiago Medina Robalino
Miembro del Tribunal

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: "Contenidos de los Límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes del Segundo Nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga", nos corresponde exclusivamente a: Ing. Herbert Viñachi Bermeo, Autor y de Dr. M.Sc. Marcelo Román Vargas, Director del trabajo de investigación; y el patrimonio intelectual del mismo a la Universidad Técnica de Ambato.

…………………………………	……………………………………..
Ing. Herbert Viñachi Bermeo	Dr. M.Sc. Marcelo Román Vargas
AUTOR	**DIRECTOR**

DERECHOS DE AUTOR

Ing. Herbert Humberto Viñachi Bermeo

AUTOR

DEDICATORIA

Este trabajo de investigación lo dedico a mi esposa e hijos Daniel y Francisco, quienes son mi impulso para lograr nuevos retos, gracias por su cariño y comprensión.

Herbert

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Técnica de Ambato por haberme brindado la oportunidad de progresar como docente, para que pueda poner en práctica los conocimientos impartidos en sus aulas en beneficio de la comunidad educativa. Al Dr. Marcelo Román por sus consejos y apoyo incondicional en la elaboración de esta investigación.

Herbert

ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

CONTENIDO **PÁG.**

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE ANEXOS

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

“CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO NIVEL DE MECÁNICA AERONÁUTICA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO DE LA CIUDAD DE LATACUNGA.”

Autor: Herbert Humberto Viñachi Bermeo.
Director: Dr. Wilson Marcelo Román Vargas. MSc.
Fecha: Junio 2013

RESUMEN: Los contenidos de los límites de las funciones trascendentes es un campo de estudio dentro del cálculo diferencial que se ocupa de aquellas funciones que no son algebraicas, y que a nivel de instituciones de educación superior en muchos de los casos se lo enfoca de una manera ligera, y por tanto los estudiantes no pueden generar aprendizajes significativos. En la presente investigación se analizan algunas causa por las cuales el estudiante no logra hacer suyo el conocimiento, y se plantea una propuesta centrada en el desarrollo de un texto guía orientado a la mejora del proceso de interaprendizaje de los límites de las funciones trascendentes, mismo que ha sido escrito tomando en cuenta al estudiante; se ha puesto atención especial en la presentación, empleando un lenguaje matemático preciso y un estilo de escritura claro, para desarrollar así una herramienta efectiva de tal manera que el aprendizaje sea significativo. En este, se presentan soluciones a los ejemplos desde diversos puntos de vista utilizando para ello varios artificios. Incorporar esta característica ayuda al estudiante a que pueda hacer suyo el conocimiento, aun cuando el texto guía no se ha escrito en forma rigurosa, si se realizan demostraciones a la altura de un primer curso de cálculo diferencial. El estudio se realizó con la participación de los discentes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga y docentes de matemática del mismo, en base a un aplicativo. De los resultados obtenidos, se desprende que en general los estudiantes no generan aprendizajes significativos por la falta de recursos didácticos que le permitan hacer suyo el conocimiento. Concluyendo que para ello se hace necesario introducir dentro del proceso de interaprendizaje del cálculo diferencial el contar con un texto guía en el cual se desarrolle los contenidos de los límites de las funciones trascendentes de una manera más fácil, de lo sencillo a lo complejo.

DESCRIPTORES: contenidos de los límites de las funciones trascendentes, aprendizaje significativo

TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO
POSTGRADUATE STUDIES CENTER
MASTER IN MATHEMATICAL TEACHING

"CONTENTS OF THE LIMITS OF CONSEQUENTIAL FUNCTIONS AND THEIR IMPACT IN THE SIGNIFICANT LEARNING OF STUDENTS OF SECOND LEVEL OF AERONAUTICAL MECHANICS OF INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO OF LATACUNGA CITY"

Author: Herbert Humberto Viñachi Bermeo
Tutor: Dr. Wilson Marcelo Román Vargas. M.Sc
Date: May 2013

SUMMARY: The contents of the limits of transcendental functions is an area of study in differential calculus that addresses those functions that are not algebraic, and that at the level of higher education institutions in many cases it focuses in a light , and therefore students cannot produce significant learning. In this research some causes have been analyzed for which the student is unable to endorse the knowledge, and a proposal centering on the development of a textbook focused at improving the inter-learning process of limits transcendental functions is considered, the same that has been written taking into account the student; special attention has been paid to the presentation, using accurate mathematical language and a clear writing style, so as to develop an effective tool so that make learning significant. Here, solutions to the examples are presented from different points of view using for this purpose several artifices. Incorporating this feature helps the student to endorse the knowledge, even if the guiding text has not been written rigorously, if demonstrations are conducted to the level of a first course of calculus. The research was conducted with the involvement of the second level learners of Aeronautical Mechanics of Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico, of Latacunga city and math teachers of the same institute, based on an applicative. From the results obtained, it shows that in general, students do not generate significant learning by the lack of teaching resources that enable to endorse the knowledge. Concluding that it is necessary to introduce inside inter-learning process of differential calculus to have a guiding text in which the contents of the limits of transcendental functions are developed in an easier way, from simple to complex.

KEY WORDS: content limits of transcendental functions, significant learning.

INTRODUCCIÓN

El trabajo de Investigación con el tema: "CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO NIVEL DE MECÁNICA AERONÁUTICA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO DE LA CIUDAD DE LATACUNGA", responde a la necesidad de innovar la enseñanza del cálculo diferencial con herramientas didácticas al alcance de los estudiantes.

La presente investigación se ha estructurado en seis capítulos, siendo estos:

Capítulo 1, EL PROBLEMA contiene el planteamiento del problema, la Contextualización Macro, Meso, Micro, el Árbol de problemas, Análisis Crítico, Prognosis, Formulación del Problema, Interrogantes de la investigación, Unidades de observación, Delimitación del problema de investigación, Justificación, Objetivos, General y Específicos.

Capítulo 2, MARCO TEÓRICO se estructura con: Antecedentes investigativos, Fundamentaciones: Filosófica, Sociológica y Legal, Organizador Lógico de Variables, Constelación de Ideas conceptuales de la Variable Independiente y Dependiente, Hipótesis y Señalamiento de Variables.

Capítulo 3, METODOLOGÍA contiene: Enfoque investigativo, Modalidad de Investigación, Tipos o Niveles de investigación, Población y Muestra, Operacionalización de las variables, independiente y dependiente, técnicas e instrumentos, Plan para recolección de la información, Plan para el procesamiento de la Información.

Capítulo 4, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS se estructura con las Encuestas dirigidas a los docentes y de Cálculo I del ITSA y a los discentes, que toman la asignatura.

Capítulo 5, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES se da respuesta a los objetivos planteados en el Capítulo 1.

Capítulo 6, LA PROPUESTA se estructura con: Título de la Propuesta, Datos informativos, antecedentes de la propuesta, justificación, objetivos: general y específicos, análisis de factibilidad, fundamentación, metodología, modelo operativo, plan de acción, administración, texto-guía de los límites de las funciones trascendentes.

Al final se indica la **Bibliografía** utilizada al igual que las páginas web y los **Anexos** en los cuales se han incorporado los instrumentos que se aplicaron en la investigación.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA

1.1 Tema

CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO NIVEL DE MECÁNICA AERONÁUTICA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO DE LA CIUDAD DE LATACUNGA.

1.2 Planteamiento Del Problema

1.2.1 Contextualización

Macro

El cálculo del límite de las funciones forma parte del currículo de educación a nivel mundial, en las instituciones de educación superior. Es la puerta de ingreso al Cálculo Diferencial e Integral, y, desde siempre, su enseñanza no ha dejado de preocupar a profesores e investigadores que ven cómo fracasan sus intentos para que los alumnos comprendan su significado, y cómo esta enseñanza, en muchas ocasiones, se acaba reduciendo a un conjunto de cálculos que tienen poco sentido. Hay que partir del hecho de que la comprensión de conceptos como el de límite de una función supone la utilización de estrategias mentales de alto nivel y que la clave reside en la creación de un diseño de enseñanza adecuado a la capacidad y nivel del alumno, que genere un mínimo de interés por el estudio y que le facilite la adquisición de tales conceptos. Ferrante (2009).

Meso

La creación y utilización de contenidos educativos en los procesos de enseñanza-aprendizaje parece ser una tarea aún por resolver por parte de los docentes latinoamericanos. Gran parte de la dificultad para hacerlo se centra en el temor a la innovación y en el desconocimiento de las potencialidades de las Tecnologías de Información y Comunicación en el contexto educativo. Adaptar, crear y difundir estos contenidos es la apuesta para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes de hoy, ávidos de conocimientos que puedan aplicar a su vida cotidiana. Romero (2008)

Micro

Al analizar los contenidos que se imparten en las distintas instituciones de educación superior del país y también algunos textos considerados básicos en la cátedra del Cálculo Diferencial, específicamente en los límites de las funciones trascendentes. Se observa que existen diferencias en el tratamiento del tema a investigar. Por lo que se requiere brindar atención especial al tratamiento de esta temática, unificando criterios en el ¿qué y cómo enseñar?, mismo que es de importancia, debido a que el estudiante puede construir el sentido del conocimiento y en base del mismo generar aprendizajes significativos.

La enseñanza del cálculo constituye uno de los mayores desafíos de la educación vigente, ya que su aprendizaje trae ligado numerosas dificultades relacionadas con un pensamiento de orden superior en el que se encuentran implicados procesos como la abstracción, el análisis, la demostración, etc…, entonces el discurso y el contenido áulico, aquí en Ecuador o en cualquier otro lugar necesariamente debe ser único porque única es la cátedra del Cálculo Diferencial.

1.2.2 Análisis Crítico

Árbol De Problemas

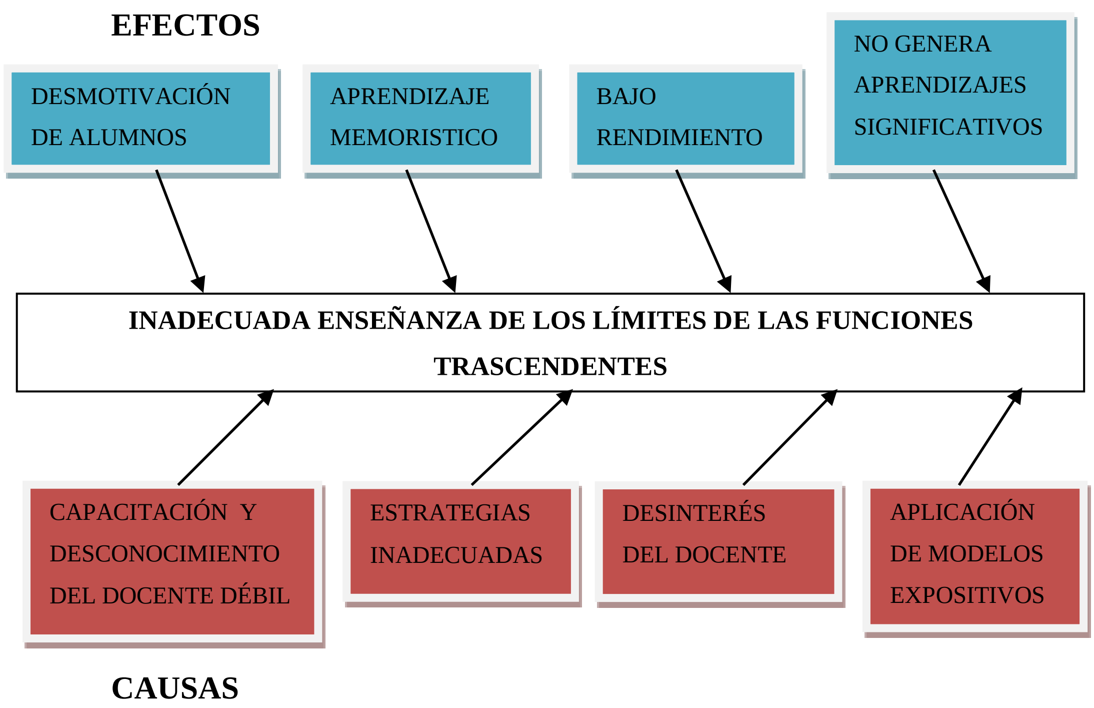


Gráfico 1. Causa - Efecto
Elaborado por: Investigador

La inadecuada enseñanza de los contenidos de los límites de las funciones trascendentes en el cálculo diferencial se debe fundamentalmente a las siguientes causas:

- Débil capacitación, comprendida como el espacio de trabajo académico que permite al docente recuperar sus saberes y prácticas poniéndose en contacto con otros profesionales y reconociendo nuevos aspectos de la práctica con la cual los docentes están en posibilidad de desarrollar su labor eficientemente; y desconocimiento del docente de los diferentes formas en que se podría enseñar los contenidos de los límites de las funciones trascendentes, a través de la innovación de técnicas e instrumentos acorde a la realidad actual.

- El uso de estrategias didácticas inadecuadas no permite una enseñanza, en la que el estudiante cree, construya, ordene y utilice los conceptos que adquiere en el proceso como estrategia dinámica.
- Desinterés del docente.- Varias son las razones del desgano y desmotivación, entre estas podemos anotar, desactualización de docentes, vacíos en la formación, no hay interés por prepararse, limitaciones en el uso de herramientas tecnológicas, docentes no dedicados a tiempo completo a la docencia, es hora de tomar conciencia de los males que nos rodean.
- Aplicación de modelos expositivos.- Los docentes utilizan metodologías tradicionales, pero tampoco se puede decir que el utilizar esta metodología este mal, lo importante es saber ¿cómo? y ¿cuándo? utilizarla en el espacio áulico. Se necesita que se produzca un cambio en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje, pasando a ser el estudiante el protagonista de su propio aprendizaje y el profesor un guía en dicho proceso, donde el discente pase a jugar un papel más activo y participativo. Entre otros problemas que presentan los docentes y que influyen negativamente en los estudiantes, están las relaciones interpersonales deficientes entre los docentes, escasa formación investigativa educativa y limitaciones en el proceso evaluativo.

Todo esto nos conduce a los siguientes efectos:

- Bajo Rendimiento.- Trabajos de investigación sobre Matemática Educativa, procesos de evaluación y acreditación de carreras, ponen en evidencia el fracaso de los estudiantes en los cursos de primer año de la educación superior. Esta problemática, hoy ampliamente documentada, ha sido objeto en los últimos años de diversos estudios que buscan sus causas con el propósito de generar alternativas que logren mejorar esta situación. Se conoce que el trabajo en los primeros cursos se torna difícil por múltiples factores: sociales, educativos, políticos; que pueden influir en forma directa en los fracasos de los alumnos, el desaliento de los docentes y directivos, las idas y vueltas en la construcción de los diseños curriculares. Es más, los problemas de articulación entre el nivel medio y el superior: el primero sujeto- hasta ahora- a una Ley de

Educación que disminuye la enseñanza de la Matemática, y el segundo sujeto a la necesidad de lograr ciertos niveles de conocimientos que desconocen el nivel de ingreso de los alumnos; constituyen un obstáculo que agudiza la situación antes descrita y se tornan en un limitación de no fácil superación. Braccialarghe (2009)

- Desmotivación de alumnos.- Los estudiantes se preguntan los ¿por qué? y ¿para qué? de todo, y muchas de las veces es difícil explicarle a alguien por que le será útil en el futuro aprender algo, sin embargo todo tiene su tiempo, ellos no lo ven porque no han alcanzado un punto de madurez, y tal vez la labor es enseñarles, intentando hacerles ver que algún día todo eso que hoy consideran inútil, le será de mucha utilidad.
- Aprendizaje memorístico.- El estudiante que está aprendiendo no relaciona la nueva información con la ya existente en su estructura cognitiva. Como consecuencia, los nuevos conocimientos se aprenden de manera aislada y sin relación entre sí por lo que no contribuyen al aprendizaje y más bien lo dificultan
- No genera aprendizajes significativos.- El estudiante no logra relacionar de modo arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el estudiante ya sabe. Por relación sustancial y arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. Gonzáles (2005) citando a Ausubel.

1.2.3 Prognosis

De mantenerse la enseñanza tradicional de los contenidos en los límites de las funciones trascendentes los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico no van a generar un aprendizaje significativo y por ende sentirán desmotivación para continuar con su preparación profesional.

1.2.4 Formulación Del Problema

¿Cómo los contenidos de los límites de las funciones trascendentes inciden en la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico?

1.2.5 Interrogantes

- ¿Cómo los estudiantes que toman Cálculo Diferencial aprenden los contenidos de los límites de las funciones trascendentes?
- ¿De qué manera los estudiantes generan aprendizajes significativos?
- ¿Qué alternativa de solución se puede aplicar al problema planteado?

1.2.6 Delimitación Del Problema De Investigación

De contenido:

- Campo: Educación.
- Área: Matemática.
- Aspecto: Didáctica del Calculo Diferencial

Delimitación espacial.- La investigación se la realizó en el Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico, ubicado en la calle Javier Espinoza 3-47 y Avenida Amazonas de la ciudad de Latacunga, Provincia de Cotopaxi.

Delimitación temporal.- La presente investigación se efectuó desde noviembre 2011 hasta mayo 2013.

Unidad de observación.- La investigación se ejecutó con los estudiantes del segundo nivel de la Tecnología en Mecánica Aeronáutica que cursan la asignatura de Cálculo Diferencial, y con los docentes de Cálculo I del ITSA.

1.3 Justificación

En la mente de las personas existirá una interrogante ¿por qué un trabajo de este tipo?, y la respuesta es muy sencilla: con esta investigación se trata de solucionar los problemas con que se enfrentan los alumnos en los cursos de cálculo diferencial en el estudio de los límites de las funciones trascendente, en las instituciones de educación superior del país, y especialmente, en el ITSA.

Muchos son los jóvenes que tienen problemas en esta asignatura a nivel tecnológico, como lo demuestran las estadísticas que se vienen haciendo año tras año en las instituciones de educación superior.

El límite de las funciones trascendentes en general no es comprendida totalmente por los estudiantes, quienes frecuentemente separan lo conceptual de lo algorítmico, y por ello, en un intento de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, es que se planteó la necesidad de diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de estos contenidos para los alumnos del segundo nivel de la Carrera de Mecánica aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico, como fruto de la experiencia áulica del investigador.

En esta investigación se plantea la posibilidad de que los estudiantes alcancen un aprendizaje significativo, diseñando una estrategia metodológica que permita mejorar el aprendizaje en el estudio de los límites de las funciones trascendentes y por ende mejorar la calidad de la educación lo que incide directamente no solo en elevar la calidad de la educación superior, sino como agente productivo para el futuro del país el cual exige un cambio significativo en educación. Un pobre resultado en el dominio de cálculo de los límites de las funciones trascendentes puede deberse en no pocos casos a una enseñanza inadecuada.

Con la investigación que se realizó, se aporta en algo a solucionar varios de los problemas que tenemos en los actuales momentos dentro de la institución y, por qué no decirlo, también a nivel nacional. Además que el objetivo que se persiguió es la implementación de una propuesta metodológica factible de ejecutar y que esté acorde con la realidad que vivimos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Determinar los contenidos enseñados en los límites de las funciones trascendentes para su aprendizaje significativo.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar cómo los estudiantes que toman Cálculo Diferencial aprenden los contenidos de los límites de las funciones trascendentes.
- Analizar cuán importante es que los estudiantes generen aprendizajes significativos.
- Proponer una alternativa de solución al problema planteado.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes Investigativos

Para abordar el trabajo se indago sobre el estado actual de conocimientos acerca de la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo Diferencial y particularmente sobre la enseñanza de los límites de las funciones trascendentes. Se buscó entonces estudios realizados hasta el momento, y se encontró que la bibliografía existente a pesar de no ser variada es muy rica. Los aportes investigativos hacen referencia al Análisis Matemático de una variable pero abarcan tanto cuestiones del Análisis en general como de los distintos núcleos conceptuales: función, límite, continuidad, derivada, integral.

Se indica algunos como material referencial, considerando aspectos relevantes.

- Azcárate y Machín (2003). ”Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático”. Resumen: En este artículo se hace una breve exposición de las principales características del llamado “pensamiento matemático avanzado”, en el cual se enmarcan una gran parte de las investigaciones de didáctica del Análisis Matemático. Se muestran algunas de las aportaciones de la investigación en este campo al desarrollo curricular y se presenta la línea de investigación “Procesos cognitivos del pensamiento matemático avanzado” que se viene desarrollando en varias universidades españolas desde mediados de la década de los noventa.

Conclusiones: El interés por estos temas surgió en los años noventa por la tendencia en la Didáctica de la Matemática a considerar la problemática del aprendizaje de la Matemática en términos de procesos cognitivos y ya no como simple adquisición de competencias y de habilidades. En particular, no son numerosos los trabajos que abordan el tema de las dificultades que los estudiantes universitarios tienen en esta área y en especial el de los límites de las funciones trascendentes; planteándose, en algunos casos, estrategias innovadoras. Además exponen las principales características del pensamiento matemático avanzado en el cual se enmarcan una gran parte de las investigaciones en Didáctica del Análisis Matemático. Muestran aportes de la investigación en este campo, analizan el papel de las definiciones en la Matemática Avanzada y exhiben la necesidad de crear situaciones didácticas en las que las definiciones sean imprescindibles para superarlas. Muestran también aportes en la línea de investigación referida a las creencias y concepciones del profesor en la enseñanza y el aprendizaje de conceptos del Cálculo.

- Moreno (2005). "El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo: evolución, estado actual y retos futuros". Resumen: Los intentos de reforma de la enseñanza del cálculo en los diferentes países han sido muchos y distintos. La mayoría de los programas de renovación comparten los mismos criterios, y creen que los cambios deben afectar a: la currícula vigente, al desarrollo profesional de la universidad, a la utilización sistemática de la tecnología y de otros materiales, a la formación didáctica y científica de los futuros docentes, etc. En España, cada vez son más numerosas y frecuentes las experiencias puestas en marcha por grupos de trabajo, profesores universitarios interesados y preocupados por la calidad y eficacia de su docencia, etc. La gran mayoría se apilan bajo el epígrafe de "innovación". A pesar de ello, los cambios apenas se dejan sentir. La cuestión se plantea en términos de: ¿A qué se debe esta persistencia e inmovilismo al cambio? ¿Dónde radica la dificultad de la enseñanza de aplicaciones y de modelos de situaciones próximas a la realidad? ¿Qué pueden aportar las investigaciones de didáctica de las matemáticas al proceso de enseñanza y aprendizaje en el ámbito universitario? Este artículo pretende ser una reflexión acerca de la situación actual de la enseñanza del cálculo en la universidad, así como una justificación de la necesidad e importancia de las investigaciones didácticas en el ámbito del conocimiento del profesor, como motor del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Conclusiones: El momento actual de cambios que vive la Universidad debido al proceso de convergencia europea, está provocando la necesidad en muchos profesores de repensar su metodología de enseñanza, buscar alternativas que involucren más al alumno, etc. Es un buen momento para trabajar con los profesores e incidir en su desarrollo profesional y desarrollar vías de investigación como pueden ser los grupos interdisciplinares de trabajo, que favorezcan la reflexión, el aprendizaje, el desarrollo del conocimiento, la colaboración y las interacciones entre miembros de diferentes áreas de conocimiento, pero con intereses comunes.

- Claros (2010). TESIS: "LÍMITE FINITO DE UNA SUCESIÓN: FENÓMENOS QUE ORGANIZA". España. Objetivo 1. Revisar y analizar el campo de conocimientos actual en torno al concepto de límite finito de una sucesión, poniendo de manifiesto los principales intereses, problemas y limitaciones existentes. Objetivo 2. Describir dificultades asociadas a la presentación del límite. Objetivo 3. Enunciar elementos necesarios para manejar el límite finito de una sucesión. Distinción del concepto de límite finito de una sucesión de otros tipos de límite, como el límite infinito de una sucesión o el límite de una función. Objetivo 4. Seleccionar una definición de límite finito de una sucesión para su estudio en profundidad. Objetivo 5. Caracterizar y definir, si los hay, los fenómenos organizados por el concepto de límite finito de una sucesión. Objetivo 6. Detectar esos fenómenos en los libros de texto de secundaria y organizar la información obtenida. Resumen: En esta tesis se pone de manifiesto la presencia de los fenómenos de aproximación organizados por una definición de límite en el caso de las sucesiones de números reales y de las funciones reales de una variable real, ya que la mayoría de los trabajos se han ocupado del estudio del límite, sin distinguir entre sucesiones y funciones, además por contraste se establecen diferencias y analogías entre las definiciones de sucesiones y funciones, y realiza una síntesis del estudio llevado a cabo sobre una muestra de libros de texto de matemática concluyendo que en la mayoría de los libros revisados se realiza una exposición del concepto de límite solamente en alguno de los sistemas de representación, perdiendo de esta manera la posibilidad de pasar de un sistema de representación a otro y de reconocer los fenómenos de aproximación intuitiva y los fenómenos de ida-vuelta en los diferentes sistemas de representación.

Conclusiones: En los libros de texto estudiados, y en la inmensa mayoría de los currículos, el concepto de límite de una sucesión precede al concepto de límite de una función. Estudios didácticos raramente han distinguido entre el estudio del límite de una sucesión y el límite de una función. Se han ocupado en la mayoría de los casos del estudio del límite en general. Con este estudio, aportamos evidencias fenomenológicas de que el concepto de límite finito de una sucesión está organizado por los fenómenos que hemos denominado ASI (aproximación simple intuitiva) e IVS (ida y vuelta de sucesiones), mientras que el concepto de límite finito de una función en un punto está organizado por los fenómenos que hemos denominado ADI (aproximación doble intuitiva) e IVF (ida y vuelta de funciones). Se sigue que cada uno de ellos tiene interés y entidad propios, y que el paso de un concepto a otro no consiste en una simple generalización. Los fenómenos asociados al concepto de límite, han sufrido, en los libros de texto, una evolución con el paso del tiempo, aunque en este trabajo solamente aportamos resultados del estudio de libros de texto producidos en el marco de la LOGSE. Por otro lado se hecha de menos en los libros de texto el desarrollo del concepto de límite, tanto de sucesión como de función, en los diferentes sistemas de representación. En la mayoría de los libros revisados se realiza una exposición del concepto de límite solamente en alguno de los sistemas de representación, perdiendo de esta manera la posibilidad de pasar de un sistema de representación a otro y de reconocer los fenómenos de aproximación intuitiva y los fenómenos de ida-vuelta en los diferentes sistemas de representación

En los trabajos analizados se percibe que hay razones suficientes para plantear y sugerir un cambio en la enseñanza del Cálculo Diferencial y en particular en el contenido de los límites de las funciones trascendentes, usando una metodología donde el alumno sea el autor de su aprendizaje para obtener un mejor rendimiento académico y por ende un aprendizaje significativo. Las distintas investigaciones coinciden en la valorización de los contenidos e indican el buen manejo de conceptos como herramienta útil a la hora de resolver problemas.

2.2 Fundamentación Filosófica

La investigación rigió el Enfoque Sociocrítico, donde el estudiante es el centro del proceso, y el docente el mediador de todos los aprendizajes, considera que el aprendizaje de los contenidos cognitivos, procedimentales y actitudinales no es un proceso de transferencia, pero tampoco se limita al puro descubrimiento, sino que es un proceso dinámico e interactivo que no es la copia idéntica de los contenidos enseñados, su interiorización supone una elaboración personal y única, proceso donde el docente proporciona el camino y la retroalimentación con la utilización de material bibliográfico.

2.2.1 Ontológica

Ontología, es el análisis de la vida cotidiana, teniendo al recurso humano como ser actuante. Por tanto con la investigación se buscó estudiar la manera como los alumnos del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica aprenden los Límites de las Funciones Trascendentes y su incidencia en la generación de aprendizajes significativos

2.2.2 Epistemológica

La epistemología, estudia la naturaleza del conocimiento como la interacción entre la actividad práctica y el pensamiento sistematizado que permite comprender, explicar, interpretar y mejorar su realidad Aplicada a la enseñanza de los Límites de una función de variable real y su aprendizaje, es importante por cuanto los estudiantes podrán mejorar las condiciones de interaprendizaje, ya que los nuevos saberes permitirán tener un mejor desempeño académico

2.2.3 Axiológica

La axiología es la teoría de los valores. La posición axiológica mantenida en la investigación en todo momento estuvo influenciada por los valores humanos, tomando en cuenta el contexto en el que se desarrolla el problema, respetando valores religiosos, morales, éticos y políticos de todos quienes conforman la misma.

2.2.4 Fundamentación Psicopedagógica

Si se toma en cuenta las corrientes pedagógicas la investigación se fundó en el enfoque sociocrítico, para lo cual se analizó la realidad educativa de la enseñanza de los contenidos de los límites de las funciones trascendentes, este enfoque permite brindar al estudiante fundamentos teóricos e interrelacionar los propósitos cognitivos, procedimentales y actitudinales, esto permitió estructurar los nuevos saberes, donde el estudiante es poseedor de conocimientos, y en base a los cuales habrá de construir nuevos saberes como centro del aprendizaje, y se buscó solucionar el problema investigado desarrollando un aprendizaje a través de una enseñanza en la que el maestro es el mediador y orientador de los aprendizajes para que así se generen aprendizajes significativos.

2.2.2 Fundamentación Legal

En la actual Constitución de la República aprobada por consulta popular en 2008, en el artículo No. 343 de la sección primera de educación, se expresa: “El sistema nacional de Educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, la generación y la utilización de conocimientos, técnicas, saberes,

artes y culturas. El sistema tendrá como centro al sujeto que aprende, y funcionará de manera flexible y dinámica, incluyente, eficaz y eficiente".
El Art. 29 de la Carta Magna señala que "El Estado garantizará la libertad de enseñanza, la libertad de cátedra en la educación superior, y el derecho de las personas de aprender en su propia lengua y ámbito cultural"

El Art. 350 de la Constitución de la República del Ecuador señala que "El Sistema de Educación Superior tiene como finalidad la formación académica y profesional con visión científica y humanista: la investigación científica y tecnológica; la innovación, promoción, desarrollo y difusión de los saberes y las culturas: la construcción de soluciones para los problemas del país, en relación con los objetivos del régimen de desarrollo"

LOES (Octubre 2010) CONSIDERANDOS: Que. el Art. 27 de la Constitución vigente establece que la educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico. En el marco del respecto a los derechos humanos, al medio ambiente sustentable y a la democracia: será participativa, obligatoria, intercultural, democrática, incluyente y diversa, de calidad y calidez: impulsará la equidad de género, la justicia, la solidaridad y la paz: estimulará el sentido crítico, el arte y la cultura tísica, la iniciativa individual y comunitaria, y el desarrollo de competencias y capacidades para crear y trabajar:

LOES (Octubre 2010) Art. 13.- Funciones del Sistema de Educación Superior.- Son funciones del Sistema de Educación Superior: a) Garantizar el derecho a la educación superior mediante la docencia, la investigación y su vinculación con la sociedad, y asegurar crecientes niveles de calidad excelencia académica y pertinencia

Razones suficientes para que el ITSA que es una institución de educación superior, brinde las facilidades necesarias para que su personal docente pueda buscar las metodologías más idóneas para que el proceso de enseñanza aprendizaje sea de calidad.

2.3 Organizador Lógico de Variables

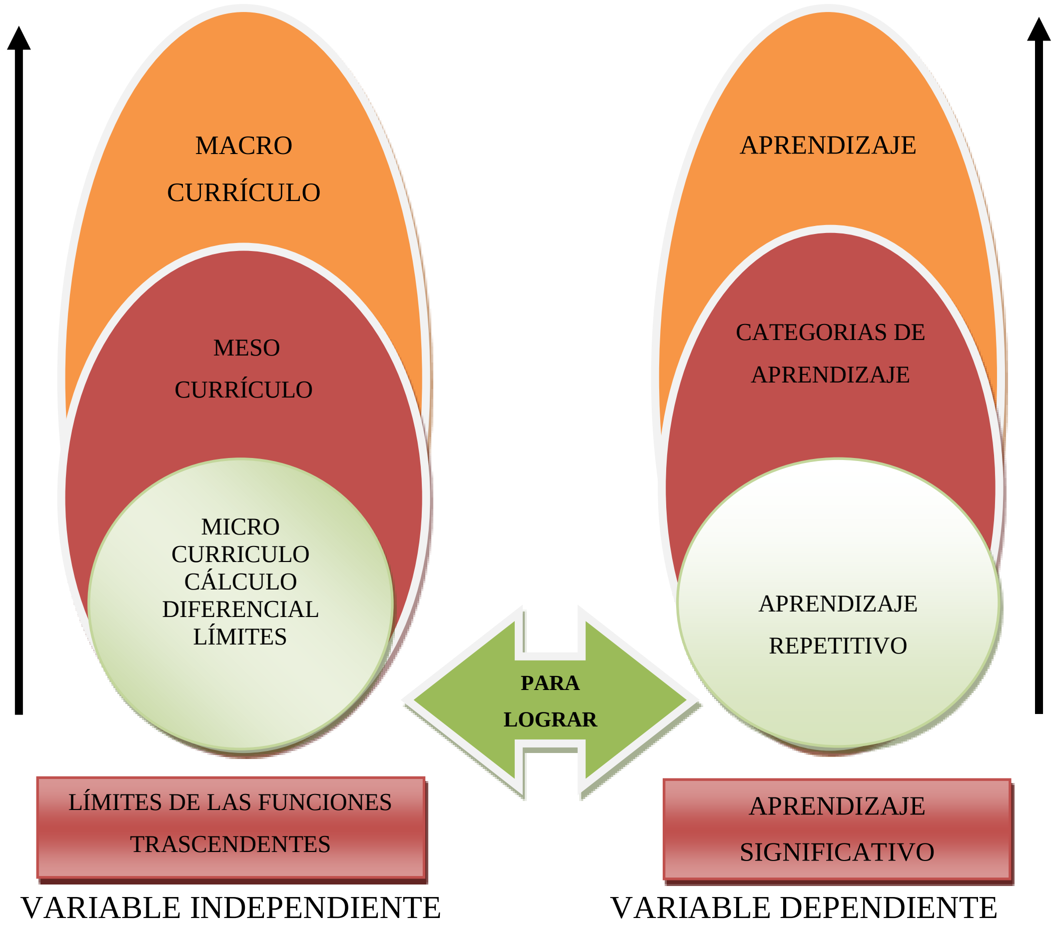


Gráfico 2. Categorías Fundamentales

Elaborado por: Investigador

2.3.1 Constelación de ideas de la Variable independiente

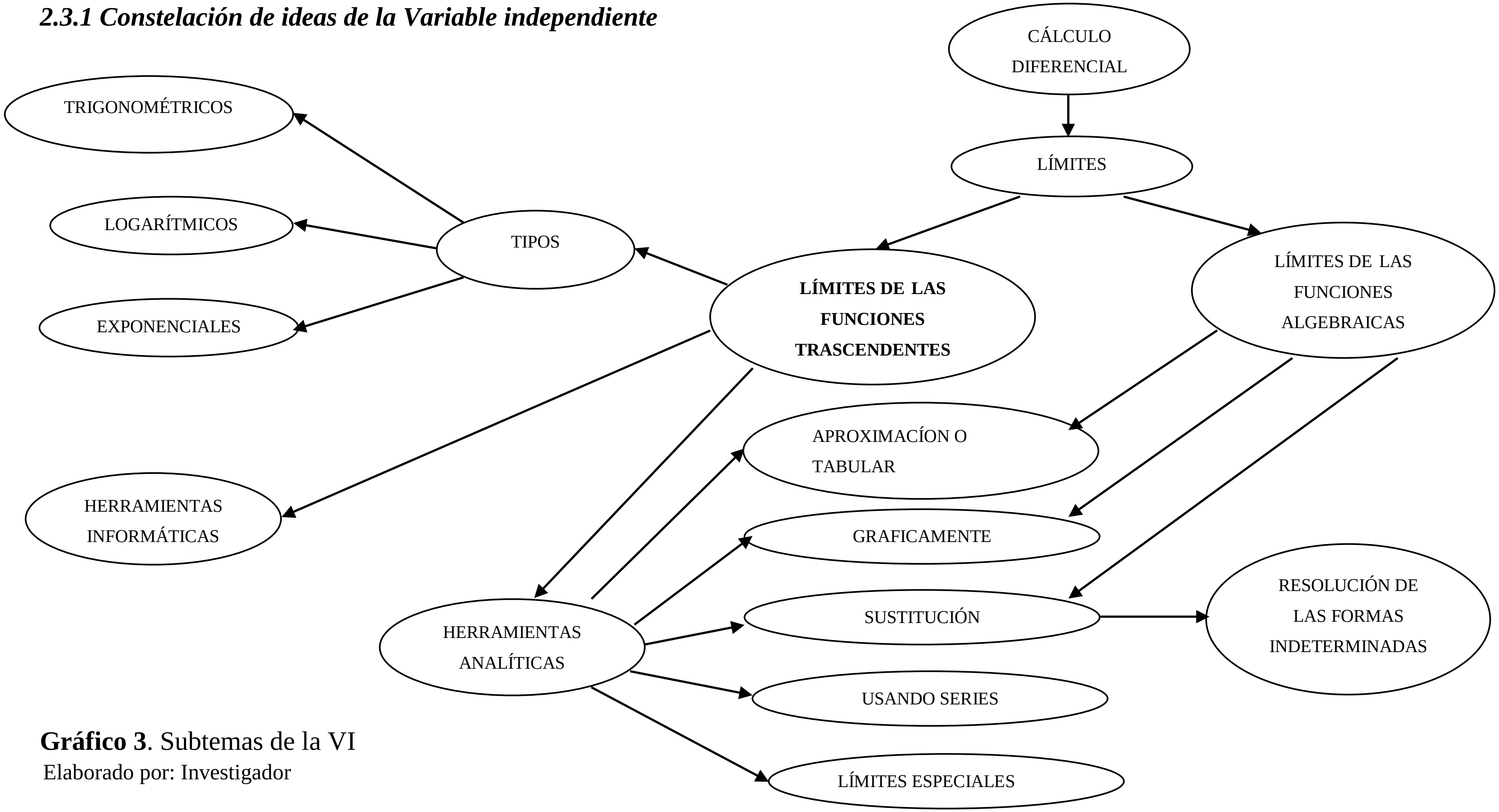


Gráfico 3. Subtemas de la VI
Elaborado por: Investigador

2.3.2 Constelación de ideas de la Variable Dependiente

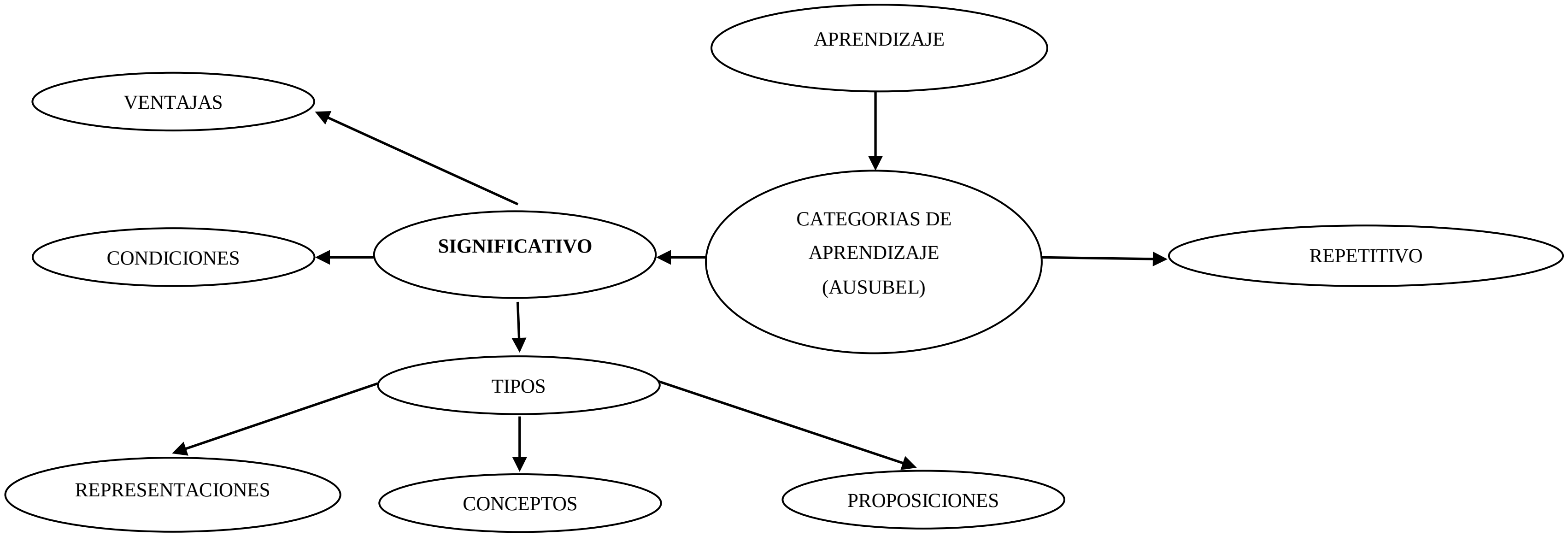


Gráfico 4. Subtemas de la VD
Elaborado por: Investigador

2.4 Fundamentación Científica De La Variable Independiente

Currículo

Currículo es la acepción singular en español del latín curriculum. En plural currícula… Refiere al conjunto de competencias básicas, objetivos, contenidos, criterios metodológicos y de evaluación que los estudiantes deben alcanzar en un determinado nivel educativo. De modo general, el currículo responde a las preguntas ¿qué enseñar?, ¿cómo enseñar? Y ¿qué, cómo y cuándo evaluar? El currículo, en el sentido educativo, es el diseño que permite planificar las actividades académicas. Recuperado 25/02/2012 http://epistemologia.Overblog .es/pages/DEFINICION_ DE_CURRICULO_Y_CONTENIDOS-1432924.html

Veliz (2008), proyecto que preside las actividades educativas, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los docentes que tienen la responsabilidad de su ejecución.

Estrada (2009), manifiesta que es una propuesta educativa y un plan de acción para llevarlo a cabo en la comunidad educativa, es la planificación de la oferta educativa nivel formativo y académico.

Competencias

Procesos complejos de desempeño con idoneidad en determinados contextos, integrando diferentes saberes (saber ser, saber hacer, saber conocer y saber convivir), para realizar actividades y/o resolver problemas con sentido de reto, motivación, flexibilidad, creatividad, comprensión y emprendimiento, dentro de una perspectiva de procesamiento metacognitivo, mejoramiento continuo y compromiso ético, con la meta de contribuir al desarrollo personal, la construcción y afianzamiento del tejido social, la búsqueda continua del desarrollo económico-empresarial sostenible, y el cuidado y protección del ambiente y de las especies vivas. Tobón (2009).

Un conjunto de cualidades que caracterizan comportamientos humanos generalizadores dentro de una perspectiva integradora y compleja del pensamiento y modo de actuación, en correspondencia con las necesidades sociales. ESPE (2011)

Estrada (2009), citando a Spencer y Spencer (1993). Conjunto de conocimientos, habilidades, disposiciones y conductas que posee una persona, que le permiten la realización exitosa de una actividad.

Componentes De Las Competencias

En la enseñanza del cálculo diferencial e integral se requiere desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de las competencias requeridas para el estudiante en las diferentes carreras. Lo cual requiere de la determinación de los saberes esenciales que requieren desarrollarse en los estudiantes y estos saberes están en función del Saber Conocer, Saber Hacer, y Saber Ser. Recuperado: 30/02/2012 http://profesoracaridad.galeon.com/PRINCIPAL.htm

Para estructurar los saberes esenciales para cada elemento de competencia de las matemáticas se requiere que a partir de cada nodo problematizador identificado se estructuren los conocimientos identificados como saberes matemáticos esenciales, teniendo en cuenta el cumplimiento de los criterios de verificación requeridos y estos deben ser identificados y descritos de forma clara y concisa. En este sentido, se sugiere describir los tres tipos de conocimiento con base en el saber conocer, el saber hacer y el saber ser. Pinto (2009).

Las competencias son habilidades que una persona necesita para desarrollar con éxito una tarea específica. Los perfiles de competencia especifican los conocimientos, habilidades y actitudes y expresan los requerimientos de ejecución en términos de comportamiento. Descomponiendo al término se entiende que es el conjunto de saberes. Estrada (2009).

- ***Saber Conocer***

Conjunto de conocimientos, entendido como el producto de procesar inteligentemente información, el mapa interior sobre conceptos y nociones de la realidad que servirán de base para realizar una actuación. Estrada (2009).

Supone la capacidad de aprendizaje para adquirir conocimientos requeridos en su profesión, así como la apropiación de los instrumentos necesarios para comprender el mundo, vivir con dignidad, desarrollar sus competencias profesionales y, comunicarse con los demás. En este caso, se adquieren habilidades del pensamiento relativas a la comprensión, el análisis, la síntesis, la abstracción y la generalización. Recuperado: 16/03/2012 http://www.Scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1315-99842008000400007&script=sciarttext

Saber; es poseer conocimientos. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Saber Ser (Saberes Valorativos)***

Conjunto de actitudes. Los saberes valorativos, incluyen el querer hacer, es decir, las actitudes que se relacionan con la predisposición y motivación para el auto aprendizaje, y el saber convivir, esto es, los valores asociados a la capacidad para establecer y desarrollar relaciones sociales. Recuperado: 16/03/2012 http://www.joseacontreras.net/admon/Competencias/pdf/admoncompetencias/arii1.pdf

Comprende las actitudes necesarias para tener desempeños idóneos. Tiene como base la autonomía de la persona, sus valores, su autoestima y su proyecto ético de vida. Son los valores que deben formarse. Pinto (2009)

Saber ser; es demostrar un adecuado comportamiento ético profesional, social, consagración, honestidad, solidaridad y laboriosidad, entre otros. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Saber Hacer***

Conjunto de habilidades. Incluyen atributos (de la competencia) tales como los saberes técnicos, que consisten en conocimientos disciplinares aplicados al desarrollo de una habilidad, y los saberes metodológicos, entendidos como la capacidad o aptitud para llevar a cabo procedimientos y operaciones en prácticas diversas. Recuperado: 16/03/2012
http://www.joseacontreras.net/admon/Competencias/pdf/admoncompetencias/arii1.pdf

Constituye el conjunto de procedimientos necesarios para el desempeño en la resolución de los diferentes problemas. En la obtención de las habilidades matemáticas requeridas para los diferentes problemas que requieren ser modelados y resueltos. Tiene como base la utilización de recursos materiales, diferentes medios de enseñanza, uso de programas computacionales, equipos y diferentes tipos de herramientas. Son las habilidades que deben formarse. Pinto (2009)

Saber hacer; es dominar las habilidades mentales, intelectuales, sociales, interpersonales y prácticas. Fuerzas Armadas (2011)

Clasificación De Las Competencias

- ***Competencias genéricas.***

Las competencias genéricas tienen relación directa con el Proyecto Educativo Institucional en lo concerniente a la Misión, Visión y Filosofía Institucional como ejes transversales de la formación, las mismas que se relacionan con la formación de investigadores, desarrollo de emprendedores y líderes, conscientes de la conservación del ambiente y de valores universales/profesión. ESPE. (2011)

Son aquellas definidas como indispensables para todas las carreras profesionales que se ofrecen en una institución de educación superior. También se les denomina transversales. Estrada (2009).

Competencias genéricas o transversales, transferibles a una gran variedad de funciones y tareas. No van unidas a ninguna disciplina sino que se pueden aplicar a una variedad de áreas de materias y situaciones (la comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento, la capacidad de liderazgo, la creatividad, la motivación, el trabajo en equipo y especialmente la capacidad de aprender.). Solar (2008)

- ***Competencias específicas.***

Las competencias específicas son propias de cada programa carrera y se relacionan con su futura profesión, complementando de esta manera la formación integral del ser humano. ESPE. (2011)

Son las capacidades que debe desarrollar para cumplir actividades y tareas de su campo. Fuerzas Armadas (2011)

Competencias específicas (académicas o profesionales) que son aquellas específicas de la profesión, especialización y perfil laboral para las que se prepara al estudiante. Describen conocimiento de índole técnico vinculado a un cierto lenguaje o función productiva. En consecuencia, se trata de competencias profesionales que garantizan cumplir con éxito las responsabilidades propias del ejercicio profesional. Solar (2008)

Diseño Curricular Basado En Competencias

Crespo (2009) haciendo referencia a Addine, 1999, manifiesta que el diseño curricular, es un proceso de organización y planificación de la formación de profesionales.

Para llevar a cabo los procesos necesarios para un diseño, o rediseño curricular, basado en Competencias, se requiere contar con métodos y técnicas que los orienten. Con independencia de la metodología adoptada, el primer producto que deberá obtenerse es la definición del perfil del egresado, especificado en términos de las Competencias que lo caracterizan. Vargas C. (2008)

Es una estrategia metodológica para organizar los procesos de: planificación, ejecución, evaluación y mejoramiento curricular. Se estructura didácticamente considerando las exigencias de la profesión en correspondencia con los requerimientos de la sociedad. Responde a las investigaciones acerca del aprendizaje, en tanto propone una organización que favorece el aprendizaje significativo. Fuerzas Armadas (2011)

Fases Del Diseño Curricular

El diseño curricular debe ser entendido como un proceso de constante revisión y actualización de las carreras, buscando hacer pertinentes las ofertas educativas de acuerdo a las demandas que plantea actualmente la Educación Superior. De esta manera, la especificación de los componentes esenciales de diseño curricular se divide en tres secciones, el Diseño Macro-curricular, Meso-curricular y Micro-curricular. Letelier (2008)

Concretar un currículo por competencias llevándolo del diseño al nivel de aula, requiere de tres fases: Diseño Macro-curricular, Meso-curricular y Micro-curricular. ESPE (2011)

El sistema estructural del diseño del currículo integra: los niveles de concreción del planteamiento del mismo y unidades curriculares que garantizan la formación basada en competencias. Estos niveles de concreción son: Macro, Meso y Micro currículo. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Primera fase – Macro currículo***

Corresponde a este nivel la identificación de problemas generales que deba resolver la carrera y la definición de los grandes temas de las áreas del conocimiento universal que aporten a la solución de tales problemas. El macro currículo contiene la fundamentación, la contextualización, los problemas, los propósitos de formación, las competencias generales de los profesionales y los campos de conocimiento. Arredondo (2011)

Etapa enmarcada por lo cultural, en la cual se consultan, definen y organizan las fuentes tecnológico-productivas, filosóficas y pedagógicas para convertirlas en un conjunto de elementos relacionados entre sí, de manera secuencial y organizada, que permite ubicar el ciclo formativo, el perfil profesional, las funciones, el dominio profesional y, finalmente, las competencias requeridas. Vargas M. (2008)

Proyecta la fundamentación social de la carrera y el perfil profesional con el sistema de competencias a desarrollar. Se origina en la Constitución de la República del Ecuador; en la Legislación Educativa; en la Planificación Estratégica Institucional;…; en el Plan de Carrera, donde está el Perfil Profesional. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Perfil profesional***

El perfil profesional se construye a partir del análisis ocupacional. Esta metodología, permite elaborar una descripción integral y exhaustiva de los desempeños esperados en términos del propósito clave en el cual estos se sustentan, y de las unidades y los elementos de competencia que se pondrán en juego en dicho desempeño. Catalano (2004)

Comprende el conjunto de competencias profesionales que debe reunir un profesional para satisfacer las demandas de la sociedad. Fuerzas Armadas (2011)

La primera etapa del diseño curricular por competencias, es el proceso de identificación del perfil profesional, el cual requiere una exhaustiva indagación en la literatura y el campo laboral; se elabora con base en información relevante del mundo exterior, de manera que sea la expresión integrada de las competencias profesionales que la carrera desplegará en quien la curse. Con frecuencia, las competencias del perfil de egreso no son mayores de diez; de cada competencia de egreso derivan los contenidos requeridos para adquirir la competencia que a su vez se integran en cursos o asignaturas a ser incorporados en la malla curricular. El perfil de egreso se expresa en competencias que describen lo que el egresado sabe hacer al término de un programa educativo; es común que las competencias de egreso den lugar a una organización modular que concluye en la determinación de la malla curricular. El qué se enseña, cómo y para qué, deriva de las competencias de egreso y toma forma en los elementos de competencia. Vargas M (2008)

- ***Segunda fase – Meso currículo***

La especificación de las áreas temáticas profesionales, las áreas temáticas básicas, las competencias del tecnólogo soportadas por las áreas profesionales y las competencias soportadas por las áreas básicas, la definición de cursos o asignaturas, con sus contenidos, sus propósitos, hasta llegar a la construcción del mapa general de asignaturas por niveles o semestres, constituyen el meso-currículo del programa. Arredondo (2011)

Etapa enmarcada por lo didáctico, que señala el proceso de enseñanza-aprendizaje en el cual se desarrolla lo planeado en el diseño curricular en unidades de competencia, saberes, módulos, contenidos de aprendizaje, metodología y secuenciación de las acciones de enseñanza aprendizaje o didáctica del currículo. Vargas M. (2008)

En la planificación meso curricular se toma en cuenta los lineamientos generales de la macro planificación, se elaborarán los instrumentos curriculares que le corresponden, en función a la carrera, de la siguiente manera: sistematización de competencias genéricas y específicas, determinación de los componentes que darán como respuesta las unidades de competencia, diseño del mapa curricular y análisis de créditos, y por último definición de la propuesta de temáticas de cursos y actividades optativas junto con la red lógica de contenidos y proyectos de asignatura. Este nivel de concreción define la articulación de las competencias con los ejes de formación a través de mapas curriculares. ESPE. (2011)

- ***Unidad de competencia.***

Una vez determinado el perfil de egreso (competencias profesionales), el siguiente paso es identificar las unidades de competencia. La unidad de competencia es el conjunto de acciones laborales agrupadas dentro de una gran función (competencia específica) con sentido de empleo y de formación. Vargas M. (2008)

Las unidades de competencia dan lugar a los proyectos formativos. Tobón (2009).

Competencias profesionales que provienen del desempeño, tareas, actividades y funciones del campo ocupacional. Su formulación sigue el mismo esquema de las competencias específicas, pero con un alcance más reducido. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Elemento de Competencia***

Descripción de una realización que debe ser lograda por una persona se refiere a una acción, un comportamiento o un resultado que el trabajador debe demostrar que sabe hacer, da origen a los grandes temas de la asignatura. Estrada (2009).

Expresión de desempeño más específico, referido fundamentalmente a un área del saber: estándares básicos de los resultados del aprendizaje, traducidos en conocimientos nucleares. Fuerzas Armadas (2011)

Conjunto de desempeños específicos, forman parte de una unidad de competencia. ESPE (2011)

- ***Núcleos de conocimientos***

Son conjunto de saberes relacionados con el contenido científico específico del elemento de competencia. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Asignatura***

Es una estructura curricular que responde a una disciplina de estudio en función de lograr el desarrollo de los núcleos de conocimientos y el elemento de la competencia. Estas articulan actividades teóricas y prácticas en aulas, laboratorios, talleres y trabajo de campo. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Diseño modular o por asignaturas***

Ya identificadas las unidades de competencia, se determinan los módulos o asignaturas. Un módulo o asignatura se define como el conjunto de actividades planificadas para lograr los resultados de aprendizaje; organiza el proceso de interacción enseñanza aprendizaje a partir de objetivos formativos, bien definidos y evaluables. Un módulo parte de las capacidades que se pretenden promover o de un problema derivado del campo profesional en cuya solución se integran dichas capacidades como base para seleccionar los contenidos y las actividades a ser implementadas Vargas M. (2008)

Es una estructura curricular que responde a una disciplina de estudio en función de lograr los núcleos de conocimientos y/o elemento de la competencia. Estas articulan actividades teóricas y prácticas, en aulas, laboratorios, talleres y trabajo de campo. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Malla curricular o mapa curricular***

Es una herramienta que permite observar en forma gráfica según el curso, todas las asignaturas/módulos constantes en la Red Lógica de Contenidos, indica los ejes, créditos y flujo. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Proyecto integrador***

Son aquellos que articulan el sistema de contenidos tratados en los diferentes componentes curriculares en función de las competencias. Un proyecto integrador se desarrolla en etapas que pueden estar conformadas por uno o más niveles de estudio, también se pueden planificar y ejecutar articulando un conjunto de asignaturas y/o módulos, respondiendo a las concepciones del sistema de créditos. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Tercera fase – Micro currículo***

Es el programa específico que desarrollan los docentes como parte de su responsabilidad académica y la cual debe responder a los criterios del Macro currículo y articularse con el Meso currículo, garantizando de esta manera unidad de criterios. En esta etapa se diseña: el silabo, los proyectos integradores y la estrategia de evaluación. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

Corresponde a la preparación de las actividades de aprendizaje, que permiten la enseñanza de los contenidos de las asignaturas, utilizando estrategias didácticas. Se consideran las unidades temáticas, las estrategias de presentación, los contenidos temáticos, los objetivos, metodologías y demás recursos didácticos para el desarrollo de estos contenidos, las competencias que adquirirán los estudiantes en razón de la apropiación de los referidos contenidos. Arredondo (2011)

- ***Red lógica de contenidos***

Están los contenidos principales de estudio y sus relaciones lógicas de tal manera que presente una correcta integración vertical y horizontal. Demuestra el orden jerárquico o la secuencia de los procesos de trabajo teórico-práctico que se desarrolla en el programa en cuestión. Contiene el área de conocimiento, la unidad de competencia, las asignaturas con su producto integrador del aprendizaje. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Área de conocimiento***

Contenidos científicos que se agrupan por afinidad, con el propósito de evitar la dispersión del conocimiento. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE. (2011)

- ***Producto integrador de aprendizaje***

Es el máximo resultado de un aprendizaje adquirido, que se evidencia en un tangible o producto entregable que corresponde a una unidad didáctica o asignatura, área, módulo o curso. Es el resultado final del curso. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Silabo o syllabus – Plan de asignatura – Plan de estudio. (Anexo 1)***

El sílabo es el instrumento de carácter curricular que presenta la información necesaria y orientadora para el desarrollo del módulo, asignatura o curso. USAID. (2009)

Es un instrumento curricular elaborado por el docente o el equipo de docentes, quienes planifican en forma sistemática la organización, ejecución y evaluación de los temas derivados de la planificación meso curricular. En la planificación del Syllabus de asignatura, constará: unidad o unidades de competencia, elemento de competencia, el producto integrador de aprendizaje de la asignatura, unidades de estudio y sus contenidos, proyección de los métodos de enseñanza aprendizaje que se utilizarán, distribución del tiempo, estrategias de evaluación, el logro o resultado final del aprendizaje de la asignatura, bibliografía y lecturas que se orientan realizar. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Proyección de los métodos de enseñanza a utilizar***

Se efectúa una descripción general de las actividades, métodos y técnicas de enseñanza aprendizaje que utilizará el docente durante todo el desarrollo de la asignatura y la incidencia tanto en el cumplimiento de las competencias declaradas como en las fases de la evaluación. Adicionalmente, se indicará cómo se emplearán las TIC´s en los procesos de aprendizaje. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

Conjunto de sugerencias didácticas dirigidas al maestro para el desarrollo y aplicación de cada una de las unidades didácticas. Estrada (2009).

- ***Métodos de enseñanza***

Para Díaz (2007), en educación superior se deben utilizar las siguientes estrategias metodológicas.

- Lección magistral.- La metodología didáctica más utilizada para impartir las clases teóricas es la conocida como "método expositivo" centrado en la "exposición y/o lección de los contenidos sobre un tema mediante la presentación o explicación por un profesor
- Resolución de ejercicios y problemas.- Ejercitar, ensayar y poner en práctica los conocimientos previos, para proyectos
- Estudio de casos (ABC).- Adquisición de aprendizajes mediante el análisis de casos reales o simulados, para la parte práctica.

- Aprendizaje basado en problemas (ABP).- Desarrollar aprendizajes activos a través de la resolución de problemas, para proyectos
- Aprendizaje por proyectos (APP).- Ayuda a comprender problemas y aplicar conocimientos para su resolución. Está asociado a experimentos o investigaciones de gran envergadura y permiten la profundización en una temática concreta
- Aprendizaje cooperativo.- Desarrollar aprendizajes activos y significativos de forma cooperativa, para la parte práctica
- Aprendizaje a Través del Procesamiento de Información Científica y Cultural. Ante los retos de la "sociedad del conocimiento" el estudiante debe desarrollar habilidades para buscar información de todo tipo, organizarla y procesarla en función de la búsqueda del nuevo conocimiento.

Las competencias se desarrollan y se logran en el aula a través de varias estrategias metodológicas como:

- Aprendizaje basado en problemas (ABP)
- Estudio de casos (ABC)
- Aprendizaje por proyectos (APP)
- Aprendizaje a Través del Procesamiento de Información Científica y Cultural
- Aprendizaje colaborativo, entre otras.

Mismas que permiten relacionar los contenidos con la práctica profesional, haciéndose necesario que los docentes en su silabo concreten su gestión docente de una manera planificada, que propenda a la formación de un ser humano integral. ESPE (2011) y Fuerzas Armadas (2011)

- ***Técnicas de enseñanza***

Díaz (2007), considera las siguientes técnicas de enseñanza

- Clase teórica.- Hablar a los estudiantes. Sesiones expositivas, explicativas y/o demostrativas de contenidos.

- Clases prácticas.- Mostrar a los estudiantes cómo deben actuar. Cualquier tipo de prácticas de aula: estudio de casos, análisis de diagnósticos, problemas de laboratorio, prácticas de campo, aula de informática
- Estudio y trabajo en grupo.- Hacer que los estudiantes aprendan entre ellos. Preparación de seminarios, lecturas, investigaciones, trabajos, memorias, obtención y análisis de datos, etc. para exponer o entregar en clase mediante el trabajo de los alumnos en grupo.
- Estudio y trabajo autónomo del alumno.- Desarrollar la capacidad de autoaprendizaje. Las mismas actividades que en la modalidad anterior, pero realizadas de forma individual, incluye además, el estudio personal (preparar exámenes, trabajo en biblioteca, lecturas complementarias, hacer problemas y ejercicios, etc.), que son fundamental para el aprendizaje autónomo
- Seminarios y talleres.- Construir conocimiento a través de la interacción y la actividad de los estudiantes. Sesiones supervisadas con participación compartida de profesores, estudiantes, expertos, etc.
- Prácticas externas.- Completar la formación de los alumnos en un contexto profesional. Formación realizada en empresas y entidades externas a la universidad.
- Tutorías.- Atención personalizada a los estudiantes. Relación personalizada de ayuda en la que un profesor-tutor atiende, facilita y orienta a uno o varios estudiantes en el proceso formativo.

ESPE (2011). Considera las siguientes técnicas de clases a utilizar en el aula: Conferencias orientadoras del contenido y de las actividades a desarrollar. Clases prácticas. Prácticas de laboratorio. Talleres de producción. Clase de evaluación.

- ***Logro o resultado final del aprendizaje***

Los resultados del aprendizaje son enunciados acerca de lo que se espera que el estudiante sea capaz de hacer, comprender y/o sea capaz de demostrar una vez terminado el proceso de aprendizaje. Fuerzas Armadas y ESPE (2011)

- ***Plan De Clase – De Estudio (Anexo 2)***

Plan de Clase consiste en los datos de información de lo que se va impartir al estudiante, por lo tanto el plan de clase debe ser abierto y flexible sujeto a cambios, motivados a los mismos a cualquier eventualidad. Recuperado 12/04/1012 http://eqaula.org/eva/mod/forum/discuss.php?d=2314

Guía para la interacción con los estudiantes, y para la previa obtención de los recursos materiales e intelectuales necesarios para la actividad docente. Fuerzas Armadas (2011)

Constituye el elemento básico mediante el cual el docente programa las actividades diarias. Estrada (2009).

- ***Recursos didácticos***

Cualquier medio o ayuda que facilite el proceso de enseñanza aprendizaje. Veliz (2008)

Son los elementos que se dispone para conducir el proceso de enseñanza aprendizaje. (Libros, noticias documentales, proyector, computador, ejemplos, simulaciones, etc.). FOREM (2012).

Capacidad de decidir sobre el tipo de estrategias que se van a utilizar en los procesos de enseñanza; siendo, por tanto, una característica inherente a la capacidad de acción de las personas. Moreno (2005)

- ***Medio didáctico***

Cualquier elemento, aparato o representación que sirve como canal para proveer información y facilitar su comprensión. Veliz (2008)

Medio didáctico es el instrumento del que nos servimos para la construcción del conocimiento. Moreno (2005)

Conjunto de recursos que facilitan el proceso de aprendizaje, la comunicación educativa, el acercamiento del sujeto al objeto. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Material didáctico***

Instrumentos y medios de diferente tipo para el trabajo de alumnos y profesores, y que comprende, entre otros el pizarrón, los libros de texto y de consulta, las revista, fichas, medios audiovisuales, medios informáticos, entre otros. Veliz (2008)

Moreno (2005). Los materiales didácticos son los productos diseñados para ayudar en los procesos de aprendizaje.

- Soporte papel: Libros de divulgación, de texto, de consulta, de información, de información y actividades, de actividades diversas; cuadernos de ejercicios, autocorrectivos; diccionarios, enciclopedias; carpetas de trabajo, folletos, guías, catálogos, etc.
- Técnicas blandas: Pizarras, rotafolio, paneles, carteles, franelogramas, etc.
- Audiovisuales y medios de comunicación: Sistemas de audio: reproducción, grabación, radio, televisión, vídeo. Imagen: fotografía, diapositivas, retroproyección, vídeo, televisión, cine. Sistemas mixtos: prensa escrita, fotonovelas, fotorrelatos, carteles, etc.
- Sistemas informáticos: Paquetes integrados (procesadores de texto, bases de datos, hojas de cálculo, presentaciones, etc.), programas de diseño y fotografía, hipertextos e hipermedia, sistemas multimedia, sistemas telemáticos, redes, internet, correo electrónico, chat, videoconferencia, etc.

FOREM (2012). Recursos didácticos creados específicamente para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje. Se caracteriza por ser un conjunto integrado de símbolos, imágenes, sonidos etc. (dependiendo del formato) que sirve para transmitir conocimiento y que apoya tanto al docente como al alumno.

- Materiales y medios didácticos impresos: Libros, Apuntes, Guías de estudio, Fichas de trabajo, Ejercicios prácticos, Esquemas, Láminas, etc.
- Materiales y medios audiovisuales: Películas de vídeo, Ficheros de audio.
- Materiales y medios multimedia: Archivos de hipertexto, Programas educativos, Animaciones,
- Materiales y medios virtuales – online: Foros y tablones de mensajes, Blogs o bitácoras, Webquest, Medios de transmisión y comunicación (correo electrónico, chat, programas de mensajería, videoconferencias etc.), Wiki.

- ***Contenido***

La noción de contenido es compleja. Se refiere a conceptos, procedimientos, criterios, normas y valores que posibilitarán la formación de competencias, y también al desarrollo de capacidades relativas al saber (conocer), al saber hacer y al saber ser. Catalano (2004)

Es un cuerpo sistematizado, delimitado, seleccionado y organizado de objetos de conocimiento que concretan y orientan el que aprender. Estos deben ser dinámicos como dinámicas son las ciencias, susceptibles de ser aprendidos, formativos, significativos dentro de las necesidades de los alumnos, útiles para la vida del alumno, y vinculados con la realidad del contexto. Los contenidos son la razón de ser de la materia objeto del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estrada (2009).

Los contenidos contemplan los tres aspectos de la formación integral: cognitivos, procedimentales y actitudinales. Es importante resaltar que los contenidos deben ser potencialmente significativos. No pueden ser aislados, sin significados en sí mismos, ni conocimientos particulares. Todos deben ser esenciales. Carriazo (2009)

- ***Contenidos Conceptuales***

Son los contenidos que comprenden los conceptos, principios, y teorías que conforman los diferentes dominios del conocimiento. Veliz (2008)

Se refieren a tres categorías bien definidas. Hechos: Son eventos que acontecieron en el devenir de la historia. Datos: Son informaciones concisas, precisas, sin ambages. Conceptos: Son las nociones o ideas que tenemos de algún acontecimiento que es cualquier evento que sucede o puede provocarse, y de un objeto que es cualquier cosa que existe y que se puede observar. Desde una perspectiva más general, los contenidos conceptuales, atendiendo a su nivel de realidad-abstracción pueden diferenciarse en factuales y propiamente conceptuales. Recuperado 12/05/2012. http://epistemologia.over-blog.es/pages/DEFINICION_DECURRICULOYCONTENIDOS-1432924.htm

Es todo lo que debe aprenderse. Están conformados por los conceptos: definiciones, principios, enunciados, leyes, teoremas y modelos. Existe además de los señalados otro conjunto de conocimientos dentro de los conceptuales que reciben el nombre de "factuales", y que implican datos, cifras, magnitudes, nombres, fechas, etc. Habitualmente estos últimos amplifican y enriquecen la significación de los conceptos. Rodríguez (2011)

- ***Contenidos Procedimentales***

Categoría de contenidos que agrupa la formación de habilidades cognitivas, destrezas motoras, reglas, técnicas, y los métodos para resolver problemas o alcanzar metas. Veliz (2008)

Casarini (1999) lo define como: Aquel tipo de conocimiento que alude a un conjunto de pasos, reglas y acciones encaminadas a obtener un resultado o producto. Aquí lo importante es "el saber hacer algo", que abarca una gama muy amplia de las habilidades cognitivas y destrezas básicas.

Se consideran dentro de los contenidos procedimentales a las acciones, modos de actuar y de afrontar, plantear y resolver problemas. Estos contenidos, hacen referencia a “SABER COMO HACER” y “SABER HACER”. Un contenido procedimental incluye la parte algorítmica encaminada al logro de un objetivo y/o competencia. Recuperado 15/05/2012. http://epistemologia.over-blog.es/pages/DEFINICIONDECURRICULOYCONTENIDOS-1432924.htm

- ***Contenidos Actitudinales***

Contenidos agrupados en actitudes valores y normas. Veliz (2008)

Casarini (1999) lo define como: la interpretación ética y la internalización de un sistema de valores, actitudes y normas en torno a determinados temas, aspectos o situaciones del ámbito social y, específicamente, del sector profesional propio de las diferentes carreras.

Los contenidos actitudinales se clasifican en. Valores: principios que nos permiten inferir un juicio sobre las conductas y su sentido. Actitudes: formas como una persona manifiesta su conducta en concordancia con los valores. Normas: Indican lo que se puede hacer y lo que no se puede hacer. Recuperado 20/05/2012. http://epistemologia.Overblog.es/pages/DEFINICION_DE_CURRICULOYCONTENIDOS-432924.htm

- ***Correspondencia Entre Contenidos***

Los Contenidos…, pueden poseer una dinámica de interrelación e interdependencia en función del acento con el que se operen. Recuperado

20/05/2012.
http://www.Juanmanuell.com/pdf/CC15Objetivos%20y%20Contenidos.pdf

Estos tres tipos de contenidos no siguen un orden lineal sino que interactúan permanentemente. Recuperado 20/05/2012.
http://www.psicopedagogia.com/educacion-social

Es un error creer que existe una correspondencia biunívoca entre los contenidos conceptuales y procedimentales, vale decir que a cada contenido conceptual le corresponde su contenido procedimental y recíprocamente. Ocurre que probablemente será necesario desarrollar varios contenidos conceptuales previamente a la formulación de un procedimental; asimismo es posible imaginarse situaciones en las que coexistirán varios procedimentales posibles relacionados con un solo conceptual. Rodríguez (2011)

Apropiación Del Conocimiento

Desde la perspectiva de la apropiación del conocimiento, podemos decir que no es posible verificar tal apropiación, cuando no existe un sujeto supuesto al saber. Dicho en otros términos, solamente podemos aprender de alguien a quien previamente le suponemos ser depositario de un saber que no tenemos. Krichman. (2007).

La apropiación del conocimiento es un concepto que tradicionalmente se ha aplicado en el mundo, y que consiste en propiciar el acceso al conocimiento por parte de los ciudadanos, pero asegurando su aplicación de manera productiva. Recuperado 25/05/2012. http://www.fundacite-lara.gob.ve/index.php/component/content/article/14/295-creada-comision-presidencial-de-propiacion-del-conocimiento

La Metodología Mathematiké, propone cinco pasos iterativos para que en el proceso de enseñanza se logre la apropiación del conocimiento. Contextualización. Es tarea del maestro. El docente ubica en la espiral ascendente los conceptos que expondrá a los alumnos, de tal manera que el primer concepto que enseña es el conocimiento necesario para la apropiación del segundo y así sucesivamente. Experimentar-Entender. Es responsabilidad del maestro y del alumno. El maestro, utilizando el material didáctico conveniente, resuelve un ejercicio o un problema, a través del desarrollo del cual el alumno utilizando sus sentidos, toma los datos de lo experimentado, entiende, concibe y formula, extrae los datos, infiere e imagina, lo que le permite captar esos datos y por lo tanto entender. Demostrar-Juzgar. El alumno demuestra el concepto, relacionándolo con otros conceptos y sus aplicaciones. Este conocimiento es ahora parte del sujeto mismo. Aplicar-Crear. El alumno aplica los conceptos para crear, elaborar algoritmos, resolver problemas que serán necesarios para el estudio del siguiente concepto en nuestra espiral. Debe resolver el número y la variedad de problemas y ejercicios necesarios hasta que tenga la habilidad y la experiencia necesarias para plantear y resolver problemas del mismo tipo pero con mayor grado de dificultad. Evaluar. Involucra al maestro y al alumno, hace referencia al conocimiento, y a los valores que el sujeto se ha apropiado. Al proceso que se ha seguido para lograr esta apropiación. La primera parte de la evaluación consiste en verificar si el estudiante se ha apropiado de los conceptos matemáticos estudiados y de los valores que se promueven y si éstos los sabe aplicar adecuadamente al haber desarrollado la habilidad y acumulado la experiencia necesaria en el planteamiento y resolución de problemas. Para hacer esta evaluación contamos con un buen número de recursos: trabajos, participación en clase, exámenes personales y en grupo, entre otros. La segunda parte es la evaluación del maestro, los datos proporcionados por los alumnos tanto en su propia evaluación como en el diálogo directo entre maestro y alumno. La evaluación le da a conocer al individuo lo mucho o poco que ha caminado y lo invita a re-iniciar el proceso, pero ya no empieza donde lo hizo la primera vez, sino un poco más arriba. Si esta manera de proceder se aplica varias veces para la apropiación de conceptos, generamos La Espiral Ascendente del Conocimiento. Es a esa altura, donde el fin se vuelve origen, y el origen es principio que volverá a ser fin. Recuperado 27/05/2012. http://mathe matike.org/pages/ methodology.html

Evaluación (Valoración) Basada En Competencias

Tobón (2009), manifiesta que, con el ingreso del enfoque de competencias a la educación, la evaluación tradicional está pasando del énfasis en conocimientos al énfasis en desempeños, lo que permitirá determinar la idoneidad con la cual salen los profesionales al mercado laboral. Teniendo en cuenta lo anterior, propone el concepto de valoración para resaltar el carácter apreciativo de la evaluación y enfatizar en que es ante todo un procedimiento para generar valor (reconocimiento) a lo que las personas aprenden, puesto que tiene en cuenta las múltiples dimensiones y relaciones entre estudiantes, empresas y docentes. La valoración, aunque constituye un juicio de valor, se regula con base en una serie de criterios previamente acordados con los estudiantes.

En un modelo de aprendizaje basado en competencias, evaluar significa valorar el progreso del estudiantado en la consecución de los objetivos propuestos. En este contexto, la evaluación debe ser continua, es decir, no se debe acumular para la etapa final del aprendizaje. La evaluación debe englobar todas las competencias programadas en el plan de estudios y debe estar basada en criterios bien fundamentados y suficientemente transparentes y publicitados. Torra (2008)

Evaluar competencias es una tarea compleja. La evaluación debe ser concebida como un proceso continuo e integrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que ha de proporcionar información para reorientar dicho proceso, ya sea manteniendo aquellos aspectos que nos permiten conseguir buenos resultados, ya sea modificando aquellos otros que interfieran en un adecuado progreso del estudiante. En el contexto de un currículo basado en competencias, se debe tener en cuenta la poca relevancia de las pruebas e instrumentos que evalúan sólo conocimientos. Consecuentemente, se deben diversificar las técnicas, situaciones e instrumentos de evaluación. Fuerzas Armadas (2011)

Procedimientos De Evaluación (Valoración)

- ***Momentos de realización***

Inicial, procesual y final. Tobón (2009)

El sistema de evaluación del aprendizaje se desarrolla en tres fases esenciales: diagnóstica, formativa y sumativa. Fuerzas Armadas (2011)

Inicial, formativa y final. Estrada (2009)

- ***Evaluación (Valoración) inicial o diagnóstica***

La valoración inicial es la que se lleva a cabo al comienzo del proceso educativo y es de diagnóstico. Tobón (2009)

Santos (1995), afirma que a través de la evaluación diagnóstica se puede saber cuál es el estado cognoscitivo y actitudinal de los estudiantes. Permite ajustar la acción a las características de los estudiantes. Es una radiografía que facilita el aprendizaje significativo y relevante, ya que parte del conocimiento de la situación previa, de las actitudes y expectativas de los estudiantes. Recuperado 30/05/2012.
http://www.slideshare.net/Socialesdigital/evaluacin-diagnostica35770 84

La evaluación diagnóstica es un referente para la planeación de la enseñanza y la selección de estrategias y técnicas didácticas a utilizar en el proceso enseñanza-aprendizaje. Se aplica, al inicio de cada asignatura. Identifica los conocimientos, habilidades, destrezas y valores con que se inicia un proceso educativo. Esta evaluación diagnóstica servirá para determinar el grado de dominio de las competencias. La evaluación diagnóstica es de carácter eminentemente cualitativo e informativo para el docente. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Valoración procesual o formativa***

La valoración procesual es continua y consiste en determinar los avances, logros y aspectos por mejorar. Tobón (2009)

Sirve para recopilar datos e indicadores que permitan estimar los logros y dificultades que encuentran los estudiantes en el proceso educativo, para en función de la interpretación de los mismos, adaptarlos a las necesidades de enseñanza - aprendizaje y conseguir mejores resultados. La evaluación formativa se realiza durante el desarrollo del aprendizaje; en este momento se utilizan instrumentos como estudios de caso, simulaciones, ejercicios prácticos, prácticas de laboratorio, trabajo de campo, trabajos extra clase de investigación y consulta, exposiciones, proyectos, trabajos individuales y grupales en clase, e instrumentos de evaluación, de tipo oral, escrito, práctico, entre otros. Este proceso implica involucrar a los estudiantes en la evaluación de sus propias competencias y las de sus compañeros, generando espacios que les permita compartir, explicar y debatir los logros alcanzados. La evaluación formativa es de carácter cuantitativo. Fuerzas Armadas (2011)

Es la realimentación del alumno y del profesor sobre el progreso del alumno durante el proceso de aprendizaje y la identificación de los problemas más comunes de aprendizaje para solucionarlos mediante actividades y organizar la recuperación. Se realiza durante todo el proceso de aprendizaje. Recuperado 03/06/2012.
http://planificacion-educativa.espacioblog.com/post/2009/06/10/la-evaluaci-n-los-aprendizajes

- ***Valoración final o sumativa***

La valoración final es la que se hace una vez concluye un determinado curso, y consiste en determinar los logros que finalmente se obtuvieron, teniendo en cuenta los propósitos iniciales. Tobón (2009)

Está constituida por los resultados que se han alcanzado durante las dos momentos anteriores. Se realiza al final de cada asignatura, dándole una característica integradora al concluir los períodos académicos. Esta evaluación permite valorar de forma general el nivel alcanzado en relación con el desarrollo de las competencias; así mismo, aporta evidencias para determinar la calificación y establecer las acciones correctivas necesarias a procesos pedagógicos futuros. La evaluación sumativa es de carácter cuantitativa. Fuerzas Armadas. (2011)

La evaluación sumativa se ejecuta con la asignación de puntajes a los desempeños y a la producción que va demostrando el alumno durante la ejecución del proceso de aprendizaje, aprovechando la estrategia y las respectivas actividades que hayan sido planificadas respecto de cada fase o etapa, según sea el caso. Resultados de investigaciones, de elaboraciones, de prácticas, de ejecuciones, de procesamientos y de conclusiones hechas en clase y los trabajos de reforzamiento elaborados por los alumnos, entre otros, serán objeto de puntuación por parte del maestro, así como también la recepción de pruebas parciales en el proceso y finales cuando culmina una fase/etapa, serán estrategias de evaluación sumativa. Así es factible suprimir los exámenes finales y transformar el mismo en un proceso continuo de aprendizaje, contribuyendo a la mejor utilización del tiempo real de aprendizaje por parte de los alumnos. Recuperado 05/06/2012.
http://www.uasb.edu.ec/reforma/paginas/btp/btp 13.htm

- ***De acuerdo al protagonista***

  - ***Autoevaluación (Autovaloración)***

El alumno evalúa su propio desempeño y se responsabiliza de una parte importante de sus logros, tanto en actividades individuales como en equipo. Para ello, el Instructor debe establecer los criterios que orientan la autoevaluación. SENA (2005)

Es el proceso por medio del cual la propia persona valora la formación de sus competencias con referencia a los propósitos de formación, los criterios de desempeño, los saberes esenciales y las evidencias requeridas. De esta manera, la persona construye su autonomía asumiéndose como gestora de su propia educación; además, aporta información valiosa para que la propia institución educativa le reconozca sus logros. Tobón (2009)

En la medida que el educando vivencia su proceso de aprendizaje, como un acto permanente de construcción y revisión de su proyecto personal de desarrollo, se mantiene atento y autocrítico a los cambios producidos en él. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Coevaluación (Covaloración)***

Evaluación de equipo. El alumno es motivado para evaluar el desempeño de sus compañeros de equipo y para ser evaluado por ellos en las actividades realizadas conjuntamente. Igualmente, el Instructor debe establecer los criterios que orientan la coevaluación. SENA (2005)

Consiste en una estrategia por medio de la cual los estudiantes valoran entre sí sus competencias de acuerdo con unos criterios previamente definidos. De esta manera, un estudiante recibe retroalimentación de sus pares con respecto a su aprendizaje y desempeño. Tobón (2009)

La coevaluación consiste en un proceso de apreciación personal por parte de sus compañeros de grupo. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Heteroevaluación (Heterovaloración)***

Consiste en la valoración que hace una persona de las competencias de otra, teniendo en cuenta los logros y los aspectos por mejorar de acuerdo con unos parámetros previamente acordados. El acto de valoración de las competencias es ante todo un proceso de comprensión, el cual, desde la complejidad, implica para el docente hacer parte de éste, involucrarse, colocarse en el lugar del estudiante sin perder el propio lugar como profesional. Tobón (2009)

Es la evaluación que realiza el docente, a los estudiantes, y los estudiantes al docente. Fuerzas Armadas (2011) y Estrada (2009)

Ámbito De Los Sistemas De Evaluación.

El sistema de evaluación debe estar enfocado a la valoración del progreso del aprendizaje del estudiantado (evaluación formativa) y no exclusivamente a los resultados obtenidos (evaluación sumativa). Todo el trabajo encargado al estudiante debe ser valorado y éste debe estar informado del sistema de evaluación que se va a utilizar. Finalmente, es aconsejable prever alternativas viables para los estudiantes que no puedan seguir el ritmo. Torra (2008), y Fuerzas Armadas (2011)

La evaluación debe basarse en lo posible en el desempeño del estudiante ante actividades y problemas relacionados con el contexto profesional. La evaluación se lleva a cabo para ayudarle al estudiante a formar sus competencias reconociendo sus logros y aspectos a seguir mejorando, no como un medio de sanción ni para detectar sus carencias. La promoción de un curso a otro se da con base en la evaluación de las competencias, para lo cual se tienen en cuenta los indicadores de logro. Cuando un estudiante no adquiere los logros esperados acorde con tales indicadores, deben brindársele cursos de refuerzo y nuevas oportunidades para demostrar los logros, requiriéndose en algunos casos de cursos alternativos. Pierde sentido así la reprobación de asignaturas en el currículo por competencias. Recuperado 29/05/2012.
www.udg.edu/Portals/49/Docencia%202010/AntonioRial(textcomplementari).pdf

Estrategia General De Evaluación Del Aprendizaje

- ***Técnicas de evaluación***

Para evaluar el desarrollo de las competencias, se recomienda utilizar las siguientes técnicas: Observación directa del desempeño de los estudiantes; solución de casos y problemas reales; elaboración de ponencias; participación en foros-debates; realización y evaluación de proyectos integradores de investigación; exámenes escritos y orales. Guanoluiza (2012)

DINESST (2006) y ESPE (2011). Las técnicas se definen como procedimientos y actividades realizadas por los participantes y por el docente con el propósito de hacer efectiva la evaluación de los aprendizajes.

- ***Instrumentos de evaluación***

Los instrumentos son las herramientas que sirven de referente para aplicar las técnicas de evaluación. Guanoluiza (2012)

DINESST (2006). Los instrumentos constituyen el soporte físico que se emplea para recoger la información de los aprendizajes esperados en los estudiantes. Contiene un conjunto estructurado de ítems los cuales posibilitan la obtención de la información deseada.

Estrada (2009). Material que le permite recoger evidencias sobre el desempeño de una persona, para formarse un juicio a partir de un estándar definido, con el fin de determinar si es competente para desempeñar una actividad.

- ***Técnicas vs. Instrumentos de evaluación***

o Observación

- Diario de clase
- Listas de cotejo

- Escala de actitud
- Intercambios orales
- Entrevista
- Foros, Debates
- Asamblea
- Pruebas específicas
- Objetivas
- Abiertas
- Interpretación de datos
- Exposición de un tema
- Resolución de ejercicios y problemas
- Producción de los estudiantes
- Resúmenes
- Artículos
- Monografías
- Investigaciones
- Cuaderno de clase
- Cuaderno de campo
- Resolución de ejercicios y problemas

- ***Proyectos integradores de investigación***

El instrumento metodológico que integra un sistema de tareas de aprendizaje para dar solución a un problema, incluyendo el diseño y la ejecución de los procesos que permiten concluir con un producto terminado, bien de orden teórico o práctico. Guanoluiza (2012)

Puede ser usado para una variedad de propósitos, como añadir más fluidez al conocimiento y a las habilidades, completar aprendizajes o para ampliar el aprendizaje previo. Vargas M. (2008)

Constituye un requisito para la obtención de un título profesional y corresponde a un problema profesional que se pretende solucionar en el desarrollo del curso. Ejemplo: Tesis, monografías, proyectos. Fuerzas Armadas (2011)

- ***Rúbrica o Matriz de valoración (Anexo 3)***

Es una herramienta de calificación utilizada para describir los parámetros utilizados para valorar el desempeño de los estudiantes. De esta forma provee una pauta clara con respecto a cómo se va a apreciar el trabajo de un estudiante. Cada criterio de calificación consiste generalmente de un conjunto de criterios y puntos asociados con esos criterios. Fuerzas Armadas (2011)

Las rúbricas son guías de puntuación usadas en la evaluación del desempeño de los estudiantes que describen las características específicas de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento, con el fin de clarificar lo que se espera del trabajo del alumno, de valorar su ejecución y de facilitar el feedback. Tejada (2011)

Es una herramienta que define las características que deben cumplir los instrumentos para evaluar. En ella se describe que observará el docente para llevar a cabo dicha evaluación. Frade (2009)

- ***Partes de una rúbrica.***

Dimensiones.- Suelen disponerse en la primera columna. Componentes que constituyen el marco de la evaluación del desempeño del estudiante. Representan subcomponentes de la tarea, aspectos particulares de la misma, atributos genéricos, etc. Niveles de desempeño.- Ubicados en la primera fila. Categorías que, dispuestas como un gradiente, definen la calidad del trabajo del estudiante. Pueden estar expresados tanto con etiquetas cualitativas (excelente, satisfactorio, etc.) como con un sistema numérico, o con ambos. Descriptores.- Se disponen en las celdas que definen la intersección de cada criterio con cada nivel de desempeño. Breve explicación de la evidencia que permite juzgar el trabajo particular de un estudiante a lo largo de las distintas dimensiones o criterios y asignado a un nivel de desempeño concreto. Blanco (2008), Frade (2009) y Fuerzas Armadas (2011)

- ***Rúbricas y calificaciones***

Los procesos de calificación ligados al uso de rúbricas no están regidos por la existencia de un algoritmo único que permita trasponer las puntuaciones asignadas a la escala convencional de 10 puntos usada habitualmente en el contexto de educación superior. De hecho, el proceso de convertir las valoraciones de una rúbrica en calificaciones es más un proceso lógico que matemático. Cada profesor o equipo de profesores está obligado por tanto a adoptar un procedimiento propio, que presumiblemente se ajuste a la naturaleza y características de la tarea, al plan general de evaluación que sirve de marco para la asignatura, al contexto institucional, etc. Fijado el procedimiento, éste debe ser hecho público, con el fin de que los alumnos tengan conocimiento del mismo. Blanco (2008), Frade (2009) y Fuerzas Armadas (2011)

- ***Portafolio de evidencias***

Colección selectiva, deliberada y validada de los trabajos realizados, donde se refleja la evolución y progreso durante un período de tiempo. Instrumento relacionando con el saber hacer. Tejada (2011)

Técnica que permite a los estudiantes registrar las evidencias correspondientes a la formación, archivando en una carpeta todos aquellos materiales que prueban y dan cuenta de que se han aprendido a manejar los componentes básicos de determinada competencia. Tobón (2009)

Consiste en una compilación de trabajos del estudiante, recogidos a lo largo del tiempo, que aportan evidencias respecto de sus conocimientos, habilidades o incluso de su disposición para actuar de determinadas maneras. Fuerzas Armadas, 2011)

- ***Evidencia de desempeño***

Tejada (2011). Son las pruebas claras y manifiestas de los conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que una persona posee y que determinan su competencia. Entendiéndose por evidencia el mínimo a ser evaluado. La competencia no puede ser observada directamente, sino inferida por el desempeño o acciones específicas.

- Evidencias de conocimiento, son los recursos con los que se cuenta para lograr el desempeño competente.
- Evidencias del proceso, corresponden a aquellos elementos que indican la calidad en la ejecución de una tarea y que son factibles de observación y análisis dentro del proceso de trabajo.
- Evidencias del producto, corresponden a los resultados identificables y tangibles, como referentes para demostrar que una actividad fue realizada.

Son descripciones sobre variables o condiciones cuyo estado permite inferir que el desempeño fue efectivamente logrado. Las evidencias directas tienen que ver con la técnica utilizada en el ejercicio de una competencia y se verifican mediante la observación. Las evidencias por producto son pruebas reales, observables y tangibles de las consecuencias del desempeño. Fuerzas Armadas (2011) y Estrada (2009)

- ***Estrategias de evaluación***

- La teoría se puede evaluar a través de: pruebas objetivas, pruebas de respuesta corta, pruebas de desarrollo
- La práctica se puede evaluar a través de: Trabajos y proyectos, Informes/memorias de prácticas, Pruebas de ejecución de tareas reales y/o

simuladas, Escalas de actitudes, Sistemas de autoevaluación, Técnicas de observación, Portafolio.

- Los proyectos se pueden evaluar por medio de: Trabajos y proyectos, Informes/memorias de prácticas, Pruebas de ejecución de tareas reales y/o simuladas. Portafolio. Vargas M. (2008)

Ámbito de las metodologías y estrategias docentes.

El trabajar con un enfoque por competencias obliga a un replanteamiento metodológico porque requiere dominar un proceso basado en el de aprendizaje del estudiantado. Para que éste se convierta en el objeto del aprendizaje, se requiere la utilización de metodologías activas y para ello se considera necesario que el profesorado tenga una preparación adecuada. Este nuevo enfoque metodológico debe apostar decididamente por el trabajo experimental, el uso de las TIC y de los entornos virtuales, y las dinámicas de trabajo en equipo. Torra (2008), ESPE (2011) y Fuerzas Armadas (2011)

Sistema de contenidos y productos del aprendizaje

- ***Unidades de estudio y sus contenidos***

Cada unidad con sus respectivos contenidos y el tiempo programado para su desarrollo. En esta planificación se debe considerar también el tiempo que se destinará a exposiciones, evaluaciones y cualquier otra actividad tanto curricular como extracurricular. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

- ***Evidencia del aprendizaje y sistema de tareas***

Paralelamente a cada unidad se consigna el producto de la unidad y las tareas correspondientes. Se recomienda que las tareas apoyen a la obtención del producto. Es conveniente que los productos de unidad contribuyan al logro del resultado de aprendizaje de la asignatura. Fuerzas Armadas (2011) y ESPE (2011)

Formación Profesional

Enfocada al desarrollo de una profesión o un oficio determinado, mientras que la formación en sentido amplio puede estar relacionada con el mundo laboral, pero muchas veces no se dirige directamente al desarrollo de una profesión concreta. FOREM (2012)

Por formación profesional se entiende todos aquellos estudios y aprendizajes encaminados a la inserción, reinserción y actualización laboral, cuyo objetivo principal es aumentar y adecuar el conocimiento y habilidades de los actuales y futuros trabajadores a lo largo de toda la vida. Recuperado: 10/06/2012. http://es.wikipedia.org/wiki/Formaci%C3%B3nprofesional

Proceso educativo con objetivos definidos, orientado a la preparación de las personas en actividades laborales específicas. Fuerzas Armadas (2011)

Calculo Diferencial

El cálculo diferencial es una parte importante del análisis matemático. Consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones objeto del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. Una noción estrechamente relacionada es la de diferencial de una función. En el estudio del cambio de una función cuando cambian sus variables independientes es de especial interés para el cálculo diferencial el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee). Y es que el cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra. Recuperado: 10/06/2012

http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A1lculodiferencial

El Cálculo constituye una de las grandes conquistas intelectuales de la humanidad. Una vez construido, la historia de la matemática ya no fue igual: la geometría, el álgebra y la aritmética, la trigonometría, se colocaron en una nueva perspectiva teórica. Detrás de cualquier invento, descubrimiento o nueva teoría, existe, indudablemente, la evolución de ideas que hacen posible su nacimiento. El Cálculo cristaliza conceptos y métodos que la humanidad estuvo tratando de dominar por más de veinte siglos. Una larga lista de personas trabajó con los métodos "infinitesimales" pero hubo que esperar hasta el siglo XVII para tener la madurez social, científica y matemática que permitiría construir el Cálculo que utilizamos en nuestros días. Recuperado: 10/06/2012
http://www.fca.unl.edu.ar/Intdef/Historia1.htm

El cálculo diferencial es un método, es un camino para encontrar o llegar más pronto a un resultado en algunos problemas. Recuperado: 10/06/2012.
http://iguerrero.wordpress.com/2007/11/06/topicos-de-calculo-diferencial/

Cálculo Del Límite De una Función

Definición De Límite

Purcell (2007). Decir que $\lim_{x \to c} f(x) = L$ significa que para cada ε >0 dada (no importa qué tan pequeña) existe una correspondiente δ >0, tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$, siempre que $0 < |x - c| < \delta$; esto es,

$$0 < |x - c| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - L| < \varepsilon$$

Rojas (2009). Sean:

1. c y L dos números reales
2. I un intervalo abierto que contiene el número c, y
3. f una función real definida en I, salvo, tal vez, en c; es decir,

   $I \subset Dm(f) \cup \quad c$

Entonces: $\lim_{x\to c} f(x) = L$ si y solo si para todo $\varepsilon > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ siempre que $0 < |x - c| < \delta$.

Villena (2009). Sea f una función de variable real y sean ε y δ cantidades positivas muy pequeñas. Suponga que f se aproxima a L cuando x se aproxima a c, denotado por $\lim_{x\to c} f(x) = L$, significa que para toda proximidad ε que se desee estar con f en torno a L, deberá poderse definir un intervalo en torno a c en el cual tomar x, sin que necesariamente x=c, que nos garantice el acercamiento. Es decir:

$$\lim_{x\to c} f(x) = L \;\equiv\; \forall \varepsilon > 0,\ \exists \delta > 0 \text{ tal que } 0 < |x - c| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - L| < \varepsilon.$$

Importancia de la definición

A pesar de la importancia de la definición ε−δ, a nivel teórico, especialmente en la demostración de teoremas; a nivel práctico, en el cálculo de límites, la definición ε−δ no es útil. La definición ε−δ solamente nos permite comprobar si un límite dado es correcto o no, pero no nos permite calcular límites, el posible límite tendremos que intuirlo por otro método. Además que, su aplicación para comprobar límites suele ser difícil. Rojas (2009) y Purcell (2007)

Blázquez, S. y Ortega, T. (2000). Se puede trabajar con una definición que, sin estar exenta de rigor matemático, no tenga el formalismo de la notación, que tantos quebraderos de cabeza ocasiona al alumnado, y proponen la siguiente: Sea "f" una función y "c" un número real, el número "L" es el límite de la función "f" en el punto "c", y se escribe $\lim_{x\to c} f(x) = L$, si cuando "x" se acerca al número "c", sus imágenes f(x) se acercan a "L" más que cualquier otro número. Esta definición no abusa del formalismo y, además, evita la imprecisión, tan frecuente, del "tanto como se quiera", para referirse al control de la aproximación. Por otra parte, implica un conocimiento mayor de los conceptos de aproximación y error, que se trabajan poco en Secundaria.

En la actualidad existe una tendencia a la enseñanza del cálculo basada en un enfoque algorítmico y algebraico. Es necesario utilizar diferentes representaciones para abordar los problemas de manera más eficiente. Generalmente se trabajan las representaciones algebraicas, pero si aparecen errores, los alumnos no pueden reconocer donde está el error. Tienden a utilizar las representaciones gráficas de manera muy limitada. No se las considera como apoyo para los procesos algebraicos. Vrancken (2005)

Límites Laterales

Purcell (2007). (Límites Unilaterales). No se necesita mucha imaginación para dar las definiciones $\varepsilon - \delta$ del límite por la derecha y del límite por la izquierda. Límite por la derecha: decir que $L = \lim_{x \to c^+} f(x)$ significa que para cada ε >0 existe un correspondiente δ >0, tal que $0 < |x - c| < \delta$ entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$. Deja al lector la definición límite por la izquierda.

Rojas (2009). (Límites Unilaterales). L es el límite de f(x) cuando x se aproxima a c por la derecha y se escribe $L = \lim_{x \to c^+} f(x)$ si y solo si para todo ε >0, existe un δ >0 tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ siempre que $0 < |x - c| < \delta$. Análogamente: L es el límite de f(x) cuando x se aproxima a **c** por la izquierda, y se escribe $L = \lim_{x \to c^-} f(x)$ si y solo si para todo ε >0, existe un $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ siempre que $0 < c - x < \delta$.

Villena (2009). Existen funciones que por la derecha de un punto tienen un comportamiento y por la izquierda del punto tienen otro comportamiento. Esto ocurre frecuentemente en funciones que tienen regla de correspondencia definida en intervalos y que su gráfica presenta un salto en un punto. Para expresar formalmente este comportamiento se hace necesario definir límites en un punto por una sola dirección. Límite por derecha: cuando *x* se aproxima a tomar el valor de *c*, pero solo por su derecha $c < x < c + \delta$, *f* se aproxima a tomar el valor de

L_1; significa que *f* puede estar tan cerca de L_1, tanto como se pretenda ($\forall\varepsilon$), para lo cual deberá existir el correspondiente ∂, que indica el intervalo en el cual tomar *x* que nos garantice aquello. Es decir: $\underset{x \to c^+}{\mathrm{Lim}} f(x) = L_1 \equiv \forall\varepsilon > 0,\ \exists\delta$ tal que $0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L_1| < \varepsilon$. Límite por izquierda: cuando *x* se aproxima a tomar el valor de *c*, pero solo por su izquierda $c - \delta < x < c$, *f* se aproxima a tomar el valor de L_2; significa que *f* puede estar tan cerca de L_2, tanto como se pretenda ($\forall\varepsilon$), para lo cual deberá existir el correspondiente ∂, que indica el intervalo en el cual tomar *x* que nos garantice aquello. Es decir: $\underset{x \to c^-}{\mathrm{Lim}} f(x) = L_2 \equiv \forall\varepsilon > 0,\ \exists\delta$ tal que $0 < c - x < \delta \Rightarrow |f(x) - L_2| < \varepsilon$.

Existencia del Límite.

Purcell (2007). $\underset{x \to c}{\mathrm{Lim}} f(x) = L$ si y sólo si $\underset{x \to c^-}{\mathrm{Lim}} f(x) = L$ y $\underset{x \to c^+}{\mathrm{Lim}} f(x) = L$

Rojas (2009). L es el límite de f(x) cuando x se aproxima al número c si y solo si existe los dos límites unilaterales y son iguales a L.

Villena (2009). Si f es una función con límite en c entonces se cumple que tanto por izquierda como por derecha f tiende a tomar el mismo valor.

Es decir: $\underset{x \to c}{\mathrm{Lim}} f(x) = L \equiv \underset{x \to c^-}{\mathrm{Lim}} f(x) = L \wedge \underset{x \to c^+}{\mathrm{Lim}} f(x) = L$.

Si se da que $\underset{x \to c^-}{\mathrm{Lim}} f(x) \neq \underset{x \to c^+}{\mathrm{Lim}} f(x)$ se dice que $\underset{x \to c}{\mathrm{Lim}} f(x)$ no existe.

Teoremas Sobre Límites.

Tanto Purcell (2007), Rojas y Villena (2009) coinciden en que demostrar la existencia y obtener los valores de los límites mediante la definición $\varepsilon - \delta$ consume tiempo y es difícil. Por esto son bienvenidos los teoremas. El siguiente teorema es el principal. Con él podemos manejar la mayoría de los problemas de límites con los que nos enfrentaremos durante buen tiempo.

Teorema Principal De Los Límites

Cuando $x \to c$

1. $\lim\limits_{x\to c} k = k$
2. $\lim\limits_{x\to c} x = c$
3. $\lim\limits_{x\to c} k.f(x) = k.\lim\limits_{x\to c} f(x)$
4. $\lim\limits_{x\to c} f(x) \pm g(x) = \lim\limits_{x\to c} f(x) \pm \lim\limits_{x\to c} g(x)$
5. $\lim\limits_{x\to c} f(x).g(x) = \left[\lim\limits_{x\to c} f(x)\right].\left[\lim\limits_{x\to c} g(x)\right]$
6. $\lim\limits_{x\to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to c} f(x)}{\lim\limits_{x\to c} g(x)}$ siempre que $\lim\limits_{x\to c} g(x) \neq 0$
7. $\lim\limits_{x\to c} f(x)^{\,n} = \left[\lim\limits_{x\to c} f(x)\right]^n$ $\mathbf{n} \in \mathbf{N}$ (natural)
8. $\lim\limits_{x\to c} f(x)^{\,1/n} = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{1/n}$ siempre que $\lim\limits_{x\to a} f(x) > 0$ cuando **n** es par
9. $\lim\limits_{x\to c} |f(x)| = \left|\lim\limits_{x\to c} f(x)\right|$

Cuando $x \to \infty$

1. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} k = k$
2. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^n = +\infty$; $n \in Z^+$ par
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$ $\wedge$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty$; $n \in Z^+$ impar
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$; $n \in Z^+$ par
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$ $\wedge$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[n]{x} = -\infty$; $n \in Z^+$ impar
6. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{k}{x^n} = 0$; $n \in Q^+$, $k \in R$ $\wedge$ $x^n \exists$ R

Teorema De Sustitución

Purcell (2007), Rojas y Villena (2009) coinciden y manifiestan: Si f es una función polinomial o una función racional, entonces $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$ con tal que f(c) esté definida. En el caso de una función racional, esto significa que el valor del dominador en c no sea cero.

Teorema De Igualdad

Purcell (2007). Si f(x)=g(x) para toda x en un intervalo abierto que contenga a c, excepto posiblemente en el mismo número c, y si existe $\lim\limits_{x \to c} g(x)$ entonces $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ existe y $\lim\limits_{x \to c} f(x) = \lim\limits_{x \to c} g(x)$

Teorema De Estricción, Del Apretón, Del Emparedado O Del Sandwich

Purcell (2007), Rojas y Villena (2009). Sean f, g y h funciones que satisfacen $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ para toda x cercana a c, excepto posiblemente en c. Si $\lim\limits_{x \to c} f(x) = \lim\limits_{x \to c} h(x) = L$ entonces $\lim\limits_{x \to c} g(x) = L$

Cálculo de Límites Algebraicos y Trascendentes.

Estimación numérica, aproximación o tabular.- Para analizar un límite de la forma $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ o $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ numéricamente

- Haga una tabla de valores de f(x) usando valores de x que se acerquen a c por izquierda y por derecha.
- Si el límite existe, los valores de f(x) se acercaran al límite a medida que x se acerca a c por ambos lados.
- Para tener una estimación más precisa del valor del límite, tomar valores de x lo más cercanos de c.
- Cuando $x \to \infty$, use valores positivos grandes.

- Si $x \to -\infty$, usar valores negativas de x cuyas magnitudes se vuelvan arbitrariamente grandes.

Estimación geométrica o gráfica.- Para analizar un límite de la forma $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ o $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ desde el punto de vista geométrico:

- Trazar la gráfica de f(x) "a mano" o con tecnología
- Estimar el límite cuando $x \to c^-$, para esto colocar la punta del lápiz o el cursor a la izquierda del punto x=c acercarse hacia el punto desde la izquierda. El valor que tiene la coordenada y si lo hay es el límite. $\lim\limits_{x \to c^-} f(x) = L$
- Estimar el límite cuando $x \to c^+$, esta vez comenzando en un punto a la derecha de x=c, acercarse a x=c desde la derecha. El valor al que tiende la coordenada y si lo hay es $\lim\limits_{x \to c^+} f(x) = L$
- Si existen los limites derecho e izquierdo y si tienen el mismo valor, entonces $\lim\limits_{x \to c} f(x) = L$
- Para estimar un límite cuando $x \to \infty$, se coloca la punta del lápiz o el cursor en un punto de la gráfica hacia el extremo derecho, se mueve la punta del lápiz hacia la derecha, leyendo la coordenada y al avanzar. El valor al que tiende la coordenada y si lo hay es el límite. $\lim\limits_{x \to +\infty^+} f(x) = L$
- Para $x \to -\infty$, se comienza hacia el extremo izquierdo y se mueve el lápiz a la izquierda

Sustitución

Limites cuando $x \to c$**.-** Para calcular un límite de la forma $\lim\limits_{x \to c} f(x)$ algebraicamente

1. Se comprueba si f es una función de forma cerrada (aquella que puede ser representada con una sola fórmula por uso de potencias de x, funciones exponenciales, funciones logarítmicas, funciones trigonométricas o combinadas.

- Si c está en el dominio de f, entonces $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$
- Si c no está en el dominio de f, pero se puede reducir por simplificación a una función que tenga c en su dominio, entonces $\lim\limits_{x \to c} f(x) = \lim\limits_{x \to c} g(x)$. En otros casos, al calcular límites, una vez aplicado el teorema de sustitución, se requerirá un trabajo adicional si se presentan resultados de la forma: $\frac{0}{0}; \frac{c}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0.\infty; \infty - \infty; 0^0; \infty^0; 1^\infty$
- Si c no está en el dominio de f, y no se puede simplificar la función, el cálculo de este límite se debe realizar a través del enfoque numérico.

2. Si *f* no es de forma cerrada, y *c* es un punto de cambio en la fórmula de *f*, se calcula el límite izquierdo y derecho por separado, y se comprueba si son iguales.

Limites cuando $x \to \pm\infty$ **.-** Para resolver límites al infinito en funciones algebraicas, determinar el grado de la expresión y sacar como factor común la variable en ese grado, y aplicar las propiedades. El límite calculado puede ser finito o infinito. Purcell (2007), Rojas (2009) y Villena (2009),

Límite de las Funciones Trascendentes

Las funciones que no son algebraicas se denominan funciones trascendentes. Tales Como: la función exponencial, la función logarítmica, las funciones trigonométricas y las funciones hiperbólicas.

Límite de las funciones Trigonométricas. Purcell (2007) y Villena (2009). La regla de sustitución es también aplicable a estas funciones, por tanto:

1. $\lim\limits_{x \to c} \operatorname{sen} x = \operatorname{sen}(c)$

2. $\lim\limits_{x \to c} \cos x = \cos(c)$

3. $\lim_{x\to c} \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(c)$

4. $\lim_{x\to c} \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg}(c)$

5. $\lim_{x\to c} \sec x = \sec(c)$

6. $\lim_{x\to c} \csc x = \csc(c)$

Límite de las funciones Logarítmicas.

Villena (2009).

1. $\lim_{x\to c} \ln f(x) = \ln\left[\lim_{x\to c} f(x)\right]$

Límite de las funciones Exponenciales.

Villena (2009).

1. $\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)} = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^{\lim_{x\to c} g(x)}$

Cálculo de límites en funciones trascendentes.

Gearhart (1990) En el cálculo de límites de funciones trascendentes, cuando se da operaciones no definidas como $0/0,\ \infty/\infty,\ 0.\infty,\ \infty-\infty,\ \infty^0,\ 0^0,\ 1^\infty$; para levantar o salvar la indeterminación tomar en cuenta el desarrollo de la serie de potencias de las funciones elementales. Entre las más utilizadas están:

$$\operatorname{sen}(x)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots\quad \forall x$$

$$\cos(x)=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots\quad \forall x$$

$$a^{x}=1+x\ln a+\frac{(x\ln a)^{2}}{2!}+\frac{(x\ln a)^{3}}{3!}+\ldots\quad ;\forall x$$

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^{2}}{2}+\frac{x^{3}}{3}-\frac{x^{4}}{4}\ldots\quad ;-1<x\leq 1$$

$$\ln x=2\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{3}+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{5}+\ldots\right]\quad ;x>0$$

Limites Especiales

Purcell (2007), y Villena (2009).

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{sen}\;\;x}{x}=1$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos\;\;x}{x}=0$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^{2}}=\frac{1}{2}$

4. $\lim\limits_{x\to \infty}\frac{\text{sen}\;\;x}{x}=0$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{tg}\;\;x}{x}=1$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{arcsen}\;\;x}{x}=1$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{arctg}\;\;x}{x}=1$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\;\;1+x}{x}=1$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{b^{x}-1}{x}=\ln(b)$

10. $\lim\limits_{x\to 0^{+}}\;1+x^{\;\frac{1}{x}}=e$

11. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$

Herramientas Informáticas Utilizadas En El Cálculo De Límites

Ricardo (2008). Manifiesta que se están viviendo una época maravillosa para la enseñanza y el aprendizaje. La disponibilidad y el coste relativamente bajo de las calculadoras, ordenadores y el software facilitan, más que nunca y en cualquier lugar, la introducción de la tecnología en la clase y en las mochilas y los hogares de los estudiantes. La conclusión de esta breve sección es que las calculadoras gráficas y los ordenadores son estupendos, pero también es necesario el conocimiento de la teoría matemática y de las técnicas de análisis. Intente siempre centrarse en la ciencia y en las matemáticas subyacentes que hay bajo los números y las gráficas. Internet puede ayudarnos a aprender mucho sin abandonar nuestra clase, biblioteca o casa, pero hemos de ser cautelosos y no creer todo lo que vemos. Utilicemos la tecnología sabiamente, recordando que sólo los seres humanos pueden pensar y emitir juicios... hasta ahora.

Pinto (2009). Uno de los aspectos requeridos en la formación de un profesional es el uso de las calculadoras y computadores, no se puede negar las ventajas que representan, no obstante, se corre el riesgo de pensar que no es necesario aprender los conceptos, es fundamental que los estudiantes aprendan, paralelamente con sus asignaturas, a utilizar la calculadora y herramientas de cómputo tales como Graphmatica, Winplot, Maple, Derive, Matlab, entre otras.

Ramírez (2004). La evolución que ha experimentado el software matemático, en los últimos años, nos ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemáticas, sin embargo, aún no se han desarrollado cambios significativos en la didáctica de las asignaturas que permitan hacer eficiente su utilización en la docencia y la investigación. El uso de las NTIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje no puede interpretarse como un medio tecnológico más, sino como un agente de profundos cambios.

2.5 Fundamentación Científica De La Variable Dependiente

Aprendizaje

Proceso mediante el cual el individuo adquiere conocimientos, conductas, habilidades y destrezas. Veliz. (2008)

Proceso que ocurre cuando una persona analiza críticamente alguna actividad en la que ha tomado parte, obteniendo de éste análisis, elementos que le permiten mejorar su desempeño futuro en la misma o en otras tareas. Estrada (2009)

Es una estructuración de la mente del individuo a través de la apropiación de la ciencia que ya existe fuera de él. Carriazo (2009)

Categorías De Aprendizaje

- ***Aprendizaje repetitivo***

Mena (2009), citando a Ausubel. Se produce cuando lo aprendido no se relaciona con los conceptos previos que dispone el estudiante, y si se lo hace, es de una manera mecánica y, por lo tanto, poco duradera.

Producido cuando se memorizan los contenidos sin comprenderlos ni relacionarlos con conocimientos previos. Recuperado: 15/06/2012.
http://definicion.de/aprendizaje/

Se produce cuando el estudiante memoriza contenidos sin comprenderlos o relacionarlos con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos, surge cuando la tarea del aprendizaje consta de asociaciones puramente arbitrarias o cuando el sujeto lo hace arbitrariamente. Supone una memorización de datos, hechos o conceptos con escasa o nula interrelación entre ellos, se produce cuando el estudiante memoriza contenidos sin comprenderlos o

relacionarlos con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos. Recuperado 15/06/2012
http://medodalysco.blogspot.com/2008/09/el-aprendizaje-sus-tipos.html

- ***Aprendizaje significativo***

Mena (2009), citando a Ausubel. Se da cuando los nuevos contenidos se vinculan de una manera clara y estable con los conocimientos previos que dispone el individuo. Los aprendizajes significativos amplían la capacidad para aprender nuevos contenidos.

Cuando el sujeto relaciona sus conocimientos previos con los nuevos y los dota de coherencia respecto a su estructura cognitiva. Recuperado: 15/06/2012.
http://de finicion.de/aprendizaje/

Está referido a utilizar los conocimientos previos del estudiante para construir un nuevo aprendizaje. El ser humano tiene la disposición de aprender -de verdad- sólo aquello a lo que le encuentra sentido o lógica. Tiende a rechazar aquello a lo que no le encuentra sentido. Cualquier otro aprendizaje será puramente mecánico, memorístico, coyuntural: aprendizaje para aprobar un examen, para ganar la asignatura, etc. El aprendizaje significativo es un aprendizaje relacional. El sentido lo da la relación del nuevo conocimiento con: conocimientos anteriores, con situaciones cotidianas, con la propia experiencia o con situaciones reales. Fuerzas Armadas (2011)

Tipos de aprendizaje significativo

- ***Aprendizaje de representaciones***

Carriazo (2009), citando a Ausubel. Es el aprendizaje significativo básico, consiste en la adquisición de símbolos (palabras) y sus significados, es decir lo que representan las nuevas palabras

Citando a Ausubel. Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos. Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. Recuperado: 15/06/2012.
http://unaprendizajesignificativo.blogspot.com/

- ***Aprendizaje de conceptos***

Para aprenderlo es necesario comprender y saber cuáles son los atributos de ese concepto (conocimiento previo). Para que pueda haber relación de ideas con los conocimientos nuevos. Carriazo (2009), citando a Ausubel.

Citando a Ausubel. Los conceptos se definen como: objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo, partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Recuperado: 15/06/2012.
http://unaprendizajesignificativo.blogspot.com/

- ***Aprendizaje de proposiciones***

Denominado adquisición de proposiciones, estas son ideas expresadas en frases. La combinación de palabras para formar oraciones, es mucho más que su suma. Carriazo (2009), citando a Ausubel

Citando a Ausubel. El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan dé tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Recuperado: 15/06/2012.
http://unaprendizajesignificativo.blogspot.com/

Condición para que se produzca aprendizaje significativo

Mena (2009), citando a De Zubiría. Considera tres condiciones básicas para que se produzca aprendizaje significativo. El contenido debe ser potencialmente significativo. El estudiante debe poseer en su estructura cognitiva los conceptos utilizados, previamente formados, de manera que el nuevo conocimiento pueda vincularse con el anterior, en caso contrario, no podrá realizarse la asimilación. Los alumnos deben ser motivados para aprender

Según Carriazo (2009) para que se produzca aprendizaje significativo, debe haber dos condiciones importantes: Material potencialmente significativo y actitud de aprendizaje significativo

Guanoluiza (2012), haciendo referencia a Ausubel, indica que se requieren tres condiciones básicas para que se produzca aprendizaje significativo:

- Significado lógica del material: el material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.
- Significado psicológico del material: que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidará todo en poco tiempo.
- Actitud favorable del alumno: ya que el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

Ventajas Del Aprendizaje Significativo

El aprendizaje significativo presenta tres grandes ventajas: el conocimiento se recuerda más tiempo, aumenta la capacidad de aprender nuevos materiales relacionados y facilita el reaprendizaje (volver aprender lo olvidado). Guanoluiza (2012)

Catalano (2004), considera las siguientes ventajas:

- Es funcional, porque puede ser empleado en otros contextos.
- El nuevo contenido puede ser asimilado por los estudiantes, porque se encuentra a su alcance y a su nivel.
- Genera una disposición para la reflexión, la interrogación, la problematización.

Carriazo (2009), considera las siguientes ventajas:

- La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo. Produce una retención más duradera de la información.
- Facilita el adquirir nuevos conocimientos, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.
- Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

2.6 Hipótesis

Los contenidos de los límites de las funciones trascendentes inciden probablemente en la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga.

2.7 Señalamiento De Variables De La Hipótesis

2.7.1 Variable independiente

CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES

2.7.2 Variable dependiente

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Enfoque

La investigación tuvo un enfoque cuali-cuantitativo, cualitativo ya que estuvo orientada al planteamiento de la hipótesis y cuantitativo porque permitió comprobar la hipótesis.

3.2 Tipo De Investigación

La Investigación que se realizó fue de campo, pues el estudio se realizó directamente con los sujetos que proporcionan la información y en el mismo lugar en el que sucede el fenómeno y se apoyó de la fundamentación científica en fuentes bibliográficas, documentales y el internet; tornándose en una investigación no experimental

3.3 Nivel De Investigación

Se inició con una investigación exploratoria sobre los límites de las funciones trascendentes y su aprendizaje significativo, y por la importancia que esta exterioriza la investigación se ubica en el nivel descriptivo mismo que permitió analizar los diferentes métodos para calcular los límites de las funciones trascendentes en la búsqueda de un aprendizaje significativo en los estudiantes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico.

3.4 Población

La presente investigación se realizó con toda la población, objeto del estudio, es decir con los estudiantes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del ITSA y con sus docentes de Cálculo Diferencial.

3.4.1 Población o Universo

La población o universo de estudio para la investigación estuvo constituido por un numérico de 47 estudiantes y 2 docentes de la asignatura de Cálculo I, del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico.

3.4.2 Muestra

En razón de que el universo de estudio es ≤100 individuos no hizo falta calcular el tamaño de la muestra.

3.5 Operacionalización De Las Variables

CUADRO 1. Variable Independiente: **LOS CONTENIDOS DE LOS LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES.**

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADOR	ITEM	TÉCNICA O INSTRUMENTO
Son saberes cuya apropiación por los estudiantes es sustancial para su formación profesional.	• Saberes • Apropiación • Formación	• Cognoscitivos Saber conocer • Procedimentales Saber Hacer • Actitudinales. Saber Ser • Asimilación Traslación • Aprendizajes	¿Los conceptos, son suficientes para que Usted pueda reconocer cuando tiene que calcular el límite de una función trascendente? ¿Cuántas formas indeterminadas puede encontrar al resolver los límites de las funciones trascendentes? ¿Cree Usted qué se debe tener varias opciones para poder levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes? ¿Para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, de cuántas formas lo puede hacer? ¿Le sería interesante el conocer otras alternativas para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes? ¿Cree Usted qué el resolver óptimamente los límites de las funciones trascendentes le ayudará a crecer como persona? ¿El conocer diferentes métodos para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirá hacer suyo el conocimiento? ¿Sus libros de texto, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes? ¿Recurre a la resolución de tareas o problemas de su contexto, y vincula las diferentes áreas del conocimiento.	Encuesta Cuestionario

Elaborado por: Investigador

CUADRO 2. Variable Dependiente: **APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.**

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADOR	ITEM	TÉCNICA O INSTRUMENTO
Se produce cuando el sujeto relaciona sus conocimientos previos con los nuevos y los dota de coherencia respecto a su estructura cognitiva. .	• Conocimiento Previo	• Información almacenada	¿El tener algún conocimiento sobre la resolución de los límites de las funciones trascendentes le permitirá asimilar los nuevos contenidos de una manera más rápida? ¿Le gustaría que se intente superar la enseñanza tradicional, así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza aprendizaje?	Encuesta Cuestionario
	• Estructura Cognitiva	• Conceptos	¿Cree usted que los conceptos previos le impiden asimilar de una mejor manera los nuevos contenidos en la enseñanza de la resolución de los límites de las funciones trascendentes?	
		• Proposiciones Ideas	¿Desearía que se cambie la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes?	

Elaborado por: Investigador

3.6 *Plan De Recolección, Procesamiento Y Análisis De La Información*

CUADRO 3. Plan De Recolección De La Información

PREGUNTAS BÁSICAS	EXPLICACIÓN
1. ¿Para qué?	Buscando conseguir los objetivos propuestos en la investigación.
2. ¿A quiénes está dirigida?	Docentes, y discentes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del ITSA.
3. ¿Qué aspectos se tomó en cuenta?	Categorías del cuadro de operacionalización de variables
4. ¿Quién realizará? ¿Quiénes?	El investigador
5. ¿Cuándo?	Ciclo académico Marzo/Agosto del 2012
6. ¿Dónde?	Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico
7. ¿Cuántas veces?	Una vez
8. ¿Qué técnica de recolección se utilizará?	Encuestas a docentes y discentes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del ITSA.
9. ¿Con qué instrumento?	Cuestionario estructurado, en base al problema a investigar.
10. ¿En qué escenario?	En el proceso de interaprendizaje

Elaborado por: Investigador

Para procesar y analizar la información de las encuestas se procedió de la siguiente manera:

1. Recolección de la información.
2. Tabulación tomando en cuenta las variables de investigación.
3. Presentación de los resultados en estadígrafos.
4. Análisis e interpretación de los datos recolectados.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Este capítulo está asignado para la realización del análisis e interpretación de los resultados arrojados en las encuestas aplicadas a los discentes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica y docentes del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico, para poder recopilar información que permita dar solución al problema planteado.

Para la interpretación y análisis de los resultados, se presenta una página por pregunta, la cual contiene como primer punto la interrogante formulada en el instrumento de recolección de datos, luego la tabulación de las respuestas obtenidas tomando en cuenta la alternativa, frecuencia y porcentaje, seguido de la gráfica en pastel de la alternativa vs. el porcentaje; lo que permite describir y correlacionar el objeto con la parte teórica de la investigación y la consiguiente interpretación de datos mismos que facilitan una mejor visualización del problema en estudio.

El trabajo descrito se realizó para la:

- Encuesta a estudiantes, y
- La encuesta a docentes.

4.1 Encuesta a Estudiantes

Pregunta 1. ¿Los conceptos, son suficientes para que Usted pueda reconocer cuando tiene que calcular el límite de una función trascendente?

CUADRO 4. Conceptos para el cálculo de los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	9	19,15
CASI SIEMPRE	23	48,94
A VECES	11	23,40
RARA VEZ	3	6,38
NUNCA	1	2,13
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

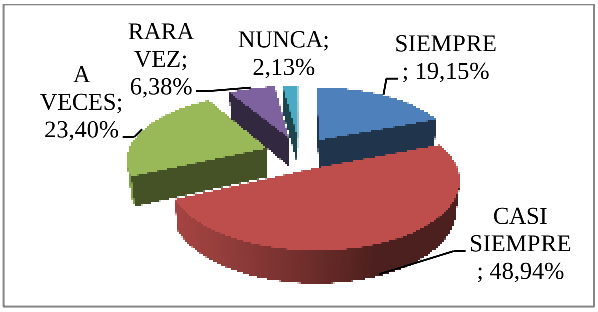


Gráfico 5. Porcentaje de Conceptos para el cálculo de los límites de las funciones trascendentes

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Se puede afirmar que el 68,09% manifiestan que siempre y casi siempre utilizan los conceptos para poder reconocer cuando tienen que calcular los límites de las funciones trascendentes; hacen hincapié en el SABER (conocimiento) como instrumento para poder empezar en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes.

Pregunta 2. ¿Cree Usted qué se debe tener varias opciones para poder levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 5. Opciones para levantar las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	22	46,81
CASI SIEMPRE	15	31,91
A VECES	9	19,15
RARA VEZ	1	2,13
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

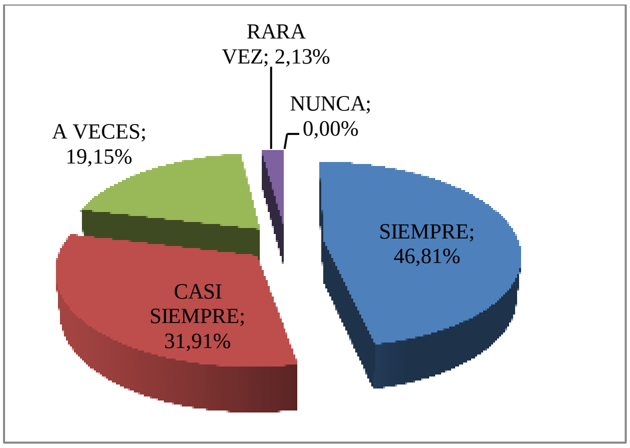


Gráfico 6. Porcentaje de Opciones para levantar las formas indeterminadas
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Se observa que entre siempre y casi siempre se tiene el 78,72%, por los que los estudiantes tienen claro que para resolver un ejercicio cualquiera se debe tener varias alternativas de solución. Se debe SABER HACER (procedimiento).

Pregunta 3. ¿Le sería interesante el conocer otras alternativas para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 6. Otras alternativas para levantar las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	44	93,62
CASI SIEMPRE	1	2,13
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	2	4,26
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

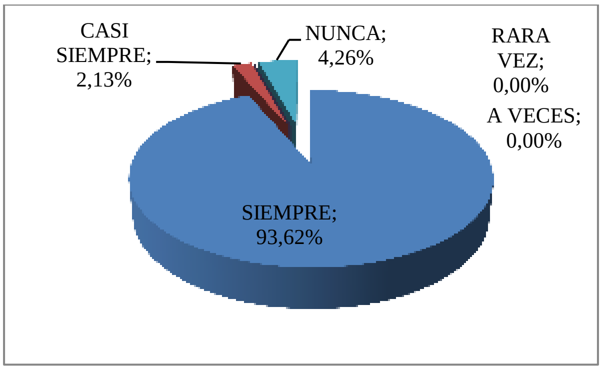


Gráfico 7. Porcentaje de Otras alternativas para levantar las formas indeterminadas

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

El 93,62% manifiesta que es necesario contar con otras alternativas de solución para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes. Se debe SABER (conocimiento) y SABER HACER (procedimiento).

Pregunta 4. ¿Cree Usted qué el resolver óptimamente los límites de las funciones trascendentes le ayudará a crecer como persona?

CUADRO 7. Desarrollo personal y los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	39	82,98
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	1	2,13
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	7	14,89
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

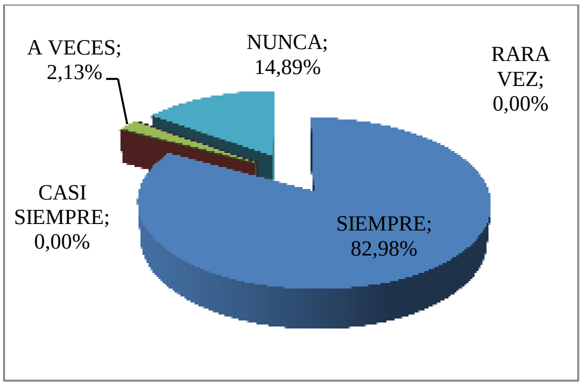


Gráfico 8. Porcentaje de desarrollo personal y los límites de las funciones trascendentes

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

El 82,98% de los estudiantes encuestados exteriorizan su sentir hacia la matemática misma al indicar que esta le ayuda a desarrollarse como persona, SABER SER (valores), vía aplicación y reconstrucción del saber científico es decir a través de los contenidos y procedimientos.

Pregunta 5. ¿El conocer diferentes métodos para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirá hacer suyo el conocimiento?

CUADRO 8. Aprehensión del conocimiento.

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	15	31,91
CASI SIEMPRE	27	57,45
A VECES	3	6,38
RARA VEZ	1	2,13
NUNCA	1	2,13
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

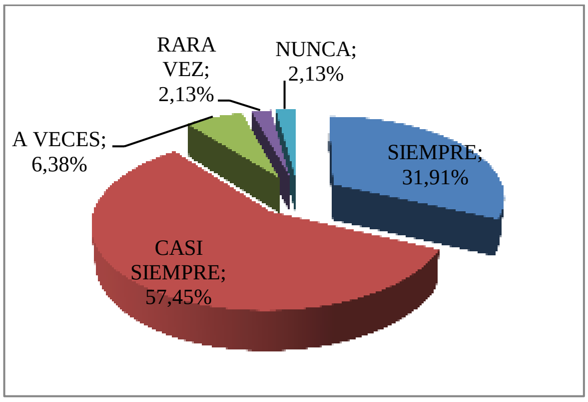


Gráfico 9. Porcentaje de Aprehensión del conocimiento
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

El 89,36% de los estudiantes encuestados entre siempre y casi siempre están de acuerdo en que conociendo varios métodos de solución le permiten hacer suyo el conocimiento de una manera más rápida. Es decir que en el proceso de interaprendizaje se dio la apropiación del conocimiento.

Pregunta 6. ¿El tener algún conocimiento sobre la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirá asimilar los nuevos contenidos de una manera más rápida?

CUADRO 9. Asimilación de conocimientos.

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	18	38,30
CASI SIEMPRE	21	46,68
A VECES	7	14,89
RARA VEZ	1	2,13
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

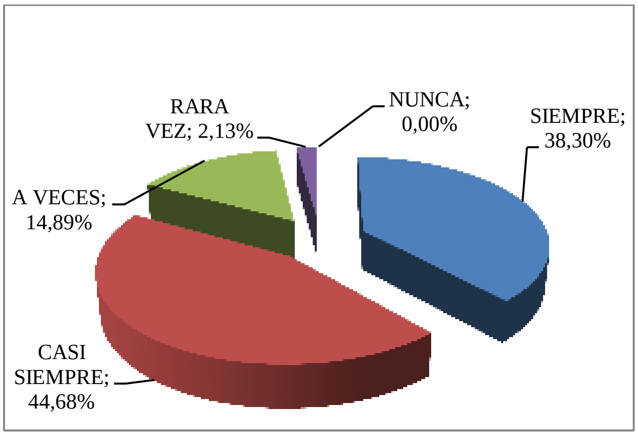


Gráfico 10. Porcentaje de Asimilación de conocimientos
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los estudiantes manifiestan que siempre y casi siempre en un 84,98%, teniendo conocimiento previo pueden asimilar de una manera más rápida el nuevo conocimiento, es decir que el conocimiento cuando es significativo hace que el nuevo proceso de aprendizaje sea también significativo.

Pregunta 7. ¿Le gustaría que se intente superar la enseñanza tradicional, así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza aprendizaje?

CUADRO 10. Superación de la enseñanza tradicional

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	19	40,43
CASI SIEMPRE	15	31,91
A VECES	11	23,40
RARA VEZ	1	2,13
NUNCA	1	2,13
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

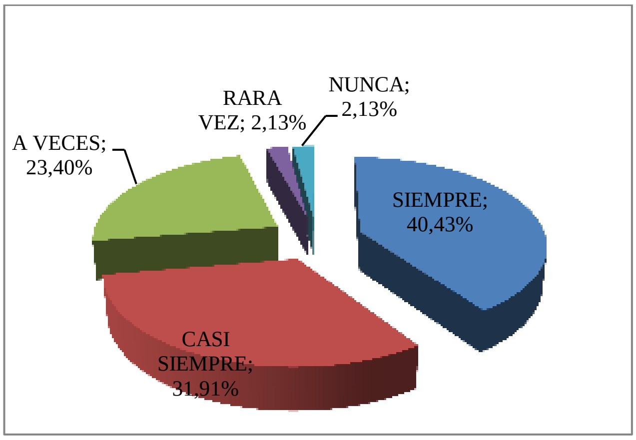


Gráfico 11. Porcentaje de Superación de la enseñanza tradicional.
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Manifiestan que siempre y casi siempre en un 72,34%, en mejorar la enseñanza tradicional y el exceso de actividad, a través de una nueva manera de impartir el conocimiento de la matemática misma. Se tiene que buscar nuevos mecanismos y herramientas de enseñanza.

Pregunta 8. ¿Cree usted que los conceptos previos le impiden asimilar de una mejor manera los nuevos contenidos en la enseñanza de la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 11. Conceptos previos

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	8	17,02
CASI SIEMPRE	18	38,30
A VECES	13	27,66
RARA VEZ	7	14,89
NUNCA	1	2,13
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

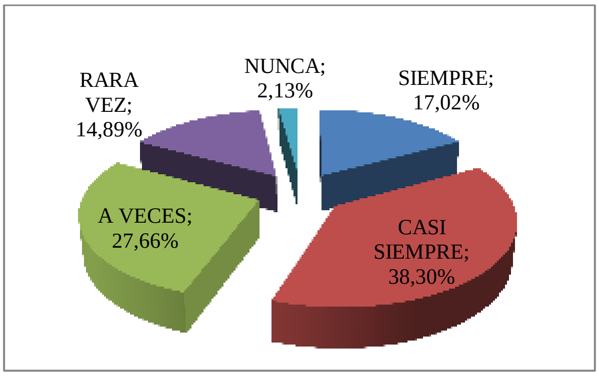


Gráfico 12. Porcentaje de conceptos previos
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

55,32% de los estudiantes encuestados Manifiestan que siempre y casi siempre, los conceptos previos le impiden asimilar de una mejor manera el nuevo conocimiento. Es decir que no se está hablando el mismo lenguaje matemático en la educación media y superior.

Pregunta 9. ¿Desearía que se cambie la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 12. Cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	8	17,02
CASI SIEMPRE	13	27,66
A VECES	15	31,91
RARA VEZ	6	12,77
NUNCA	5	10,64
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

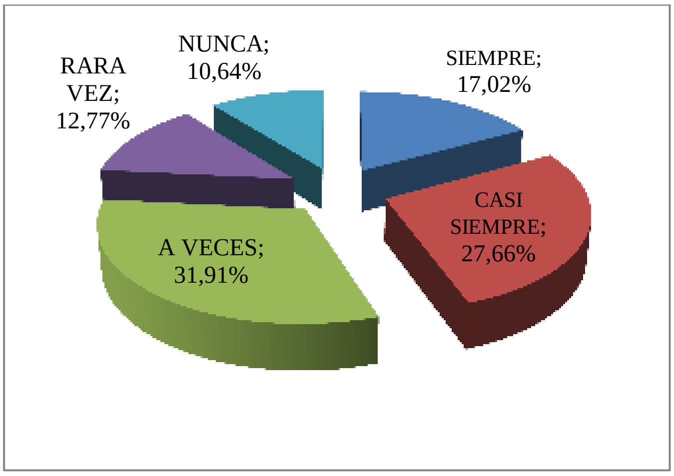


Gráfico 13. Porcentaje de cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

44,68% de los estudiantes encuestados manifiestan que siempre y casi siempre se debe cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes. Es hora de que los docentes asumamos los retos que nos está imponiendo la nueva era tecnológica.

Pregunta 10. ¿El aprendizaje que recibe por su profesor es significativo?

CUADRO 13. Aprendizaje recibido significativo

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	25	51,06
CASI SIEMPRE	8	38,30
A VECES	3	6,38
RARA VEZ	1	2,13
NUNCA	1	2,13
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

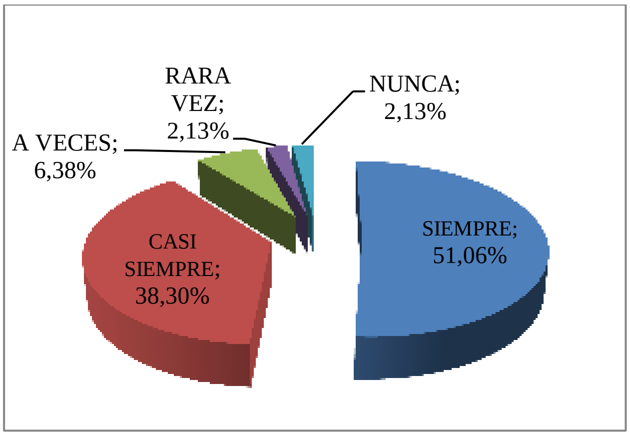


Gráfico 14. Porcentaje de Aprendizaje recibido significativo
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

89,36% de los estudiantes encuestados manifiestan entre siempre y casi siempre que el conocimiento recibido, es significativo, es decir que el estudiante relaciona lo aprendido con lo nuevo, existe el proceso de retroalimentación.

Pregunta 11. ¿Los libros de consulta, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 14. Libros de consulta y las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
SIEMPRE	37	78,72
CASI SIEMPRE	1	2,13
A VECES	2	4,26
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	7	14,89
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

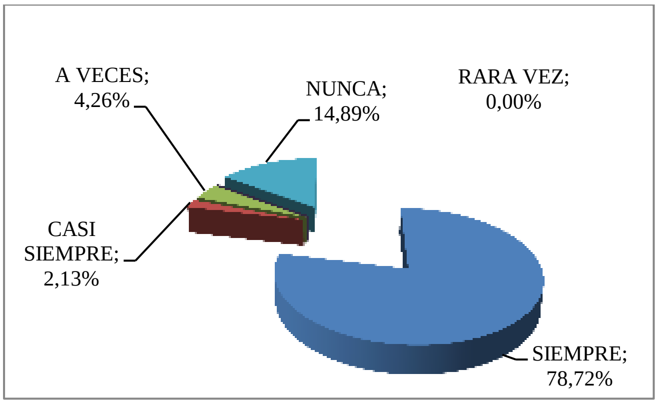


Gráfico 15. Porcentaje de Libros de consulta y las formas indeterminadas
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

80,85% de los estudiantes encuestados manifiestan que siempre y casi siempre los libros de consulta, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes, es por eso que se hace necesario tener un solo texto que tenga la mayoría y que mejor todos los artificios para levantar indeterminaciones, y que le permitan hacer suyo el conocimiento.

Pregunta 12. ¿El tener un texto guía, en el cual se resuelvan paso a paso y se tome en cuenta todos los artificios para levantar las formas indeterminadas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes le ayudaría para que su aprendizaje sea significativo?

CUADRO 15. Texto guía y las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	43	91,49
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	4	8,51
TOTAL	**47**	**100**

Fuente: Encuesta estudiantes

Elaborado por: Investigador

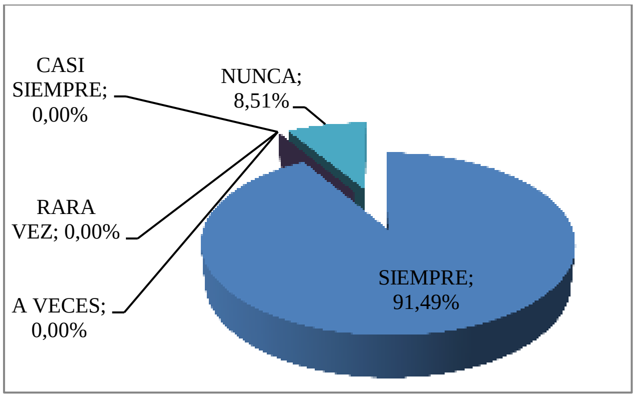


Gráfico 16. Porcentaje de texto guía y las formas indeterminadas
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

El 91,49% de los estudiantes encuestados manifiestan que siempre hace falta el tener un texto guía que tenga una compilación en la cual se resuelvan los ejercicios paso a paso.

4.2 Encuesta a Docentes

Pregunta 1. ¿Los conceptos que usted da a conocer a sus estudiantes, son suficientes para que el mismo pueda reconocer cuando tiene que calcular el límite de una función trascendente?

CUADRO 16. Conceptos para el cálculo de los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

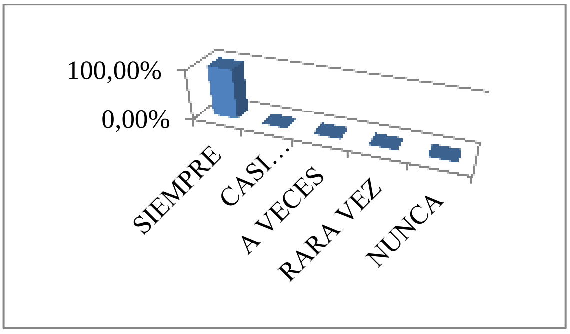


Gráfico 17. Porcentaje de Conceptos para el cálculo de los límites de las funciones trascendentes

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Se observa que los docentes manifiestan que los conceptos son fundamentales para poder reconocer cuando los estudiantes tienen que calcular los límites de las funciones trascendentes; por lo que se puede afirmar que el SABER (conocimiento) es el instrumento para poder empezar en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes.

Pregunta 2. ¿Cree Usted qué sus estudiantes deban tener varias opciones para poder levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 17. Opciones para levantar las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	10,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

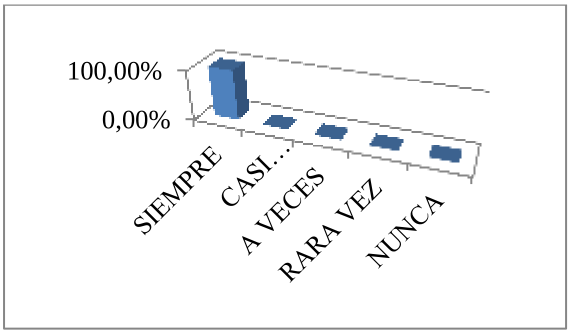


Gráfico 18. Porcentaje de Opciones para levantar las formas indeterminadas
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Se observa que los docentes encuestados tienen claro que para resolver un ejercicio cualquiera se debe tener varias alternativas de solución. Se debe conjugar el: SABER (conocimiento) y SABER HACER (procedimiento) y el SABER SER (valores).

Pregunta 3. ¿Le sería interesante el conocer otras alternativas para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 18. Otras alternativas para levantar las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE %
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

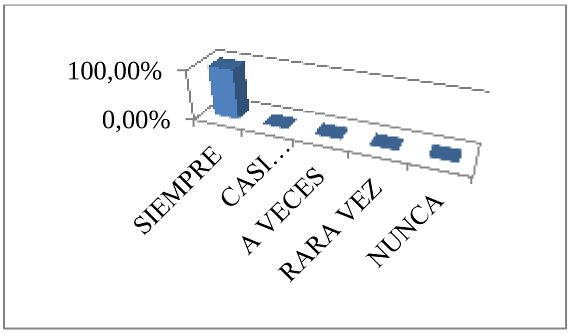


Gráfico 19. Porcentaje de Otras alternativas para levantar las formas indeterminadas

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes manifiestan que es necesario contar con otras alternativas de solución para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes. Se debe SABER (conocimiento) y SABER HACER (procedimiento).

Pregunta 4. ¿Cree Usted qué el enseñar a resolver óptimamente los límites de las funciones trascendentes ayudará a que el estudiante crezca como persona?

CUADRO 19. Desarrollo personal y los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**0**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

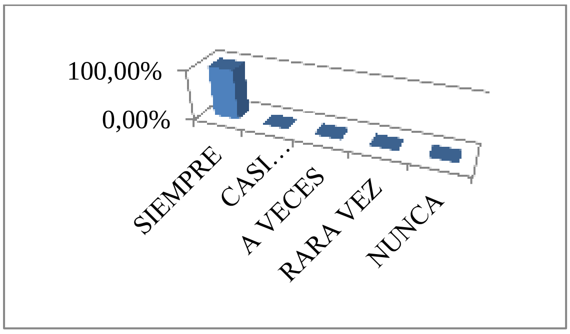


Gráfico 20. Porcentaje de desarrollo personal y los límites de las funciones trascendentes

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados exteriorizan su sentir hacia la matemática misma, al indicar que esta le ayuda al estudiante a desarrollarse como persona, SABER SER (valores), vía aplicación y reconstrucción del saber científico es decir a través de los contenidos y procedimientos.

Pregunta 5. ¿El dar a conocer diferentes métodos para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirán al estudiante hacer suyo el conocimiento?

CUADRO 20. Aprehensión del conocimiento

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

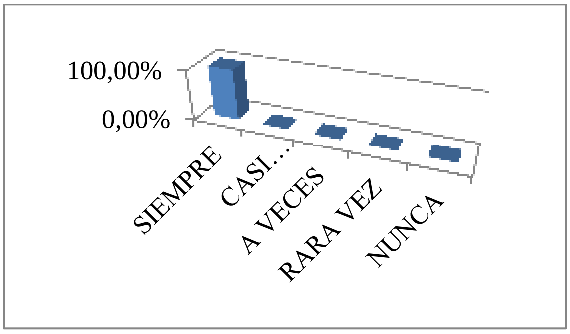


Gráfico 21. Porcentaje de Aprehensión del conocimiento
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados están de acuerdo en que conociendo varios métodos de solución le permitirá al estudiante hacer suyo el conocimiento de una manera más rápida. Es decir que en el proceso de interaprendizaje se dio la apropiación del conocimiento.

Pregunta 6. ¿El qué el estudiante tenga algún conocimiento sobre la resolución de los límites de las funciones trascendentes le permitirá asimilar los nuevos contenidos de una manera más rápida?

CUADRO 21. Asimilación de conocimientos

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

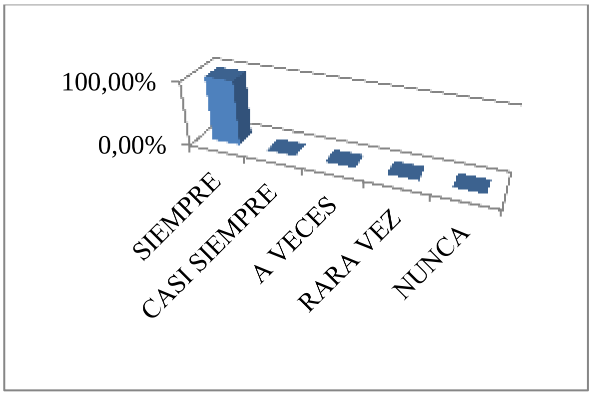


Gráfico 22. Porcentaje de Asimilación de conocimientos
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes manifiestan que teniendo los estudiantes, conocimiento previo pueden asimilar de una manera más rápida el nuevo conocimiento, es decir que el conocimiento cuando es significativo hace que el nuevo proceso de aprendizaje sea también significativo.

Pregunta 7. ¿Le gustaría que se intente superar la enseñanza tradicional, así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza aprendizaje?

CUADRO 22. Superación de la enseñanza tradicional

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

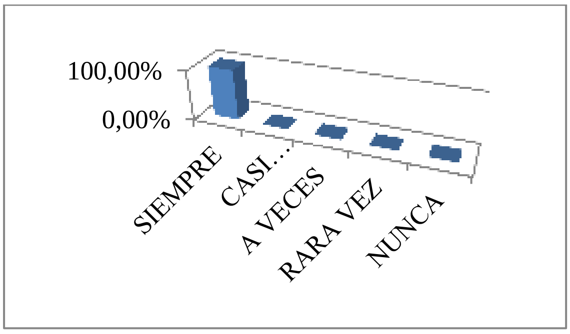


Gráfico 23. Porcentaje de Superación de la enseñanza tradicional.
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Manifiestan los docentes que es imperativo el mejorar la enseñanza tradicional y el exceso de actividad, a través de una nueva manera de impartir el conocimiento de la matemática misma. Se tiene que buscar nuevos mecanismos y herramientas de enseñanza.

Pregunta 8. ¿Cree usted que los conceptos previos que tiene el estudiante le impiden asimilar de una mejor manera los nuevos contenidos en la enseñanza de la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 23. Conceptos previos

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	0	0,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	2	100,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

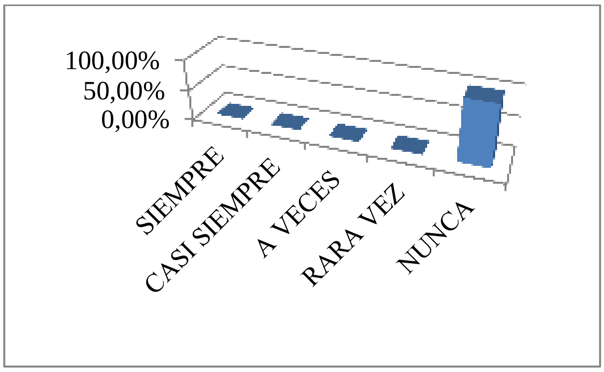


Gráfico 24. Porcentaje de conceptos previos.
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados manifiestan que los conceptos previos no le deberían impedir al estudiante el asimilar de una mejor manera el nuevo conocimiento. Más bien éste es un proceso cíclico que debería servir como retroalimentación del proceso de interaprendizaje donde el conocimiento previo es la base para el nuevo conocimiento.

Pregunta 9. ¿Desearía que se cambie la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 24. Cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

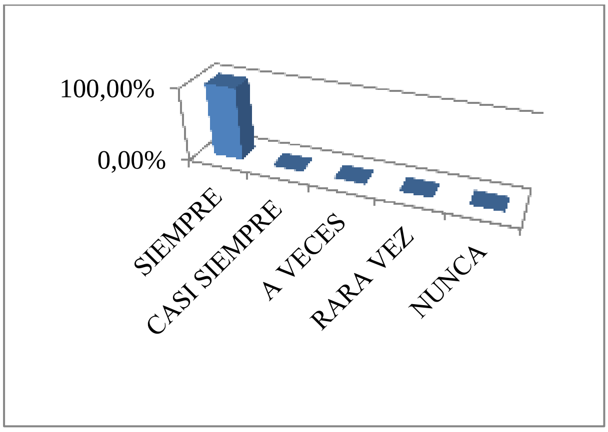


Gráfico 25. Porcentaje de cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes.

Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados manifiestan que se debe cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes. Es hora de que los docentes asumamos los retos que nos está imponiendo la nueva era tecnológica.

Pregunta 10. ¿La enseñanza que imparte está encaminada para que el aprendizaje sea significativo

CUADRO 25. Aprendizaje recibido significativo

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

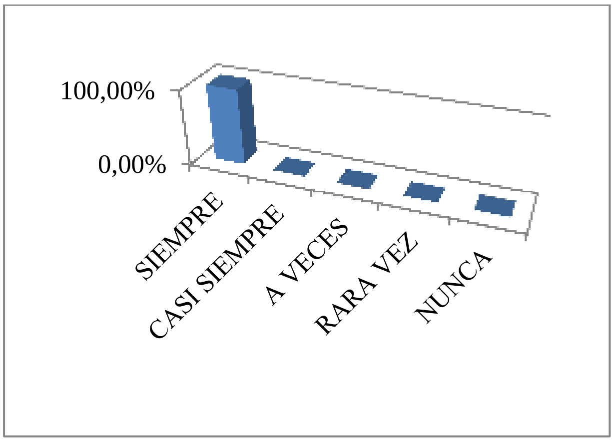


Gráfico 26. Porcentaje de Aprendizaje recibido significativo.
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados manifiestan que el conocimiento impartido se lo realiza de tal manera que resulte significativo, es decir que el estudiante pueda relacionar lo aprendido con el nuevo conocimiento.

Pregunta 11. ¿Los libros de consulta, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes?

CUADRO 26. Libros de consulta y las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	0	0,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	2	100,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

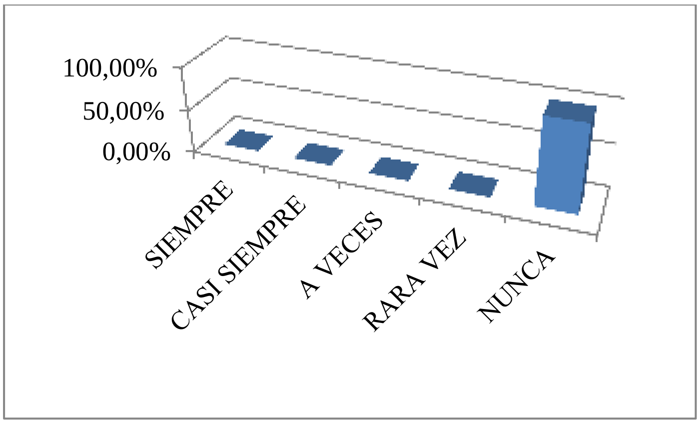


Gráfico 27. Porcentaje de Libros de consulta y las formas indeterminadas.
Elaborado: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados manifiestan que los libros de consulta no presentan todas las formas para levantar las indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes, es por eso que se hace necesario tener un solo texto que tenga la mayoría y que mejor todos los artificios para levantar indeterminaciones, como un instrumento que le permita al estudiante hacer suyo el conocimiento.

Pregunta 12. ¿El tener un texto guía, en el cual se resuelvan paso a paso y se tome en cuenta todos los artificios para levantar las formas indeterminadas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes le ayudaría en el proceso de interaprendizaje para que éste sea significativo?

CUADRO 27. Texto guía y las formas indeterminadas

ALTERNATIVAS	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE %**
SIEMPRE	2	100,00
CASI SIEMPRE	0	0,00
A VECES	0	0,00
RARA VEZ	0	0,00
NUNCA	0	0,00
TOTAL	**2**	**100**

Fuente: Encuesta docentes

Elaborado por: Investigador

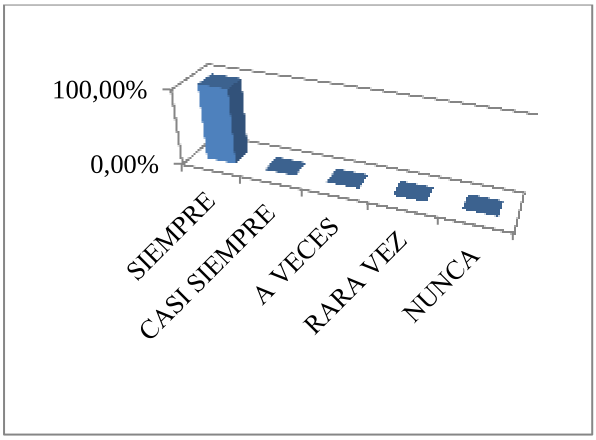


Gráfico 28. Porcentaje de texto guía y las formas indeterminadas.
Elaborado por: Investigador

Análisis e Interpretación

Los docentes encuestados manifiestan que hace falta el tener un texto guía que tenga una compilación en la cual se resuelvan los ejercicios paso a paso.

4.3 Verificación De La Hipótesis

Hipótesis Estadísticas

H_0: O=E → O-E=0. Los contenidos de los límites de las funciones trascendentes NO inciden en la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga. (O= Observadas, E= Esperadas)

H_1: O>E → O-E>0. Los contenidos de los límites de las funciones trascendentes inciden en la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga.

Estimador Estadístico

Se dispone de información obtenida mediante encuestas realizadas a 47 estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica y 2 docentes del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga (n=49), para la verificación de hipótesis se aplicó la prueba conocida como Chi-cuadrado (X^2) que permite determinar si el conjunto de frecuencias observadas (O) se ajustan a un conjunto de frecuencias esperadas o teóricas (E), mediante la siguiente fórmula.

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right)$$

i…k= número de celda de la tabla de contingencia (TABLA 3)

Nivel de significancia (Nivel de riesgo): α= 0,05 (5%)

Nivel de confianza: 0,95 (95%)

Regla de decisión: Se acepta la hipótesis nula H_0 si:

El valor de X^2 calculado es $\leq$ a $X^2_{1-\alpha;(f-1)(c-1)}$ tabulado, caso contrario se rechaza y se acepta la hipótesis alterna H_1.

Grados de libertad= (columnas-1)(filas-1) de la tabla de contingencia

Gl= (F-1)(C-1)

Gl= (12-1)(5-1)

Gl= (11)(4)

Gl= 44

$\mathbf{X^2_{1-\alpha;(f-1)(c-1)}}$ **tabulado**: se obtiene ingresando en la tabla de chi-cuadrado con: 1-α=0.95 y Gl =44.

Entonces: $X^2_{0.95;44} = 60{,}48$ (tabulado)

TABLA 1. FRECUENCIAS OBSERVADAS (O)

	ALTERNATIVAS					TOTAL
	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	A VECES	RARA VEZ	NUNCA	
PREGUNTA 1	11	23	11	3	1	**49**
PREGUNTA 2	24	15	9	1	0	**49**
PREGUNTA 3	46	1	0	0	2	**49**
PREGUNTA 4	41	0	1	0	7	**49**
PREGUNTA 5	17	27	3	1	1	**49**
PREGUNTA 6	20	21	7	1	0	**49**
PREGUNTA 7	21	15	11	1	1	**49**
PREGUNTA 8	8	18	13	7	3	**49**
PREGUNTA 9	10	13	15	6	5	**49**
PREGUNTA 10	26	18	3	1	1	**49**
PREGUNTA 11	37	1	2	0	9	**49**
PREGUNTA 12	45	0	0	0	4	**49**
TOTAL	**306**	**152**	**75**	**21**	**34**	**N=588**

Fuente: Encuesta

Elaborado por: Investigador

TABLA 2. FRECUENCIAS ESPERADAS (E)

$$E_{i,j} = \frac{(\text{Total fila } O_i)(\text{Total columna } O_j)}{N}$$

	ALTERNATIVAS					TOTAL
	SIEMPRE	**CASI SIEMPRE**	**A VECES**	**RARA VEZ**	**NUNCA**	
PREGUNTA 1	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 2	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 3	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 4	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 5	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 6	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 7	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 8	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 9	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 10	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 11	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
PREGUNTA 12	25,5	12,7	6,3	1,8	2,8	**49,0**
	306	**152**	**75**	**21**	**34**	**N=588,0**

Fuente: Encuesta

Elaborado por: Investigador

TABLA 3. CÁLCULO DE CHI-CUADRADO $X^2 = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right)$

			O	E	$(O - E)^2$	$\frac{(O - E)^2}{E}$
	SIEMPRE	11	25,50	-14,50	210,25	8,25
	CASI SIEMPRE	23	12,67	10,33	106,78	8,43
PREGUNTA 1	A VECES	11	6,25	4,75	22,56	3,61
	RARA VEZ	3	1,75	1,25	1,56	0,89
	NUNCA	1	2,83	-1,83	3,36	1,19
	SIEMPRE	24	25,50	-1,50	2,25	0,09
	CASI SIEMPRE	15	12,67	2,33	5,44	0,43
PREGUNTA 2	A VECES	9	6,25	2,75	7,56	1,21
	RARA VEZ	1	1,75	-0,75	0,56	0,32
	NUNCA	0	2,83	-2,83	8,03	2,83
	SIEMPRE	46	25,50	20,50	420,25	16,48
	CASI SIEMPRE	1	12,67	-11,67	136,11	10,75
PREGUNTA 3	A VECES	0	6,25	-6,25	39,06	6,25
	RARA VEZ	0	1,75	-1,75	3,06	1,75
	NUNCA	2	2,83	-0,83	0,69	0,25
	SIEMPRE	41	25,50	15,50	240,25	9,42
	CASI SIEMPRE	0	12,67	-12,67	160,44	12,67
PREGUNTA 4	A VECES	1	6,25	-5,25	27,56	4,41
	RARA VEZ	0	1,75	-1,75	3,06	1,75
	NUNCA	7	2,83	4,17	17,36	6,13
	SIEMPRE	17	25,50	-8,50	72,25	2,83
	CASI SIEMPRE	27	12,67	14,33	205,44	16,22
PREGUNTA 5	A VECES	3	6,25	-3,25	10,56	1,69
	RARA VEZ	1	1,75	-0,75	0,56	0,32
	NUNCA	1	2,83	-1,83	3,36	1,19
	SIEMPRE	20	25,50	-5,50	30,25	1,19
	CASI SIEMPRE	21	12,67	8,33	69,44	5,48
PREGUNTA 6	A VECES	7	6,25	0,75	0,56	0,09
	RARA VEZ	1	1,75	-0,75	0,56	0,32
	NUNCA	0	2,83	-2,83	8,03	2,83
	SIEMPRE	21	25,50	-4,50	20,25	0,79
	CASI SIEMPRE	15	12,67	2,33	5,44	0,43
PREGUNTA 7	A VECES	11	6,25	4,75	22,56	3,61
	RARA VEZ	1	1,75	-0,75	0,56	0,32
	NUNCA	1	2,83	-1,83	3,36	1,19
	SIEMPRE	8	25,50	-17,50	306,25	12,01
	CASI SIEMPRE	18	12,67	5,33	28,44	2,25
PREGUNTA 8	A VECES	13	6,25	6,75	45,56	7,29
	RARA VEZ	7	1,75	5,25	27,56	15,75
	NUNCA	3	2,83	0,17	0,03	0,01
	SIEMPRE	10	25,50	-15,50	240,25	9,42
	CASI SIEMPRE	13	12,67	0,33	0,11	0,01
PREGUNTA 9	A VECES	15	6,25	8,75	76,56	12,25
	RARA VEZ	6	1,75	4,25	18,06	10,32
	NUNCA	5	2,83	2,17	4,69	1,66
	SIEMPRE	26	25,50	0,50	0,25	0,01
	CASI SIEMPRE	18	12,67	5,33	28,44	2,25
PREGUNTA 10	A VECES	3	6,25	-3,25	10,56	1,69
	RARA VEZ	1	1,75	-0,75	0,56	0,32
	NUNCA	1	2,83	-1,83	3,36	1,19
	SIEMPRE	37	25,50	11,50	132,25	5,19
	CASI SIEMPRE	1	12,67	-11,67	136,11	10,75
PREGUNTA 11	A VECES	2	6,25	-4,25	18,06	2,89
	RARA VEZ	0	1,75	-1,75	3,06	1,75
	NUNCA	9	2,83	6,17	38,03	13,42
	SIEMPRE	45	25,50	19,50	380,25	14,91
	CASI SIEMPRE	0	12,67	-12,67	160,44	12,67
PREGUNTA 12	A VECES	0	6,25	-6,25	39,06	6,25
	RARA VEZ	0	1,75	-1,75	3,06	1,75
	NUNCA	4	2,83	1,17	1,36	0,48
Elaborado por: Investigador		588	588,00		X^2 CALCULADO =	**282,07**

Representación gráfica

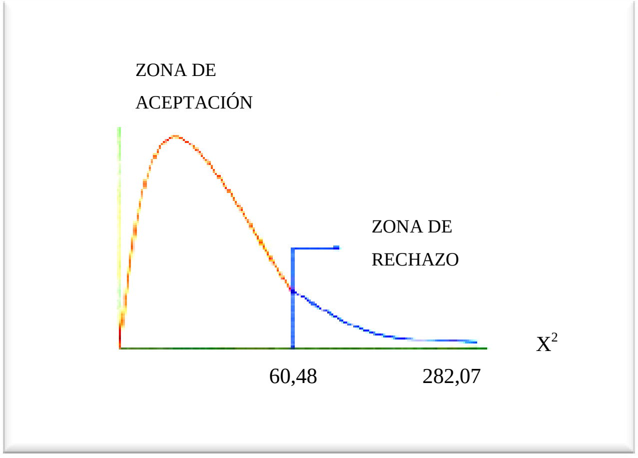


Grafico 29. Chi tabulado vs. Chi calculado

Elaborado por: Investigador

Decisión final:

El valor de $X^2_{calculado} = 282{,}07 > X^2_{tabulado} = 60{,}48$ y de conformidad a lo establecido en la regla de decisión, se rechaza la hipótesis nula, y se acepta la hipótesis alternativa que dice:

H_1: Los contenidos de los límites de las funciones trascendentes inciden en la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Una vez procesada y analizada la información del trabajo de investigación, se detectó aspectos relevantes, lo que permitió despejar las incógnitas planteadas; concluyendo lo siguiente:

- La mayor parte de los individuos encuestados aseveran que los límites de las funciones trascendentes se puede resolver óptimamente si se conjugan los saberes, esto es: el saber o saberes conceptuales, el saber hacer o saberes procedimentales y el saber ser o saberes actitudinales de una manera tal que los contenidos impartidos, generen aprendizaje significativo, por lo que se trata ahora de establecer en qué orden se los abordará en el desarrollo del proceso de interaprendizaje, además que del trabajo investigativo se determina que los contenidos son asimilados de una mejor manera cuando se dispone de las herramientas y materiales necesarios que haga posible dicho fenómeno.
- Es evidente que los estudiantes partiendo de ideas previas más cercanas a la realidad organizan los contenidos de una forma continua y progresiva, lo que le permite ir estableciendo poco a poco un conocimiento de conceptos, procedimientos y actitudes más generales y complejos, construyendo de esta manera nuevos significados sobre ella.
- Los estudiantes manifiestan que los conceptos previos le impiden asimilar de una mejor manera el nuevo conocimiento, lo que denota que no se está

hablando el mismo lenguaje matemático en la educación media y superior, los conceptos previos sirven como retroalimentación es la base para el nuevo conocimiento y enfrentar los retos que nos está imponiendo la nueva era tecnológica; en tal razón, se debe cambiar la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes. Es indiscutible que el estudiante relaciona lo aprendido con lo nuevo, ya que manifiestan que el conocimiento adquirido es significativo. Pese a que el proceso de interaprendizaje es tradicional; se lograría trascender éste, si se implementará innovaciones y herramientas educativas estructuradas lógicamente que permitan que el estudiante pueda controlar su propio aprendizaje.

- Los informantes manifiestan que siempre hace falta un texto guía que permita resolver los ejercicios paso a paso de los límites de las funciones trascendentes, lo cual influye en la generación de su aprendizaje significativo por parte de los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico.

5.2 Recomendaciones

- Es fundamental que el ITSA, siendo un Centro de formación superior cuente con innovación en el campo tecnológico-académico, incrementado herramientas educativas que sirvan de guía para resolver de manera secuencial lógica los ejercicios de los límites de las funciones trascendentes, el consiguiente desarrollo de los saberes y consolidación del aprendizaje significativo de los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico.
- Es fundamental superar la enseñanza tradicional así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza-aprendizaje. Las bondades que pueden ofrecer las nuevas herramientas de estudio facilita que los estudiantes partiendo de ideas más cercanas a la realidad organicen los contenidos, conceptos, procedimientos y actitudes que les facilitará la adquisición de aprendizajes significativos.

- Es necesario que los docentes implementen nuevas herramientas que les permita llegar de manera efectiva y eficiente con los conocimientos de los Límites de las Funciones Trascedentes, de manera sencilla e innovadora; de tal manera que, el estudiante se adapte a la educación superior y adquiera el nuevo conocimiento que le permita enfrentar los retos que está incriminando la nueva era tecnológica.
- Es prioritario elaborar un texto-guía de los límites de las funciones trascendentes para generar aprendizajes significativos en los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico

CAPÍTULO 6

LA PROPUESTA

6.1 Título

“Elaboración de un texto-guía con los contenidos de los límites de las funciones trascendentes para la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga”

6.2 Datos informativos

CUADRO 28. Datos de información

Institución:	Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico.
Beneficiarios:	Docentes y Discentes de Cálculo Diferencial.
Provincia:	Cotopaxi.
Cantón:	Latacunga.
Dirección:	Javier Espinoza 3-47 y Avenida Amazonas.
Tiempo de Ejecución:	En el Ciclo académico. Marzo 2013/Septiembre 2013
Equipo Técnico:	Investigador. Área de Matemática. Docentes de Cálculo.
Costo:	Autogestión.

Elaborado por: Investigador

6.3 Antecedentes de la Propuesta

Una vez realizada la investigación y de acuerdo con la encuesta aplicada a los docentes y discentes del segundo nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del ITSA, se llegó a determinar que no se cuenta con textos de Cálculo Diferencial que compilen los contenidos de los límites de las funciones trigonométricas en su verdadera extensión, lo que repercute en el proceso de interaprendizaje, haciendo que el discente no logre apropiarse del conocimiento, haciéndolo suyo y transformándolo en significativo, y que el docente no cuente con una herramienta de ayuda para poder llegar a sus estudiantes de una manera más óptima.

Como es sabido, la mayoría de los docentes de cálculo son tradicionalistas, en el sentido de que imparten clase en base de un solo libro, enseñan lo que les enseñaron, y muchas de las veces no han hecho nada por ir mejorando el proceso de enseñanza-aprendizaje introduciendo dentro de este otros mecanismos y herramientas que estén más de acuerdo a la época en la que vivimos. No generan cambios en este proceso educativo; no estimulan: la creatividad e imaginación, el razonamiento lógico, la investigación; no se adopta medidas individuales o colectivas dirigidas a ayudar al estudiante que presenta dificultades; no generan material didáctico adecuado para que el estudiante pueda apropiarse del conocimiento.

Por lo anotado existe la necesidad de implementar dentro de este proceso educativo un texto-guía que facilite tanto a los docentes como a los estudiantes la enseñanza y aprendizaje del estudio de los límites de las funciones trascendentes, ya que con la utilización de esta herramienta didáctica se estará propiciando un aprendizaje significativo y por ende una mejor apropiación del conocimiento.

6.4 Justificación

Esta propuesta pone a consideración de los docentes y estudiantes un Texto-guía de los límites de las funciones trascendentes, mismo que facilitará la labor docente y discente; buscando que el estudiante logre hacer suyo el conocimiento en base del estudio de varias alternativas de solución a un mismo problema, favoreciendo de esta manera a la apropiación de los contenidos tratados, y logrando que el aprendizaje se vuelva significativo.

6.5 Objetivos

6.5.1 Objetivo General

Elaborar un texto-guía de los límites de las funciones trascendentes para mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes del segundo nivel de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico de la ciudad de Latacunga.

6.5.2 Objetivos Específicos

- Presentar una estructura didáctica de los contenidos de los límites de las funciones trascendentes que atienda al itinerario de enseñanza del curso de Calculo I
- Diseñar una estrategia que permita calcular los límites de las funciones trascendentes.
- Desarrollar un procedimiento para calcular los límites de las funciones trascendentes con el afán de mejorar su aprendizaje significativo.

6.6 Análisis De Factibilidad

6.6.1 Social Y Equidad De Género

El Texto-guía de los Límites de las Funciones Trascendentes, tiene factibilidad social, ya que contribuirá a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, en el que todos los institutos tecnológicos se encuentran inmersos. Este, respeta los derechos humanos, la equidad de género; puesto que en la carrera de Mecánica

Aeronáutica pueden estudiar hombres y mujeres, encaminándose a la formación integral del ser humano, para así contribuir al desarrollo del entorno y el país.

6.6.2 Financiera

La ejecución de la propuesta es realizable, ya que se cuenta con el apoyo institucional, además que para el cumplimiento de esta se dispone de recursos técnicos, así como el financiamiento correspondiente

6.7 Fundamentación Teórica

6.7.1 Texto Guía

Para la elaboración del texto guía se ha tomado en cuenta las pautas establecidas en la Universidad de Murcia (2011).

¿Qué es un texto guía?

Material escrito para ayudar al estudiante en su aprendizaje, en el que se incluyen orientaciones para facilitar el mismo. Además que es una reflexión de los docentes para sintetizar, intercambiar, consensuar y mejorar la planificación de sus clases. No es un manual (libro que recoge lo esencial, básico y elemental de una determinada materia).

Ventajas para el discente.

Es un material dinámico, no cerrado, que facilita la recogida de información, orienta el proceso de aprendizaje, clarifica conceptos básicos, plantea actividades de aplicación de conocimientos, y orienta la consulta bibliográfica y el uso de otras fuentes, web, redes, etc.

Ventajas para el docente.

Mejora su trabajo docente: planificación e intervención, favorece la innovación y actualización de la tarea docente, favorece el trabajo en equipo y la reflexión sobre la propia tarea.

¿Quién elabora el texto guía?

- La realiza el o los docentes de la asignatura.

Elementos del texto guía

- Programa de la asignatura, detallando competencias a adquirir, temario y criterios de evaluación.
- Cada módulo o tema puede presentar:
  - Interrogantes y reflexiones sobre los temas centrales.
  - Desarrollo de los contenidos fundamentales.
  - Actividades de aplicación.
  - Fuentes diversas de aprendizaje.
  - Preguntas o cuestiones de autoevaluación.

Estructura

- ***Índice***.- El índice irá al principio. Indica los temas, capítulos, y las páginas correspondientes.
- ***Introducción***
  - Breve presentación de la asignatura,
  - Competencias específicas que persigue la asignatura
  - Temario sintetizado de la materia y su distribución temporal aproximada.
  - Cómo usar el texto
  - Criterios y formas de evaluación de la asignatura
  - ***Temas o capítulos***.- Los contenidos. Temas o capítulos

- Interrogantes centrales del tema
- Desarrollo de contenidos básicos o fundamentales
- Actividades de aplicación de los contenidos.- Estas actividades pretenden que los alumnos sean capaces de establecer relaciones entre los contenidos desarrollados y aplicarlos a nuevas situaciones. Son, en definitiva, puntos de reflexión para los alumnos: problemas, comentarios de texto, estudio de casos, etc.
- Bibliografía de consulta para el alumnado
- Preguntas de evaluación de los aprendizajes: Al final de cada tema o capítulo, o bien de cada módulo o bloque temático, se incluirán preguntas o pruebas que sean ilustrativas y orienten al alumnado sobre el tipo de cuestiones que habrá que resolver en su examen, a modo de autoevaluación

Documentación a entregar

- Una copia impresa y encuadernada del texto guía
- Un CD con el archivo en formato .pdf

Fecha a tomar en cuenta

- Inicio del primer ciclo académico: Antes de Abril
- Inicio del segundo ciclo académico: Antes de Septiembre

Certificaciones

- Una vez editados los textos guía, se emitirá la respectiva certificación al (o a los docentes) autor(es) del mismo como responsable del proyecto de docencia.

Nuevas tecnologías de edición.

- Publicación y venta de libro electrónico (e-book) en diferentes formatos (pdf, epub).

6.8 Modelo Operativo

CUADRO 29. Plan de acción

Fases	Metas	Actividades	Recursos	Responsables	Resultados	Tiempo
Capacitación	Instruir a los estudiantes sobre la utilización del texto guía de los límites de las funciones trascendentes	Entrega, análisis, y sustentación del texto guía en el salón de clase	Humanos. Materiales. Institucionales.	Docente y estudiantes.	Estudiantes instruidos para aplicar el texto guía de los límites de las funciones trascendentes en el salón de clase.	Durante el primer parcial del ciclo marzo-septiembre-2013
Ejecución	Aplicar en el salón de clase los contenidos del texto guía de los límites de las funciones trascendentes.	Se ejecuta la aplicación del texto guía	Humanos. Materiales. Institucionales.	Docente	El docente y estudiantes que toman Cálculo I, aplican el texto guía de los límites de las funciones trascendentes.	Durante el primer parcial del ciclo marzo-septiembre-2013
Evaluación	Determinar el grado de interés y predisposición en la aplicación del texto guía de los límites de las funciones trascendentes	Observación y diálogo permanente con los estudiantes	Humanos. Materiales. Institucionales.	Docente y estudiantes.	Docente y estudiantes que toman Cálculo I se encuentran instruidos con el texto guía. Reporte de notas del primer parcial (ANEXO-4)	Durante el primer parcial del ciclo marzo-septiembre-2013

Elaborado por: Investigador

6.9 Administración

CUADRO 30. Administración de la propuesta

ORGANISMO	RESPONSABLES	FASE DE RESPONSABILIDAD
Área de Ciencias Exactas del ITSA.	- Investigador, docente	- Organización previa al proceso. - Diagnóstico. - Discusión y aprobación. - Programación operativa. - Ejecución del proyecto. - Entregar la propuesta a biblioteca ITSA, una vez aprobada por tribunal de graduación. (ANEXO 5)

Elaborado por: Investigador

6.10 Plan de monitoreo y evaluación de la propuesta

CUADRO 31. Evaluación de la propuesta

1. ¿Quiénes solicitan evaluar?	**Interesados en la evaluación.** Docente, Investigador.
2. ¿Por qué evaluar?	**Razones que justifican la evaluación.** Verificación de la eficacia del texto-guía.
3. ¿Para qué evaluar?	**Objetivos del plan de evaluación.** Para dar cumplimiento, seguimiento y mejorar el texto-guía.
4. ¿Qué evaluar?	**Aspectos a ser evaluados.** El texto-guía, y su influencia en el aprendizaje significativo.
5. ¿Quién evalúa?	**Personal encargado de evaluar.** Docente, investigador
6. ¿Cuándo evaluar?	**En periodos determinados de la propuesta.** Al inicio, en el proceso y al final de la utilización del texto guía.
7. ¿Cómo evaluar?	**Proceso metodológico.** A través de observación, pruebas, etc.
8. ¿Con qué evaluar?	**Recursos.** Mediante revisión de documentos (Notas del primer parcial).

Elaborado por: Investigador

TEXTO-GUÍA

LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES

Por: Herbert Humberto Viñachi Bermeo

LATACUNGA – ECUADOR

2013

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO

LÍMITES DE LAS FUNCIONES TRASCENDENTES

Herbert Humberto Viñachi Bermeo

Depósito Legal:

ISBN:

Publica:

Imprime:

Financiamiento:

INTRODUCCIÓN

El contenido que presenta este texto guía trata de dar respuesta a las preguntas ¿Qué enseñar? y ¿Cómo enseñar?, en los límites de las funciones trascendentes a los estudiantes del Segundo Nivel de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico, para que el conocimiento compartido en él un caso y aprendido en el otro sea significativo dentro del proceso de enseñanza aprendizaje

El texto-guía se ha escrito para los alumnos que toman la asignatura denominada "Cálculo I", mismo que se ha venido dictando como asignatura del eje de formación básica dentro de la Malla Curricular de la Carrera de Mecánica Aeronáutica del Instituto Tecnológico Superior Aeronáutico. En este se incorporan los años de experiencia áulica del compilador con diferentes grupos de estudiantes de la carrera antes mencionada. El texto-guía trata de reflejar las diversas maneras de tratar los límites de las funciones trascendentes: gráfica, aplicación de la definición, sustitución directa, límites notables, todo esto como un aporte para la formación de profesionales dentro de la rama de la aeronáutica.

Está dirigido a los docentes, y estudiantes, quienes se supone tienen una base sólida de los prerrequisitos necesarios para poder tomar un curso inicial de cálculo diferencial. En este se resuelven los límites de las funciones trascendentes, utilizando para ello varios artificios, aun cuando el texto no se ha escrito en forma rigurosa, si se realizan demostraciones a la altura de un primer curso de cálculo diferencial**.**

SUBUNIDAD

Límites de las funciones trascendentes.

CONOCIMIENTOS PREVIOS RECOMENDADOS

No se requieren conocimientos previos distintos de los programados en Bachillerato, además del manejo con soltura de los límites algebraicos.

DESCRIPCIÓN GENERAL

Los límites de las funciones trascendentes forman parte del curso de Cálculo I, el mismo que está destinado al estudio de las funciones reales de una variable real. El mismo que tiene una carga semestral de 3 créditos. Este tema complementa conocimientos que los alumnos deben poseer y sirve de cimiento e instrumento para el estudio de otros temas que se abordarán en cursos posteriores.

COMPETENCIA DE LA SUBUNIDAD

Resuelve problemas de los límites de las funciones trascendentes en el campo de los números reales a partir de la intuición, aplicación geométrica y la definición en situaciones relacionadas con su entorno académico social y global.

- Conocimiento: Conoce e identifica los límites de las funciones trascendentes
- Comprensión: Interpreta el concepto de límite de funciones y aplica para determinar el límite de una función trascendente, mediante la utilización de carios artificios.
- Aplicación: Toma decisiones para buscar el camino más adecuado para resolver los límites de las funciones trascendentes

INDICADORES DE LOGRO (Respuesta de aprendizaje)

- Establece el comportamiento de los límites de las funciones trascendentes, a través de su gráfica.
- Emplea propiedades, y artificios para levantar las formas indeterminadas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes, en la resolución de problemas de su entorno académico.

INTENCIÓN DIDÁCTICA

- En esta unidad se introduce el método que nos permitirá calcular el límite de las funciones trascendentes cuando se produzca una forma indeterminada.

OBJETIVOS DE LA SUBUNIDAD

- Saber relacionar la intuición geométrica con los conceptos para calcular el límite de las funciones trascendentes.
- Visualizar y resolver problemas con funciones utilizando aplicaciones de cálculo simbólico y numérico y software de representación gráfica de funciones.
- Particularmente estudiar el empleo de series de potencias en la resolución de los límites de las funciones trascendentes.
- Manejar con soltura las distintas clases de artificios que nos permitan levantar las formas indeterminadas en las funciones trascendentes.

METODOLOGÍA DIDÁCTICA

La metodología combinará la clase magistral, ABP, los talleres de problemas, las prácticas con computador y el trabajo autónomo, buscando que el estudiante haga suyo el conocimiento.

- En la clase magistral (en pizarra o con proyector) se explicará el contenido teórico de la subunidad y el método para calcular los límites de las funciones trascendentes, se resolverá ejemplos con ejercicios en forma secuencial, de lo fácil a lo complejo con el fin de lograr en el estudiante el aprendizaje de los contenidos. Se utilizará el método deductivo de la Matemática junto con el empleo de herramientas informáticas de cálculo simbólico, numérico y dibujo, adecuadas a la consecución de los objetivos del curso.

- En los talleres de problemas los estudiantes trabajarán, individualmente o en pequeños grupos, asistidos por el docente, tareas, ejercicios o problemas que les sean propuestos en el momento, en conexión con los contenidos teóricos o prácticos, como aplicación y profundización de los mismos. Ocasionalmente los alumnos podrán exponer la solución de los ejercicios en la pizarra.
- El trabajo autónomo personal (que puede combinarse con el trabajo en grupo) realizado con constancia y regularidad es el complemento necesario para los dos anteriores. Se alimenta de ellos y es imprescindible para poder sacarles partido. El esfuerzo se dedicará unas veces a afianzar la comprensión de las clases magistrales, otras a preparar los talleres o a revisar a posteriori aquellos aspectos que no se terminaron de comprender bien y otras, en fin, a realizar las tareas de que deban ser entregados para la evaluación continua.
- Se intenta aprovechar la tecnología que disponemos hoy en día para visualizar, aprehender y mejorar la intuición sobre distintos conceptos matemáticos.

EVALUACIÓN DE LA SUBUNIDAD

La evaluación versará sobre la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes. La evaluación continua y las tutorías personalizadas permitirán al estudiante y al profesor obtener información del proceso de aprendizaje y, eventualmente, introducir las acciones necesarias para mejorarlo. El proceso de evaluación se realizará de dos formas:

- Mediante exámenes escritos tradicionales.- Se realizarán dos exámenes escritos, uno en el transcurso de la subunidad, y otro examen al final de la subunidad. El segundo examen versará sobre toda la asignatura de la subunidad. Cada uno de los exámenes se calificará de 0 a 10 puntos

- Y mediante evaluación continua.- La evaluación continua se realizará bajo las siguientes formas:
  1. Entrega de problemas propuestos en forma individual; la misma se realizará en el momento de ingresar al examen, en fechas que serán oportunamente señaladas. Cada una de las entregas será calificada de 0 a 10 puntos.
  2. Actuación en grupos de trabajo y discusión. Con una calificación de a 0 a 10 puntos
  3. Realización de controles en la pizarra en la que el alumno deberá demostrar conocimiento y habilidad. Calificado con una nota de 0 a 10 puntos.

La nota obtenida por la subunidad estará dada por la media de la puntuación obtenida entre la evaluación continua y los exámenes.

Función trascendente.- Es aquella en la cual la variable independiente figura como exponente, o como índice de una raíz, o se halla afectada de un logaritmo o de cualquiera de los signos que emplea la trigonometría para sus funciones.

Las funciones trascendentes son:

- Función exponencial: $f(x) = a^x$

Sea **a** un número real positivo. La función que a cada número real **x** le hace corresponder la potencia a^x se llama función exponencial de base **a** y exponente **x**.

- Función logarítmica: $f(x) = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1$

La función logarítmica en base **a** es la función inversa de la exponencial en base **a**.

- Funciones trigonométricas**:** f(x)=sen(x), f(x)=cos(x), f(x)=tg(x), f(x)=sec(x), f(x)=csc(x), f(x)=ctg(x).

Comparación de infinitos.

- Dadas dos potencias de x, la de mayor exponente es un infinito de orden superior.
- Dadas dos funciones exponenciales de base > 1, la de mayor base es un infinito de orden superior.
- Cualquier función exponencial de base >1, es un infinito de orden superior a cualquier potencia de x.
- Las potencias de x son infinitos de orden superior a las funciones logarítmicas.
- Dos polinomios del mismo grado, o dos exponenciales de la misma base son infinitos del mismo orden.

Además: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} f(-x)$

CÁLCULO DE LÍMITES EN LAS FUNCIONES TRASCENDENTES

1 LÍMITES TRIGONOMÉTRICOS

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es el cálculo de los límites de las funciones trigonométricas, para lo cual se utiliza la siguiente táctica.

- Se indica las propiedades de los límites trigonométricos, para pasar a realizar la demostración de dos de las afirmaciones y una en un punto particular
- Se aplica software matemático para dibujar y visualizar el círculo trigonométrico

1.1 PROPIEDADES DE LOS LÍMITES TRIGONOMÉTRICOS.- En el cálculo de los límites de funciones trigonométricas tomar en cuenta que:

1. $\lim\limits_{x\to a} \operatorname{sen}(x) = \operatorname{sen}(a)$

2. $\lim\limits_{x\to a} \cos(x) = \cos(a)$

3. $\lim\limits_{x\to a} \operatorname{tg}(x) = \operatorname{tg}(a)$

4. $\lim\limits_{x\to a} \operatorname{ctg}(x) = \operatorname{ctg}(a)$

5. $\lim\limits_{x\to a} \sec(x) = \sec(a)$

6. $\lim\limits_{x\to a} \csc(x) = \csc(a)$

7. $\lim\limits_{x\to \infty} \operatorname{sen}(x) = \infty \quad \nexists$ Lim.

8. $\lim\limits_{x\to \infty} \cos(x) = \infty$

9. $\lim\limits_{x\to \infty} \operatorname{tg}(x) = \infty$

10. $\lim\limits_{x\to \infty} \operatorname{tg}(x) = \infty$

11. $\lim\limits_{x\to \pi^{\pm}} \csc(x) = \mp\infty$

12. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^{\pm}} \operatorname{tg}(x) = \mp\infty$

13. $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \operatorname{arctg}(x) = \pm \frac{\pi}{2}$

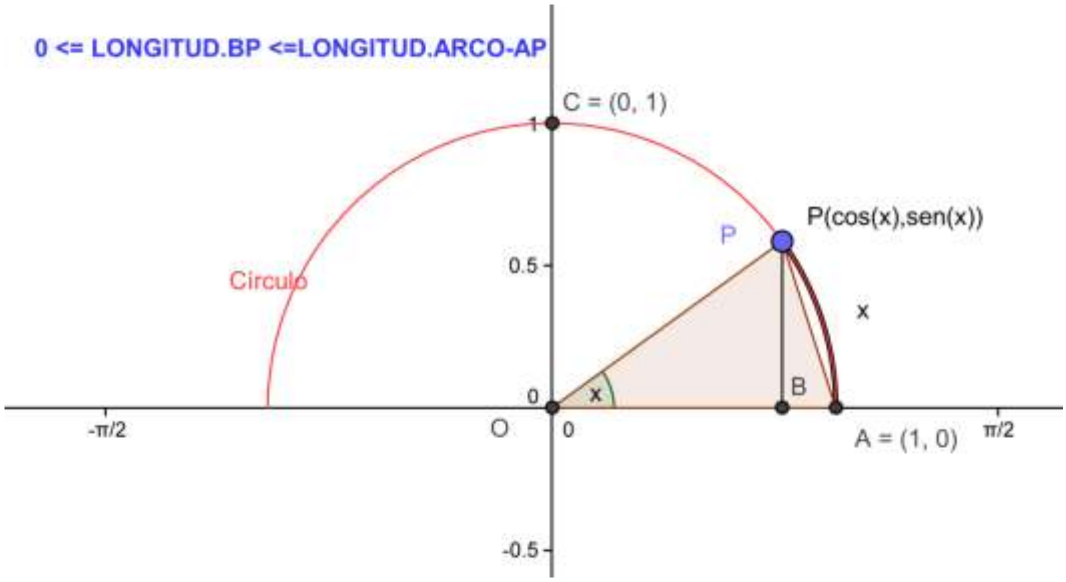
- Demostración de la afirmación 1

$$\lim_{x\to a} \operatorname{sen}(x) = \operatorname{sen}(a).$$

Calculemos primero

$$\lim_{x\to 0} \operatorname{sen}(x)$$

Nos ayudemos del circulo trigonométrico, supongamos que x≥0 y que los puntos A, B y P están definidos como se indica en la figura.



En esta gráfica comparemos las longitudes BP y el arco AP

Donde: $\text{arco} = r.\alpha$, $\overline{BP} = r.\text{sen}(\alpha)$ y r=1

Entonces:

$$0 \leq |BP| \leq \text{arco}(AP)\text{ , pero } |BP| = \text{sen}(x) \text{ y } \text{arco}(AP) = x$$

De modo que: $0 \leq \text{sen}(x) \leq x$

Así que podemos aplicar el teorema del emparedado, y tenemos que:

$$\lim_{x\to 0}(0) \leq \lim_{x\to 0}\text{sen}(x) \leq \lim_{x\to 0}(x)$$

Concluyendo entonces que:

$$\lim_{x\to 0}\text{sen}(x) = 0$$

Vamos a necesitar también calcular: $\lim_{x\to 0}\cos(x)$

$$\lim_{x\to 0}\cos(x) = \lim_{x\to 0}\sqrt{1-\text{sen}^2(x)} = \sqrt{1-\left(\lim_{x\to 0}\text{sen}(x)\right)^2}$$

Luego: $\lim_{x\to 0}\cos(x) = 1$

Ahora para probar que $\lim_{x\to a}\text{sen}(x) = \text{sen}(a)$, hagamos un cambio de variable: ***h*=*x*-*a***, de modo que ***x*=*a*+*h***, y cuando $x \to a$, $h \to 0$

Entonces: $\lim\limits_{x \to a} \operatorname{sen}(x) = \lim\limits_{h \to 0} \operatorname{sen}(a+h)$

$$= \lim_{h \to 0} \operatorname{sen}(a+h) = \lim_{h \to 0} \left[\operatorname{sen}(a)\cos(h) + \cos(a)\operatorname{sen}(h)\right]$$

$$= \operatorname{sen}(a) \lim_{h \to 0} \left[\cos(h)\right] + \cos(a) \lim_{h \to 0} \left[\operatorname{sen}(h)\right]$$

$$= \operatorname{sen}(a) + \cos(a)(0) = \operatorname{sen}(a)$$

Por lo tanto: $\lim\limits_{x \to a} \operatorname{sen}(x) = \operatorname{sen}(a)$

- Demostración de la afirmación 2

$$\lim_{x \to a} \cos(x) = \lim_{x \to a} \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2(x)} = \sqrt{1 - \left[\lim_{x \to a} \operatorname{sen}(x)\right]^2} = \sqrt{1 - \left[\operatorname{sen}(a)\right]^2}$$

Por lo tanto: $\lim\limits_{x \to a} \cos(x) = \cos(a)$

- Demostración de la afirmación $\lim\limits_{x \to 0} \operatorname{sen}(x) = 0$ a través de la definición.

$\lim\limits_{x \to 0} \operatorname{sen}(x) = 0$ si: $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \delta > 0 \,/\ 0 < |x - 0| < \delta \Rightarrow |\operatorname{sen}(x) - 0| < \varepsilon$

Tenemos que partir de: $0 < |x - 0| < \delta$, para llegar a: $|\operatorname{sen}(x) - 0| < \varepsilon$

En primer lugar buscamos un δ en función de ε tal que:

$$\begin{aligned}
0 < |x - 0| < \delta \quad &\Rightarrow |\operatorname{sen}(x) - 0| < \varepsilon \\
&\Rightarrow |\operatorname{sen}(x)| < \varepsilon \\
&\Rightarrow -\varepsilon < \operatorname{sen}(x) < \varepsilon \\
&\Rightarrow \operatorname{arcsen}(-\varepsilon) < x < \operatorname{arcsen}(\varepsilon) \\
&\Rightarrow |x| < \operatorname{arcsen}(\varepsilon) \\
&\therefore \ \delta = \operatorname{arcsen}(\varepsilon)
\end{aligned}$$

En segundo lugar garantizamos que con $\delta = \operatorname{arcsen}(\varepsilon)$ se cumple que:

$$\begin{aligned}
0 < |x - 0| < \delta \quad &\Rightarrow |x| < \delta \\
&\Rightarrow |x| < \operatorname{arcsen}(x) \\
&\Rightarrow -\varepsilon < \operatorname{sen}(x) < \varepsilon \\
&\Rightarrow |\operatorname{sen}(x)| < \varepsilon
\end{aligned}$$

$\therefore$ Si: $\delta = \operatorname{arcsen}(\varepsilon)$, se cumple que:

$0 < |x - 0| < \delta \Rightarrow |\operatorname{sen}(x) - 0| < \varepsilon$

1.2 LÍMITES NOTABLES TRIGONOMÉTRICOS

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es la obtención de límites notables de las funciones trigonométricas, para lo cual se utiliza la siguiente táctica.

- Se calcula y se generaliza algunos límites especiales, utilizando para ello varios artificios.
- Se aplica software matemático para dibujar y visualizar el límite de la función trigonométrica en un punto particular
- Se indica como levantar las formas indeterminadas
- Se realiza una aplicación del método expuesto

Calculemos algunos límites especiales o fundamentales que una vez generalizados los denominaremos límites notables. Los que nos ayudarán a calcular los límites en los cuales intervengan funciones trigonométricas.

a) Calcular el límite especial $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}$

a.1) Por estimación numérica o aproximación tabular.

Por estimación numérica o aproximación tabular y ayudándonos del teorema de existencia de límite: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ si y sólo si $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ y $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$, podemos concluir que:

$x \to 0^-$ $x \to 0^+$

x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
L	0,9983341665	0,9999833334	0,9999998333	0,9999999983		0,9999999983	0,9999998333	0,9999833334	0,9983341665

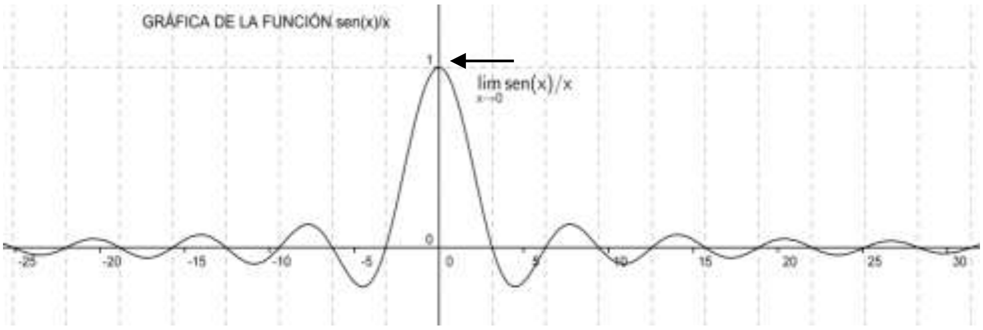
Como:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{x \to 0^+} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1$$

$$\therefore \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1$$

a.2) Por estimación gráfica.

Ayudándonos de software matemático, podemos graficar la función $y = \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$

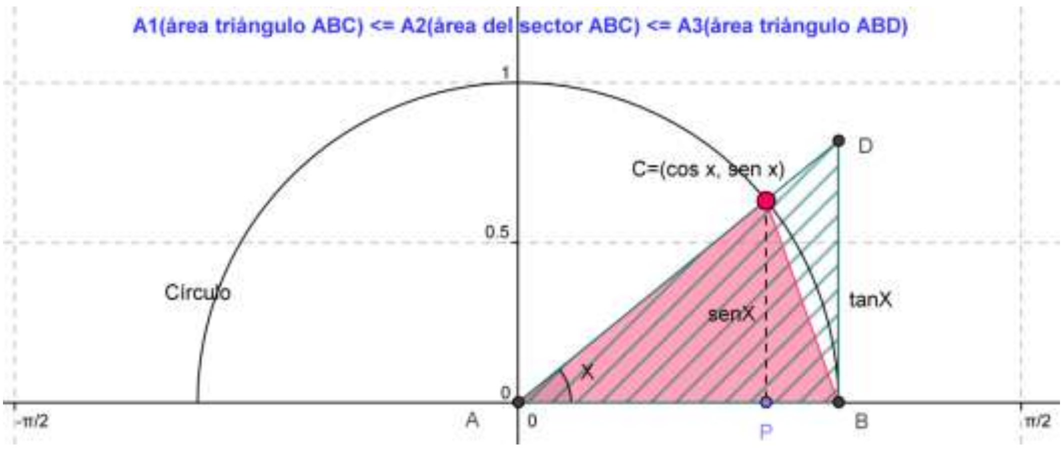


Donde podemos observar que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1$

a.3) Por estimación geométrica y el teorema del sándwich.

Para calcular el límite especial $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$

Nos ayudemos del circulo trigonométrico de radio unitario, supongamos que $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$, y que los puntos A, B, C y D están definidos como se indica en la figura.



En la gráfica tenemos que:

Área del triángulo ABC: Cuya base es $\overline{AB} = 1$, y su altura $\overline{CP} = \operatorname{sen}(x)$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{b.h}{2} = \frac{r.\operatorname{sen}(x)}{2} = \frac{\operatorname{sen}(x)}{2}$$

Área del sector circular ABC:

$$A_{\angle)ABC} = \frac{\alpha r^2}{2} = \frac{x.r^2}{2} = \frac{x}{2}$$

Área del triángulo ACD, donde la base es $\overline{AB} = 1$, y su altura $\overline{BD}$ debemos encontrar, tomando en cuenta que $tg(x) = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$, luego $\overline{BD} = tg(x)$

$$A_{\Delta ACD} = \frac{b.h}{2} = \frac{r.tg(x)}{2} = \frac{tg(x)}{2}$$

Por lo que además podemos concluir que:

Área del triángulo ABC ≤ área del sector circular ABC ≤ área del triángulo ABD.

De modo que:

$\frac{sen(x)}{2} \leq \frac{x}{2} \leq \frac{tg(x)}{2}$, multiplicando por dos

$sen(x) \leq x \leq tg(x)$, dividiendo por sen(x)

$1 \leq \frac{x}{sen(x)} \leq \frac{1}{cos(x)}$, invirtiendo la desigualdad

$cos(x) \leq \frac{sen(x)}{x} \leq 1$, llevando al límite cuando x tiende a cero y aplicando el teorema del emparedado, tenemos que:

$$\lim_{x \to 0} cos(x) \leq \lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} \leq \lim_{x \to 0} 1$$

Concluyendo entonces que: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$

a.4) Por sustitución y usando series elementales.

Al remplazar x por cero tenemos que:

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = \frac{0}{0}$$

Operación no definida, para salvar la indeterminación, vamos a utilizar el desarrollo de la serie de potencias del seno.

$$sen(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots \; ; \forall x$$

Entonces: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} .....}{x} = \lim_{x \to 0} \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} ..... \right) = 1$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}=1$$

Y en general:

$$\lim_{x\to a}\frac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=1$$. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable 1

O su inverso multiplicativo.

$$\lim_{x\to a}\frac{h(x)}{\operatorname{sen} h(x)}=1$$

b) Calcular el límite especial: $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}$

Al remplazar **x** por cero tenemos que: $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=\frac{0}{0}$

Operación no definida, para salvar la indeterminación, vamos a utilizar un artificio, junto con las propiedades de límites, lo que nos permitirá levantar la indeterminación.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}\cdot\frac{1+\cos(x)}{1+\cos(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2(x)}{x(1+\cos(x))}=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2(x)}{x(1+\cos(x))}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)}{1+\cos(x)}=\frac{0}{2}=0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0$$

También podríamos haber utilizado la serie para el cos(x).

$$\cos(x)=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots\ ;\forall x$$

Y en general

$$\lim_{x\to a}\frac{\pm 1\mp\cos h(x)}{h(x)}=0$$. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable 2

c) Resolver el límite especial: $\lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$

Tenemos que: $\lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x}=\frac{\infty}{\infty}$

Operación no definida, tenemos que levantar la indeterminación, para eso utilizar el método de “estricción”, del “apretón” o del “sándwich”.

- El teorema del sándwich

$\forall x \in \overset{*}{E}(a;r)$. Donde $\overset{*}{E}$ = Entorno reducido. Además: $\overset{*}{E}(a;r) = E(a,r) - \{a\}$

1. Si: $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$

2. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A \ \wedge \ \lim\limits_{x \to a} h(x) = A \quad A \in \Re$

$$\Rightarrow \lim_{x \to a} g(x) = A$$

Para aplicar el teorema, partir de que: $-1 \leq \operatorname{sen}(x) \leq 1$

Dividiendo esta inecuación por **x** tenemos: $-\dfrac{1}{x} \leq \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x} \leq \dfrac{1}{x}$

Tomemos el límite cuando $x \to \infty$: $\lim\limits_{x \to \infty}\left(-\dfrac{1}{x}\right) \leq \lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x} \leq \lim\limits_{x \to \infty}\left(\dfrac{1}{x}\right)$

Entonces: $\lim\limits_{x \to \infty}\left(-\dfrac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x \to \infty}\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$

Y por lo tanto: $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 0$

Y en general: $\lim\limits_{x \to \infty}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)} = 0$. Denominado límite notable 3

d) Calcular el límite especial: $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{\operatorname{tg}(x)}{x}$

Al reemplazar **x** por cero tenemos: $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{\operatorname{tg}(x)}{x} = \dfrac{0}{0}$

Para levantar la indeterminación apliquemos los límites notables junto con las propiedades de los límites. Entonces:

$$\lim_{x \to 0}\frac{\operatorname{tg}(x)}{x} = \lim_{x \to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \cdot \frac{1}{\cos(x)}\right) = \lim_{x \to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \cdot \lim_{x \to 0}\frac{1}{\cos(x)} = 1$$

$$\therefore \lim_{x \to 0}\frac{\operatorname{tg}(x)}{x} = 1$$

Y en general: $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{\operatorname{tg}[h(x)]}{h(x)} = 1$. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable 4

O su inversa: $\lim\limits_{x \to a}\dfrac{h(x)}{\operatorname{tg}[h(x)]} = 1$

e) Resolver el límite especial: $\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{x}$

Al reemplazar **x** por cero tenemos: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{x}=\dfrac{0}{0}$

Para levantar la indeterminación, vamos a efectuar un cambio de variable, esto es: Si:

$$x=\operatorname{sen}(y)$$
$$\Rightarrow \operatorname{arcsen}(x)=y$$
$$y \text{ cuando } x\to 0 \Rightarrow y\to 0$$

Entonces: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{x}=\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{y}{\operatorname{sen}(y)}=1$

Es decir: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{x}=1$

Y general: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arcsen} h(x)}{h(x)}=1$. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable 5

O su inversa: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{h(x)}{\operatorname{arcsen} h(x)}=1$

f) Resolver el límite especial: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}(x)}{x}$

Al reemplazar **x** por cero tenemos: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}(x)}{x}=\dfrac{0}{0}$

Para salvar la indeterminación, efectuar un cambio de variable, esto es:

Si:

$$x=\operatorname{tg}(y)$$
$$\Rightarrow \operatorname{arctg}(x)=y$$
$$y \text{ cuando } x\to 0 \Rightarrow y\to 0$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{y}{\operatorname{tg}(y)}=1$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}=1$$

En general: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arctg} h(x)}{h(x)}=1$. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable 6

O su inversa: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{h(x)}{\operatorname{arctg} h(x)}=1$

A continuación pasemos a realizar una tabla de resumen de los límites notables trigonométricos.

1.3 RESUMEN DE LÍMITES NOTABLES TRIGONOMÉTRICOS.

1. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=1$ si h(a)=0 *

2. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\pm 1\mp \cos h(x)}{h(x)}=0$

3. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=0$

4. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{tg} h(x)}{h(x)}=1$ *

5. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arcsen} h(x)}{h(x)}=1$ *

6. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arctg} h(x)}{h(x)}=1$ * (O su inverso multiplicativo)

1.4 FUNCIONES EQUIVALENTES

Si: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$

Las funciones $f(x)\wedge g(x)$ se dicen equivalente cuando $x\to a$

Notación: $f(x)\sim g(x)$.

Si $f(x)\sim g(x)$ cuando $x\to a$ significa que para valores muy cercanos a "**a**" da lo mismo trabajar con f(x) que con g(x).

A continuación anotemos las funciones equivalentes:

$\operatorname{sen} h(x)\sim h(x)$ Pues: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=1$

$\operatorname{arcsen} h(x)\sim h(x)$ $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arcsen} h(x)}{h(x)}=1$

$\operatorname{arctg} h(x)\sim h(x)$ $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arctg} h(x)}{h(x)}=1$

1.5 ¿CÓMO SALVAR LAS FORMAS INDETERMINADAS?

Si se produce una indeterminación, para levantar la misma, transformar los límites propuestos en límites notables. Para lograr transformar, utilizar: las propiedades de los límites, si esto no funciona ayudarse de los artificios que nos permitieron calcular los límites notables y las funciones equivalentes. Utilice como último recurso el desarrollo de la serie de potencia, pues muchas de las veces esto resulta un tanto complicado.

NOTA: En el caso de utilizar la serie del desarrollo, hacerlo hasta el grado del término de mayor grado de la expresión original.

1.6 EJERCICIOS

1. $\lim\limits_{x\to \pi/2} \cos^2(x)$

$$\lim_{x\to \pi/2} \cos^2(x) = \cos^2(\pi/2) = 0$$

2. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \left(\sec(x) + \pi/2\right)$

$$\lim_{x\to \pi/4} \left(\sec(x) + \pi/2\right) = \sec(\pi/4) + \pi/2 = \frac{1}{\cos(\pi/4)} + \frac{\pi}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}$$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}(x) - 2}{\cos(x) - 2}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\text{sen}(x) - 2}{\cos(x) - 2} = \frac{\text{sen}(0) - 2}{\cos(0) - 2} = \frac{0-2}{1-2} = \frac{-2}{-1} = 2$$

4. $\lim\limits_{x\to \pi} \left(1 + \text{tg}(x)\right)^{\text{sen}(x)}$

$$\lim_{x\to \pi} \left(1 + \text{tg}(x)\right)^{\text{sen}(x)} = (1 + \text{tg}(\pi))^{\text{sen}(\pi)} = (1+0)^0 = 1$$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\text{sen}(2x)}{x} = \dfrac{0}{0}$

$$2\lim_{x\to 0} \frac{\text{sen}(2x)}{2x} = 2$$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(5x)}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(3x)}{\operatorname{sen}(5x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{3x}.3x}{\dfrac{\operatorname{sen}(5x)}{5x}.5x}=\frac{3}{5}$$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x)+3x-1}{5x}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{3x}{5x}-\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{5x}=\frac{3}{5}$$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}(2x)}{\operatorname{sen}(x)}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(2x)}{\operatorname{sen}(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\operatorname{tg}(2x)}{2x}.2x}{\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}.x}=2$$

9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\operatorname{sen}(x^2-1)}{x-1}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(x^2-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(x^2-1)}{(x-1)(x+1)}.(x+1)=\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(x^2-1)}{x^2-1}.(x+1)=2$$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\arccos(x)}{\operatorname{arcsen}(x)}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\arccos(x)}{\operatorname{arcsen}(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\arccos(x)}{\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{x}}=\pi/2$$

11. Verifique que $\lim\limits_{x\to 0}\left(x.\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}\right)=0$

$$\lim_{x\to 0}\left(x.\operatorname{sen}\frac{1}{x}\right)=0.\infty$$

Para salvar la indeterminación, hagamos un cambio de variable

Si: $y=\dfrac{1}{x}$ $\qquad x=\dfrac{1}{y}$

Cuando: $x\to 0$ $\qquad y\to\infty$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\left(x.\operatorname{sen}\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=\lim_{y\to\infty}\frac{\operatorname{sen}(y)}{y}=0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\left(x.\operatorname{sen}\frac{1}{x}\right)=0$$

12. $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(a)}{x-a}=\frac{0}{0}$

Para levantar la indeterminación, utilizamos las identidades trigonométricas

$$\lim_{x\to a}\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(a)}{x-a}=\lim_{x\to a}\left(\frac{2\cos\frac{x+a}{2}.\operatorname{sen}\frac{x-a}{2}}{x-2}\right)$$

Utilizamos los límites notables

$$\lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}\frac{x-a}{2}}{\frac{x-a}{2}}.\cos\frac{(x+a)}{2}\right)=\cos\frac{2a}{2}=\cos a$$

13. Verifique que: $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{0}{0}$$

Para levantar la indeterminación vamos a utilizar un artificio, para luego de ello poder aplicar los límites notables.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}.\frac{1+\cos(x)}{1+\cos(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2(x)}{x^2(1+\cos(x))}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}^2(x)}{x^2}\frac{1}{1+\cos(x)}\right)=\frac{1}{2}$$

14. Comprobar que: $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos(x)}}{x^2}=\frac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos(x)}}{x^2}=\frac{0}{0}$$

Para salvar la indeterminación, utilizamos un artificio, para poder utilizar los límites notables.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos(x)}}{x^2}\cdot\frac{1+\sqrt{\cos(x)}}{1+\sqrt{\cos(x)}}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2(1+\sqrt{\cos(x)})}=\frac{0}{0}$$

Volvemos a utilizar otro artificio.

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos(x)}{x^2(1+\sqrt{\cos(x)})}\cdot\frac{1+\cos(x)}{1+\cos(x)}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2(x)}{x^2(1+\sqrt{\cos(x)})(1+\cos(x))}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}^2(x)}{x^2(1+\sqrt{\cos(x)})(1+\cos(x))}=\frac{1}{4}$$

15. $\displaystyle\lim_{x\to \pi/2}\frac{x-\pi/2}{\cos x}=\frac{0}{0}$

Cambiar la variable para salvar la indeterminación.

Si: $y=x-\dfrac{\pi}{2}\ \Rightarrow\ x=y+\dfrac{\pi}{2}$

Por lo tanto, cuando: $x\to\dfrac{\pi}{2}$ $\qquad y\to 0$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x-\frac{\pi}{2}}{\cos x}=\lim_{y\to 0}\frac{y}{\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{0}{0}$$

Utilizando las identidades trigonométricas, tenemos

$$\lim_{y\to 0}\frac{y}{\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right)}=\lim_{y\to 0}\frac{y}{-\operatorname{sen}y}=-1$$

16. $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\cos\frac{x\pi}{2}}{1-\sqrt{x}}=\frac{0}{0}$

Como aparecen radicales racionalizar el denominador.

$$\lim_{y\to 0}\left(\frac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-\sqrt{x}}\cdot\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)=\lim_{y\to 0}(1+\sqrt{x})\lim_{y\to 0}\frac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-x}.=2\lim_{y\to 0}\frac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-x}=\frac{0}{0}$$

Hagamos un cambio de variable para levantar la indeterminación

Si: $y=1-x\ \Rightarrow\ x=1-y$

Por lo tanto, cuando: $x\to 1$ $\qquad y\to 0$

Entonces: $2.\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\cos\dfrac{x\pi}{2}}{1-x}=2.\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{\cos\left[\dfrac{\pi}{2}(1-y)\right]}{y}=\dfrac{0}{0}$

Utilizando identidades trigonométricas.

$$2.\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi y}{2}\right)}{y}.=2.\lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}\dfrac{y\pi}{2}}{\dfrac{y\pi}{2}}.\frac{\pi}{2}=2.\frac{\pi}{2}=\pi$$

17. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\operatorname{tg}(\pi x)}{x+2}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -2}\frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{x+2}=\lim_{x\to -2}\frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{(x+2)\cos(\pi x)}=\lim_{x\to -2}\frac{1}{\cos(\pi x)}.\lim_{x\to -2}\frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{(x+2)}=\frac{0}{0}$$

Salvemos la indeterminación haciendo un cambio de variable.

Si: $y=x+2$ $\quad x=y-2$

Cuando: $x\to -2$ $\quad y\to 0$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}\pi(y-2)}{y-2+2}=\lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}(\pi y-2y)}{y}=\frac{0}{0}$$

Utilizamos las identidades trigonométricas y las propiedades tenemos:

$$\lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}-(2\pi-\pi y)}{y}=\lim_{y\to 0}\frac{-\operatorname{sen}(2\pi-\pi y)}{y}$$

$$\lim_{y\to 0}\frac{-\operatorname{sen}(\pi y)}{y}=\lim_{y\to 0}\frac{-\operatorname{sen}(\pi y)\pi}{y.\pi}=-\pi$$

18. Verifique que: $\lim\limits_{x\to 1}\left[(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}\right]=\dfrac{2}{\pi}$

$$\lim_{x\to 1}\left[(1-x)\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}\right]=0.\infty$$

En función de senos y cosenos:

$$\lim_{x\to 1}\left[(1-x)\frac{\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}\right]=\lim_{x\to 1}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right).\lim_{x\to 1}\frac{(1-x)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}=\frac{0}{0}$$

Utilizar un cambio de variable

Si $y=1-x$ $\quad\Rightarrow x=1-y$

Cuando: $x \to 1 \qquad y \to 0$

$$\lim_{y\to 0} \frac{y}{\cos\left[\frac{\pi}{2}(1-y)\right]}$$

Utilizando las identidades trigonométricas

$$\lim_{y\to 0} \frac{y}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{y\pi}{2}\right)} = \lim_{y\to 0} \frac{y}{\operatorname{sen}\left(\frac{y\pi}{2}\right)} = \lim_{y\to 0} \frac{\frac{y\pi}{2}}{\operatorname{sen}\frac{y\pi}{2}} \cdot \frac{1}{\frac{2}{\pi}} = \frac{2}{\pi}$$

19. Verifique que $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x\cos(x)}{x^3} = \frac{1}{3}$

En este ejercicio, resulta un tanto complicado, la aplicación de los límites notables, por lo que procedemos a utilizar los desarrollos de la serie de potencias del sen(x) y cos(x).

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x\cos(x)}{x^3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} + \ldots - x\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots\right)}{x^3}$$

$$\lim_{x\to 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{6} + \ldots - \frac{1}{x^2}\left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \ldots\right)\right]$$

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{6} + \ldots - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2} + \frac{x^2}{24}\right)$$

$$= -\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

1.7 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Ejercicios de selección: Escoja la opción que corresponda al ejercicio propuesto.

1.- Del $\lim_{x\to 0} \frac{x\operatorname{sen}(x)}{1-\cos(x)}$, podemos afirmar que:

a) No existe pero tiende a ∞ **b)** Es igual a 2

c) Es igual a 1. **d)** Es igual a 0.

2.- Sobre $\lim\limits_{x\to 0} \left[x\,ctg(3x)\right]$ podemos afirmar que:

a) Es igual a 1/3   **b)** Es igual a 0

c) No existe   **d)** Es igual a 3

3.- Del límite $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos(x)-sen(x)}{\cos(2x)}$ podemos afirmar que:

a) No existe   **b)** Es igual a 0

c) Es igual a 1   **d)** Es igual a $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Ejercicios de desarrollo

4.- $\lim\limits_{x\to \pi} \left[3\cos(x)+4sen(x)\right]$ **Rpta: -3**

5.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{sen(x)}{\sqrt[3]{x}}$ **Rpta: 0**

6.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x)+4}{1-sen(x)}$ **Rpta: 5**

7.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+5sen\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{2x^2}$ **Rpta: No existe**

8.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+tg(x)}{sen(x)}$ **Rpta: 1**

9.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg(x)-sen(x)}{x^3}$ **Rpta: 1/2**

10.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{sen^2\frac{x}{2}}{sen(x)}$ **Rpta: 0**

11.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-2x^2-2\cos(x)+\cos^2(x)}{3x^2}$ **Rpta: 2/3**

12.- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5xsen(x)+7x^2}{2x^2}$ **Rpta: 6**

2 LIMITES LOGARÍTMICOS

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es la obtención de límites notables de las funciones logarítmicas, para lo cual se utiliza la siguiente táctica.

- Se indica las propiedades de los límites logarítmicos
- Se calcula y se generaliza el límite especial, utilizando para ello varios artificios.
- Se aplica software matemático para dibujar y visualizar el límite de la función logarítmica en un punto particular
- Se realiza una aplicación del método expuesto

2.1 PROPIEDADES

$$\lim_{x \to a} \log_b(x) = \log_b(a); \qquad a > 0,\ \ b > 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \log_b(x) = \begin{cases} -\infty; & b > 1 \\ +\infty; & 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \log_b(x) = \begin{cases} +\infty; & b > 1 \\ -\infty; & 0 < b < 1 \end{cases}$$

2.2 LÍMITE NOTABLE LOGARÍTMICO

a) Calcular el límite especial: $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x}$

a.1) Por estimación numérica o aproximación tabular.

Por estimación numérica o aproximación tabular y ayudándonos del teorema de existencia de límite: $\lim_{x \to a} f(x) = L$ si y sólo si $\lim_{x \to a^-} f(x) = L$ y $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$,

podemos concluir que:

$x \to 0^-$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $x \to 0^+$

x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
L	1,0536051566	1,0050335854	1,0005003336	1,0000500033		0,9999500033	0,9995003331	0,9950330853	0,9531017980

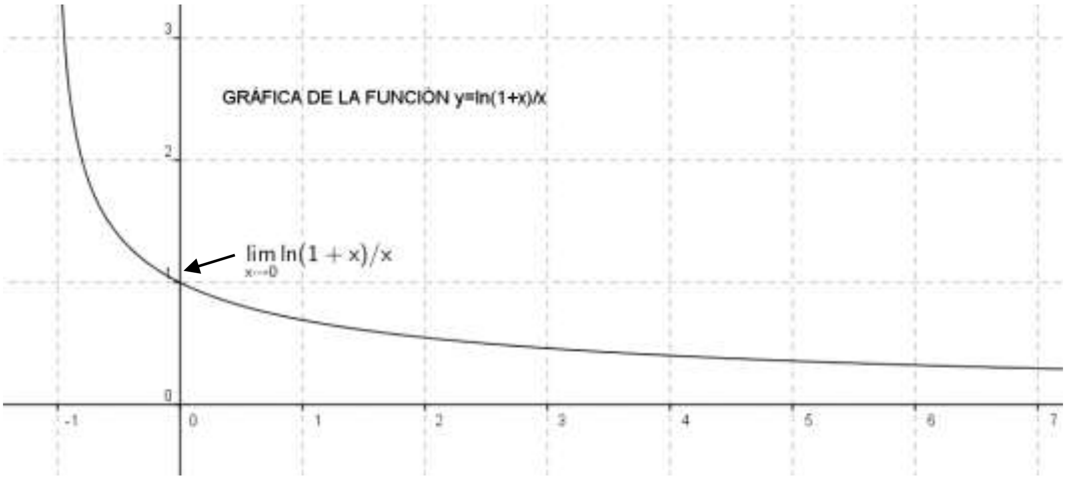
Como:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\ln(1+x)}{x}=1 \quad y \quad \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

a.2) Por estimación gráfica.

Ayudándonos de software matemático (Ver APÉNDICE 1 de construcción gráfica), podemos graficar la función $y=\frac{\ln(1+x)}{x}$



Donde podemos observar que $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$

a.3) Por sustitución y usando series elementales.

Al remplazar **x** por cero, tenemos que: $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=\frac{0}{0}$

Operación no definida, para salvar o levantar la indeterminación, utilicemos el desarrollo de la serie de potencias para:

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\ldots \ ;-1<x\le 1$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x-\frac{x^2}{2}+\ldots}{x}=\lim_{x\to 0}\left(1-\frac{x}{2}+\ldots\right)=1$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

Y en general: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln\left(1+h(x)\right)}{h(x)}=1$ o su inverso multiplicativo. $h(x)=0$.

Denominado límite notable **7**

b) Calcular el límite especial: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x)}{x}$

Para salvar o levantar la indeterminación, utilicemos el desarrollo de la serie de potencias para:

$$\ln(x)=2\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5+\ldots\right]\quad ;x>0$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2\left[\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^3+\ldots\right].}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2\left\{\dfrac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}+\dfrac{1}{3}\left[\dfrac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}.\right]^3+\ldots\right\}.}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{cte}{x}=0$$

$$\therefore\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$$

Y en general: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln h(x)}{h(x)}=0$, $h(x)\to\infty$ .Denominado límite notable **8**

2.3 EJERCICIOS

1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(a+x)-\ln a}{x}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(\frac{a+x}{a}\right)}{x}=\ \frac{1}{a}\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(1+\frac{x}{a}\right)}{\frac{x}{a}}=\frac{1}{a}$$

2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln\left(1+a\,\mathrm{sen}(x)\right)}{x}=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+a.\text{sen}(x)\right)}{\frac{x}{\text{sen}(x)}.\text{sen}(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+a.\text{sen}(x)\right)}{a\text{Sen}x}.a=a$$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}=\frac{0}{0}$

Para poder utilizar el límite notable. Cambiamos de base.

$$\log_C A=\frac{\log_b A}{\log_b C}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\log_e(1+x)}{(\log_e 10)x}=\frac{1}{\ln 10}\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=\frac{1}{\ln 10}$$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\ln x}=\frac{0}{0}$

Para salvar la indeterminación, hagamos un cambio de variable:

$y = x - 1$ $\qquad\qquad$ $x = y + 1$

Si: $x\to 1$ $\qquad\qquad$ $y \to 0$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\ln x}=\lim_{y\to 0}\frac{y}{\ln(y+1)}=1$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\ln x}=1$$

2.4 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Ejercicios de desarrollo: En los siguientes ejercicios calcule el límite indicado

1.- $\lim\limits_{x\to -\infty}\log(x^2-9)$ **Rpta:** ∞

2.- $\lim\limits_{x\to \infty}\log(x^2-9)$ **Rpta:** ∞

2.- $\lim\limits_{x\to 0}\log(x^2-9)$ **Rpta: No existe**

3.- $\lim\limits_{x\to -3^-}\log(x^2-9)$ **Rpta: -**∞

4.- $\lim\limits_{x\to -3^-}\log(x^2-9)$ **Rpta: -**∞

5.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left[\cos(ax)\right]}{\ln\left[\cos(bx)\right]}$ **Rpta:** $\frac{a^2}{b^2}$

3 LÍMITES EXPONENCIALES.-

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es la obtención de límites notables de las funciones exponenciales, para lo cual se utiliza la siguiente táctica.

- Se indica las propiedades de los límites exponenciales
- Se calcula y se generaliza el límite especial, utilizando para ello varios artificios.
- Se aplica software matemático para dibujar y visualizar el límite de la función exponencial en un punto particular
- Se realiza una aplicación del método expuesto

3.1 PROPIEDADES

$$\lim_{x\to a} k^x = k^a$$

$$\lim_{x\to +\infty} k^x = \begin{cases} 0; \ 0 < K < 1 \\ +\infty; \ K > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to -\infty} k^x = \begin{cases} +\infty; \ 0 < K < 1 \\ 0; \ K > 1 \end{cases}$$

NOTA: Cuando la variable tiende al infinito (∞), sacar como factor común la exponencial de mayor base, y aplicar las propiedades

3.2 LÍMITE NOTABLE EXPONENCIAL

a) Calcular el límite especial: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{b^x - 1}{x}$

a.1) Por estimación numérica o aproximación tabular.

Por estimación numérica o aproximación tabular y ayudándonos del teorema de existencia de límite: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$ si y sólo si $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = L$ y $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = L$,

calculemos el: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1}{x}$.

$x \to 0^-$ $x \to 0^+$

x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
L	0,9516258196	0,9950166251	0,9995001666	0,9999500017		1,0000500017	1,0005001667	1,0050167084	1,0517091808

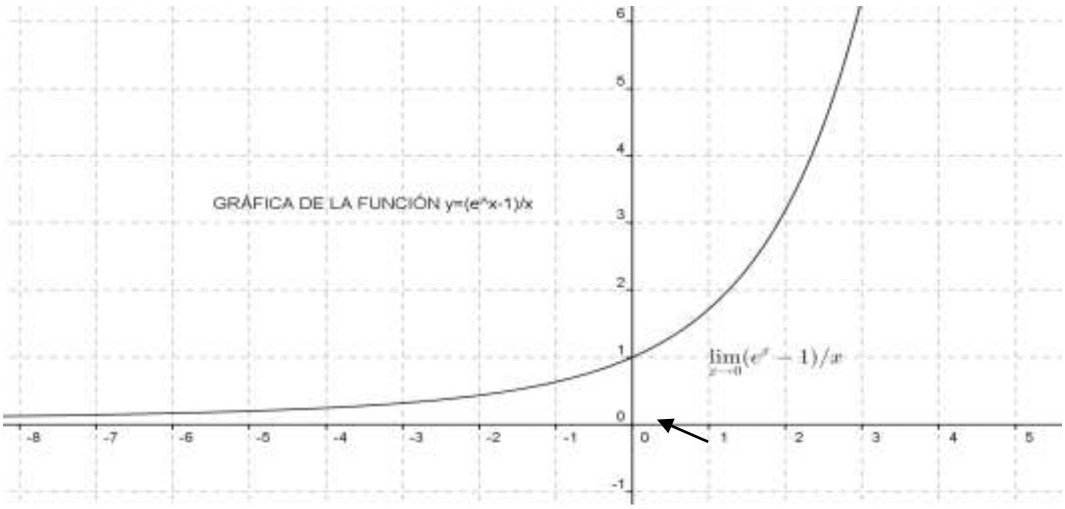
Como:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\therefore \lim_{x\to a} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

a.2) Por estimación gráfica.

Ayudándonos de software matemático, podemos graficar la función $y = \frac{e^x - 1}{x}$



Donde podemos observar que $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

a.3) Por sustitución y usando series elementales.

Al reemplazar **x** por cero tenemos que: $\lim_{x\to 0} \frac{b^x - 1}{x} = \frac{0}{0}$

Para levantar la indeterminación, utilicemos el desarrollo de la serie de potencias para:

$$b^x = 1 + x\ln b + \frac{(x\ln b)^2}{2!} + \frac{(x\ln b)^3}{3!} + \ldots$$

Por lo tanto:

$$\lim_{x\to 0}\frac{b^x-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1+x\ln b+\frac{(x\ln b)^2}{2!}+\frac{(x\ln b)^3}{3!}+\ldots-1}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\ln b+\frac{x\ln^2 b}{2!}+\frac{x^2\ln^3 b}{3!}+\ldots.\right)=\ln b$$

$$\therefore\ \lim_{x\to 0}\frac{b^x-1}{x}=\ln b$$

Y en general: $\lim\limits_{x\to a}\frac{b^{h(x)}-1}{h(x)}=\ln b$ .Cuando h(a)=0. Denominado límite notable **9**.

Si: **b = e**

$\lim\limits_{x\to a}\frac{e^{h(x)}-1}{h(x)}=1$. O su inverso multiplicativo. Cuando h(a)=0. Denominado límite notable **10**

3.3 EJERCICIOS

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^{5X}-1}{x}=\frac{0}{0}=$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3^{5X}-1}{\frac{5x}{5}}=5\lim_{x\to 1}\frac{3^{5X}-1}{5x}=5\ln 3$$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{3X}-1}{x}=\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{3X}-1}{\frac{3x}{3}}=3\lim_{x\to 0}\frac{e^{3X}-1}{3x}=3$$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-e^{-x}}{\operatorname{Sen}(x)}=\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1}{-\operatorname{Sen}(x)}\cdot\frac{x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1}{-x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\operatorname{Sen}(x)}=1$$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}=\frac{0}{0}$

Para poder utilizar el límite notable, tomemos en cuenta un artificio adicional y las propiedades:

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}-e^{bx}+1-1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}-1}{\frac{ax}{a}}-\lim_{x\to 0}\frac{e^{bx}-1}{\frac{bx}{b}}$$

$$=a\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}-1}{ax}-b\lim_{x\to 0}\frac{e^{bx}-1}{bx}=a-b$$

5. $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{Senh}(x)}{x}=\frac{0}{0}$

Tomar en cuenta que: $\operatorname{Senh}(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ y $\operatorname{Cosh}(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{Senh}(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{2x}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}+1-1}{2x}=\frac{1}{2}\left[\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x}+\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1}{-x}\right]=\frac{1}{2}(1+1)=1$$

6. Verifique que: $\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}+e^{-x}-2}{x^{2}}=1$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}+e^{-x}-2}{x^{2}}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}+1-2e^{x}}{e^{x}.x^{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-2e^{x}+1}{e^{x}.x^{2}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{e^{x}}\left(\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}-1}{x}\right)^{2}=1$$

7. Verifique que: $\lim_{x\to\infty}\left[x^{2}\left(e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}-2\right)\right]=1$

$$\lim_{x\to\infty}\left[x^{2}\left(e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}-2\right)\right]=\infty.0$$

Efectuando un cambio de variable. y=1/x $\Rightarrow$ x=1/y

Cuando: $x\to\infty \quad y\to 0$

Entonces: $\lim_{y\to 0}\frac{e^{y}+e^{-y}-2}{y^{2}}=1$ Por lo visto en el ejercicio 6.

8. Comprobar que: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=1,\ x\to\infty,\ e>1\Rightarrow k>1\ \therefore\ e^{x}=\infty$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^{x}-\dfrac{1}{e^{x}}}{e^{x}+\dfrac{1}{e^{x}}}=\frac{\infty-\dfrac{1}{\infty}}{\infty+\dfrac{1}{\infty}}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^{x}-\dfrac{1}{e^{x}}}{e^{x}+\dfrac{1}{e^{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}}}{\dfrac{e^{2x}+1}{e^{x}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{e^{2x}\left(1-\dfrac{1}{e^{2x}}\right)}{e^{2x}\left(1+\dfrac{1}{e^{2x}}\right)}=1$$

9. Verifique que : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=-1,\ x\to-\infty,\ e>1\Rightarrow k>1\ \therefore\ e^{x}=0$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{x}-\dfrac{1}{e^{x}}}{e^{x}+\dfrac{1}{e^{x}}}=\frac{0-\dfrac{1}{0}}{0+\dfrac{1}{0}}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}-1}=\frac{0-1}{0+1}=-1$$

3.4 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Ejercicio de selección: Escoja la opción que corresponda al ejercicio propuesto.

1.- El límite $\lim\limits_{x\to 2^{+}} 3^{\frac{1}{2-x}}$ es igual a

a) ∞ **b)** 1

c) 0 **d)** 1/2

Ejercicios de desarrollo: En los siguientes ejercicios calcule el límite indicado

2.- $\lim\limits_{x\to 3}\left(3x+e^{x}\right)$ **Rpta:** $9+e^{3}$

3.- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{x}+\ln(x+1)}{2x+3^{x}}$ **Rpta: 1**

4.- $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^{2}-2^{x}}{\ln\left(6+2x\right)}$ **Rpta:** $\dfrac{15}{4\ln(2)}$

5.- $\lim\limits_{x\to -1}\left(x^2+\log_2\left(3x+x^2\right)\right)$ **Rpta: 3**

6.- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{-x}}{tg\left(x\right)}$ **Rpta: 1**

7.- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgh(x)}{x}$ **Rpta: 1**

8.- $\lim\limits_{x\to 0} tgh(x)$ **Rpta: 0**

9.- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3^{x+2}+2^{x}}{3^{x-2}}$ **Rpta: 81**

Para complementar el estudio de las funciones trascendentes, tomemos en cuenta, otras formas en las cuales intervienen las funciones trascendentes.

4 ESTUDIO DE LA FORMA $y=f(x)^{g(x)}$**.-** Sean ahora dos funciones cualesquiera, y queremos calcular: $\lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}$ $\forall x\in \overset{*}{E}(a,r):\ f(x)\geq 0$

Por la propiedad de los límites sabemos que:

$\lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=\left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ y si: $\lim\limits_{x\to a}=f(x)=F\ \wedge\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=G$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a} f(x)^{g(x)}=F^{G}.\ \text{Si: } F\geq 0\vee\ F=\infty\ \text{y}\ G\geq 0\vee\ G=\infty$$

Puede suceder que:

1. $F=0\quad\wedge\quad \begin{cases}G>0\\ G<0\end{cases}\quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=\begin{cases}0\\ \infty\end{cases}$

2. $F=0\quad\wedge\quad G=\infty\quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=0^{\infty}=0$

3. $0<F<1\ \wedge\ \begin{cases}G=\infty\\ G=-\infty\end{cases}\quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=\begin{cases}F^{\infty}=0\\ F^{-\infty}=\infty\end{cases}$

4. $F>1\quad\wedge\quad \begin{cases}G=\infty\\ G=-\infty\end{cases}\quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=\begin{cases}F^{\infty}=\infty\\ F^{-\infty}=0\end{cases}$

5. $F=\infty\quad\wedge\quad G>0\quad \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)}=\infty^{G}=\infty$

6. F=∞ $\wedge$ G=∞ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)} = \infty^{\infty} = \infty$

7. F=0 $\wedge$ G=0 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)} = 0^0$ Valor no definido.

8. F=$\pm\infty$ $\wedge$ G=0 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)} = \pm\infty^0$ Valor no definido.

9. F=1 $\wedge$ G=∞ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)} = 1^{\infty}$ Valor no definido.

NOTA: Cuando x → -∞, tomar en cuenta que: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

4.1 EJERCICIOS

1. $\left(\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{3x}{x+1}}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \quad , \quad \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = 3$$

$$\left(\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2}\right)^{\frac{3x}{x+1}} = 0^3 = 0$$

2. $\left(\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{2x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{2}{x^2}\right)}{x^2\left(2+\frac{1}{x^2}\right)} = \frac{1}{2} \qquad \lim_{x\to\infty} x^2 = \infty$$

$$\left(\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\infty} = 0$$

3. $\left(\lim\limits_{x\to 1} \frac{3x^2-1}{2x+3}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$

$$\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-1}{2x+3} = \frac{2}{5} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}=\lim_{x\to 1}\frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{(1-x)(1+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{(1-x)(1+\sqrt{x})}=\frac{1}{2}$$

$$\left(\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-1}{2x+3}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

4.2 FORMAS INDETERMINADAS: 0^0; ∞^0; 1^∞

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es el cálculo de las formas indeterminadas 0^0; ∞^0; 1^∞, para levantar estas indeterminaciones se utiliza la siguiente táctica.

- Se obtiene el artificio que permite levantar cualquiera de las formas indeterminadas
- Se realiza una aplicación del método expuesto

Para levantar o salvar la indeterminación cuando tengamos 0^0; ∞^0; 1^∞, hagamos que:

$$y=f(x)^{g(x)}$$

Y tomemos logaritmos naturales en esta igualdad.

$$\ln(y)=\ln f(x)^{g(x)}$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos, tenemos que:

$$\ln(y)=g(x).\ln f(x)$$

En cada uno de los tres casos el miembro de la derecha de esta igualdad toma la forma indeterminada $0.\infty$, como podemos ver a continuación.

$\ln y=0.\ln 0=0.\infty$	F=0	G=0
$\ln y=0.\ln\infty=0.\infty$	$F=+\infty$	G=0
$\ln y=\infty.\ln 1=\infty.0$	F=1	$G=+\infty$

En $\ln y=g(x)\ln f(x)$, tomemos límites cuando $x\to a$, con lo que:

$$\lim_{x\to a}\ln y=\lim_{x\to a}g(x)\ln f(x)$$

Si hacemos que:

$$\lim_{x\to a}\left[g(x)\ln f(x)\right] = A$$

Entonces

$$\lim_{x\to a}\ln y = A$$

Por la propiedad de los límites

$$\ln\left(\lim_{x\to a} y\right) = A$$

Escribiendo esta última igualdad en la forma exponencial

$$e^{A} = \lim_{x\to a} y$$

Y como $y = f(x)^{g(x)}$, entonces:

$$\text{Si: } \lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = 0^{0},\ \infty^{0},\ 1^{\infty}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{A}, \text{ donde } A = \lim_{x\to a}\left[g(x)\ln f(x)\right] = 0\infty$$

4.3 EJERCICIOS

1. $\lim_{x\to a} x^{x} = 0^{0}$

$$\Rightarrow f(x) = x \qquad \wedge \qquad g(x) = x$$

$$\therefore \qquad A = \lim_{x\to 0}\left(x\ln x\right) = 0.\infty$$

Para levantar la indeterminación utilizar la serie del desarrollo de potencias.

$$\ln(x) = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{3} + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{5} + \ldots\right] \quad ; x > 0$$

$$A = \lim_{x\to 0}\left\{x.2\left[\frac{x-1}{x+2} + \frac{1}{3}\frac{(x-1)^{3}}{(x+1)^{3}}\ldots\ldots\right]\right\}$$

$$A = \lim_{x\to 0}\left\{2x\frac{x-1}{x+2}\left[1 + \frac{1}{3}\frac{(x-1)^{2}}{(x+1)^{2}}\right]\right\} = 0$$

$$A = 0$$

$$\therefore \qquad A = \lim_{x\to 0}\left(x\ln x\right) = 0.$$

Y en general: $\lim\limits_{x\to a} \left[h(x).\ln h(x)\right] = 0$..Cuando h(a)=0. Denominado límite notable **11**

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} x^{x} = e^{A} = e^{0} = 1$$

2. $\lim\limits_{x\to a} x^{sen(x)} = 0^{0}$

$$\Rightarrow f(x) = x \qquad g(x) = sen(x)$$

$$A = \lim_{x\to 0} \left[sen(x)\ln(x)\right] = 0.\infty$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen(x)}{x}.x\ln(x)\right)$$

$$\lim_{x\to 0} (x)\ln(x) = 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} x^{sen(x)} = e^{0} = 1$$

3. $\lim\limits_{x\to 0} \left(ctg(x)\right)^{sen(x)} = \infty^{0}$

$$A = \lim_{x\to 0}\left(sen(x)\ln\left(\frac{cos(x)}{sen(x)}\right)\right) = 0.\infty$$

$$A = \lim_{x\to 0} sen(x)\ln cos(x) - \lim_{x\to 0}\left(sen(x)\ln sen(x)\right) = 0$$

$$A = \lim_{x\to 0} sen(x)\ln cos(x) - \lim_{x\to 0}(x)\ln x = 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\left(ctg(x)\right)^{sen(x)} = e^{0} = 1$$

4. $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+sen(x)\right)^{1/x} = 1^{\infty}$

$$A = \lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}\ln\left(1+sen(x)\right)\right] = \infty.0$$

$$A = \lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+sen(x)\right)}{sen(x)} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\left(1+sen(x)\right)^{1/x} = e$$

4.4 FORMA INDETERMINADA 1^{∞}

ESTRATEGIA METODOLÓGICA.- A través del ABP se busca desarrollar aprendizajes que resulten significativos, tomando en cuenta que el problema a resolver es el cálculo de la forma indeterminada 1^{∞}, para levantar esta indeterminación se utiliza la siguiente táctica.

- Se calcula el denominado límite notable algebraico
- Se obtiene el artificio que permite levantar solo la forma indeterminada 1^{∞}
- Se hace una aplicación del método.

Ahora vamos a levantar o salvar solo la forma indeterminada $\mathbf{1^{\infty}}$, para lo cual primero vamos a obtener los dos últimos límites notables, que nos servirán para tratar el artificio que se expone

4.5 LÍMITE NOTABLE ALGEBRAICO

a) Calcular el límite especial algebraico: $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+x)^{1/x}$

Sabemos que: $\lim\limits_{x\to a} f(x)^{g(x)} = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$

Al remplazar **x** por cero tenemos:

$$\lim_{x\to 0^+} (1+x)^{1/x} = 1^{\infty}$$

$$\Rightarrow A = \lim_{x\to 0^+}\left[\frac{1}{x}\ln(1+x)\right] = 0.\infty$$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \text{por Límite notable}$$

$$\therefore \lim_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

Y en general: $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(1+h(x)\right)^{\frac{1}{h(x)}} = e; \quad h(x) = 0$.

Denominado límite notable **12**, o Limite notable algebraico.

b) Ahora verifiquemos que: $\lim\limits_{x\to\infty^+}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$

Al calcular el límite de la base y del exponente tenemos que:

$$\lim_{x\to\infty^+}\left(1+\frac{1}{x}\right) = 1 \qquad \lim_{x\to\infty^+} x = \infty \qquad \therefore \lim_{x\to\infty^+}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = 1^{\infty}$$

Para levantar la indeterminación hagamos un cambio de variable.

Si: $y=\frac{1}{x}$ $\qquad x=\frac{1}{y}$

Cuando: $x\to\infty$ $\qquad y\to 0$

Entonces, remplazando tenemos que:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\lim_{y\to 0}(1+y)^{\frac{1}{y}}=e$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$$

En general: $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{h(x)}\right)^{h(x)}=e$, cuando $h(x)\to\infty$.

Denominado límite notable **13**

4.6 MÉTODO PARA LEVANTAR LA FORMA INDETERMINADA 1^{∞}

Para levantar o salvar la forma indeterminada 1^{∞}, partamos de que:

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=1^{\infty}$$

Escribamos este límite de tal manera que podamos utilizar el líimite notable 12

$$\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)}=\lim_{x\to a}[1+f(x)-1]^{g(x)}=\lim_{x\to a}[1+(f(x)-1)]^{g(x)}$$

Si $h(x)=f(x)-1$, entonces:

$$\lim_{x\to a}[1+h(x)]^{g(x)}$$

Ahora trabajemos con el exponente

$$=\lim_{x\to a}[1+h(x)]^{\frac{h(x)}{h(x)}.g(x)}=\lim_{x\to a}\left\{[1+h(x)]^{\frac{1}{h(x)}}\right\}^{.h(x).g(x)}$$

En esta última expresión, aplicamos la propiedad de los límites, entonces:

$$=\left\{\lim_{x\to a}[1+h(x)]^{\frac{1}{h(x)}}\right\}^{\lim_{x\to a}[h(x)g(x)]}$$

Aplicando el límite notable, tenemos que:

$$\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x\to a} h(x).g(x)} = e^{\left\{\lim\limits_{x\to a} [f(x)-1]\, g(x)\right\}}$$

Por lo tanto, si: $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\to\infty}} f(x)^{g(x)} = 1^{\infty}$

$$\Rightarrow \lim_{\substack{x\to a\\ x\to\infty}} f(x)^{g(x)} = e^{B}$$

Donde: $B = \lim\limits_{x\to a} [f(x)-1]\, g(x)$.

4.7 EJERCICIOS

1. $\lim\limits_{x\to 0} (1+nx)^{\frac{1}{x}}$

$$\lim_{x\to 0} (1+nx) = 1 \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} = \infty \qquad \therefore \lim_{x\to 0} (1+nx)^{\frac{1}{x}} = 1^{\infty}$$

$$\Rightarrow B = \lim_{x\to 0}\left[(1+nx-1)\frac{1}{x} \right] = n$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} (1+nx)^{\frac{1}{x}} = e^{n}$$

2. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}}$

$$\lim_{x\to 0} (1+\operatorname{sen} x) = 1 \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} = \infty \qquad \therefore \lim_{x\to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}} = 1^{\infty}$$

$$\Rightarrow B = \lim_{x\to 0}\left[(1+\operatorname{sen} x-1)\frac{1}{x} \right] = 1$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}} = e^{1} = e$$

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{x}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)} = 1 \qquad \lim_{x\to\infty} x = \infty \qquad \therefore \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x} = 1^{\infty}$$

$\Rightarrow$ B=

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{x+1}{x-1}-1\right)x\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{x+1-x+1}{x-1}\right)x\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=2$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}=e^{2}$$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)^{x}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{x\left(1+\frac{2}{x}\right)}{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}=1 \qquad \lim_{x\to\infty}x=\infty \qquad \therefore \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)^{x}=1^{\infty}$$

$\Rightarrow$ B=

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{x+2}{x+3}-1\right)x\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{x+2-x-3}{x+3}\right)x\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{x+3}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}=-1$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)^{x}=e^{-1}$$

5. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$

$$\lim_{x\to0}(\cos x)=1 \qquad \lim_{x\to0}\frac{1}{x}=\infty \qquad \therefore \lim_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}=1^{\infty}$$

$$\Rightarrow \text{B}=\lim_{x\to0}\left[(\cos x)-1\right]\frac{1}{x}=0.\infty$$

$$\lim_{x\to0}\left[\frac{\cos(x)-1}{x}\right]=0$$

$$\therefore \lim_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}=e^{0}=1$$

6. $\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(a)}\right)^{\frac{1}{x-a}}$

$$\lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(a)}\right)=1 \qquad \lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}=\infty \qquad \therefore\ \lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(a)}\right)^{\frac{1}{x-a}}=1^{\infty}$$

$$\Rightarrow B=\lim_{x\to a}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(a)}-1\right)\frac{1}{x-a}\right]=\lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(a)}{\operatorname{sen}(a)}\cdot\frac{1}{x-a}\right)$$

$$=\frac{1}{\operatorname{sen}(a)}\lim_{x\to a}\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(a)}{x-a}=\frac{0}{0}$$

$$=\frac{1}{\operatorname{sen}(a)}\lim_{x\to a}\frac{2\cos\frac{x+a}{2}\operatorname{sen}\frac{x-a}{2}}{x-a}=\lim_{x\to a}\left(\frac{2\cos\frac{x+a}{2}.\operatorname{sen}\frac{x-a}{2}}{x-2}\right)$$

$$=\frac{1}{\operatorname{sen}(a)}\lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}\frac{x-a}{2}}{\frac{x-a}{2}}.\cos\frac{x+a}{2}\right)=\frac{1}{\operatorname{sen}(a)}\cos\frac{2a}{2}=\frac{\cos(a)}{\operatorname{sen}(a)}=\operatorname{ctg}(a)$$

$$\therefore\ \lim_{x\to a}\left(\frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(a)}\right)^{\frac{1}{x-a}}=e^{\operatorname{ctg}(a)}$$

7. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left[\frac{1+\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{tg}(x)}\right]^{\frac{1}{\operatorname{sen}x}}$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{tg}(x)}\right)=1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1}{\operatorname{sen}(x)}=\infty \qquad \therefore\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{sen}(x)}\right)^{\frac{1}{\operatorname{sen}(x)}}=1^{\infty}$$

$$\Rightarrow B=\lim_{x\to 0}\left[\left(\frac{1+\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{sen}(x)}-1\right)\frac{1}{\operatorname{sen}(x)}\right]=0.\infty$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1+\operatorname{tg}(x)-1-\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(x)-\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}=\frac{0}{0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}-\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\cos(x)}}{\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\cos(x)\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}=\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x)[1-\cos(x)]}{\cos(x)\operatorname{sen}(x)(1+\operatorname{sen}(x))}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{\cos(x)(1+\operatorname{sen}(x))}=\frac{0}{1}=0$$

$$\therefore \lim_{x\to 0}\left(\frac{1+\operatorname{tg}(x)}{1+\operatorname{sen}(x)}\right)^{\frac{1}{\operatorname{sen}(x)}} = e^{0} = 1$$

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right)^{x}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right) = 0+1 = 1 \qquad \lim_{x\to\infty} x = \infty$$

$$\therefore \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right)^{x} = 1^{\infty} \quad \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\left[\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}-1\right)x\right] = 0.\infty$$

Si: $y = \frac{1}{x} \qquad x = \frac{1}{y}$

$$x \to \infty \qquad y \to 0$$

$$= \lim_{y\to 0}\left[\left(\operatorname{sen}(y)+\cos(y)-1\right)\frac{1}{y}\right] = 0.\infty$$

$$= \lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}(y)+\cos(y)-1}{y} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{y\to 0}\frac{\cos(y)-1}{y} + \lim_{y\to 0}\frac{\operatorname{sen}(y)}{y} = 1 \qquad \therefore \lim_{x\to\infty}\left(\operatorname{sen}\frac{1}{x}+\cos\frac{1}{x}\right)^{x} = e^{1} = e$$

4.8 ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Ejercicios de desarrollo: En los siguientes ejercicios calcule el límite indicado

1.- $\lim\limits_{x\to 0}\left(e^{x}+x\right)^{\frac{1}{x}}$ **Rpta: e^2**

2.- $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos(x)\right)^{\frac{1}{x^2}}$ **Rpta: $e^{1/2}$**

3.- $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}(x)\right)^{\csc(x)}$ **Rpta: e**

4.- $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\cos(x)\right)^{\sec(x)}$ **Rpta: e**

5.- $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\left(\operatorname{sen}(x)\right)^{\operatorname{tg}(x)}$ **Rpta: 1**

FORMULARIO

1. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=1$ si h(a)=0 * (O su inverso multiplicativo)

2. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\pm 1\mp\cos h(x)}{h(x)}=0$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\operatorname{sen} h(x)}{h(x)}=0$

4. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{tg} h(x)}{h(x)}=1$ *

5. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arcsen} h(x)}{h(x)}=1$ *

6. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\operatorname{arctg} h(x)}{h(x)}=1$ *

7. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(1+h(x))}{h(x)}=1$ *

8. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln h(x)}{h(x)}=0$

9. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{b^{h(x)}-1}{h(x)}=\ln b$

10 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{e^{h(x)}-1}{h(x)}=1$ *

11. $\lim\limits_{x\to a}\left[h(x).\ln h(x)\right]=0.$

12. $\lim\limits_{x\to 0^+}\left[1+h(x)\right]^{\frac{1}{h(x)}}=e$

13. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{h(x)}\right)^{h(x)}=e$

14. Si: $\lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=0^0,\ \infty^0,\ 1^\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to a}f(x)^{g(x)}=e^A$ Donde $A=\lim\limits_{x\to a}\left[g(x)\ln f(x)\right]=0\infty$

15. Si: $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\to\infty}} f(x)^{g(x)} = 1^{\infty}$

$\Rightarrow \lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\to\infty}} f(x)^{g(x)} = e^{B}$ **Donde:** $B = \lim\limits_{x\to a} [f(x) - 1]\, g(x) = 0.\infty$ **.**

SITIOS WEB SUGERIDOS

http://www.vitutor.com/

http://www.ingenieria.unam.mx/~colomepg/diferencial.html

http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/CALCULO DIFERENCIAL/

http://www.mat.usach.cl/hismat/indice.html

http://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/indice/html

http://kolmogorov.cmat.edu.uy/~mordecki/cuorses/calculo1/notash.html

CONCLUSIONES

Al finalizar el estudio de los límites de las funciones trascendentes, se detectó los siguientes aspectos relevantes, lo que permitió concluir lo siguiente:

- A través de la utilización del ABP, se pudo generar aprendizaje y la construcción del conocimiento
- Para la aplicación del método no hace falta tener conocimientos previos complejos, sino los básicos de un bachiller.
- El método expuesto le permite al estudiante combinar las distintas clases de artificios para romper las formas indeterminadas en las funciones trascendentes, de una manera sencilla en la resolución de problemas de su entorno académico

RECOMENDACIONES

Se recomienda:

- Involucrar a los estudiantes de manera directa en el ABP, ya que esto le permitirá la generación de aprendizaje y la construcción del conocimiento.
- Es necesario que los estudiantes manejen con soltura las series básicas y software matemático y los límites algebraicos.
- Utilizar el método expuesto, ya que el mismo le permite combinar diferentes artificios para calcular límites de las funciones trascendentes y levantar las formas indeterminadas en el caso de que estas puedan darse, tomando en cuenta que es de fácil aplicación.

BIBLIOGRAFÍA

- **PURCELL,** E. y otros. (2007). "*Cálculo".* Novena edición. Pearson Educación. México.
- **ROJAS,** G y otros. (2009). "*Cálculo Diferencial en una variable*". Facultad de Ciencias. Escuela Politécnica Nacional. Quito-Ecuador.
- **VILLENA,** M. (2009). "*Cálculo Diferencial*". Escuela Politécnica del Litoral. Guayaquil-Ecuador.
- **LARA,** J **y** Arroba, J. (2012). **"***Análisis Matemático". Sexta edición. Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Central del Ecuador.* Quito-Ecuador.

SOFTWARE

- **GEOGEBRA 4.0.19.0.** 10 de enero 2012. http://www.geogebra.org/

APÉNDICE 1: UTILIZANDO GEOGEBRA

CONSTRUCCIÓN DE LA GRÁFICA DE $y = \frac{\ln(1+x)}{x}$ **Y CÁLCULO DEL** $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

1.- PREPARATIVOS

Abrir GEOGEBRA: Dar doble click en el icono de Geogebra, se abre en HOJA NUEVA de trabajo

2.- PASOS DE CONSTRUCCIÓN

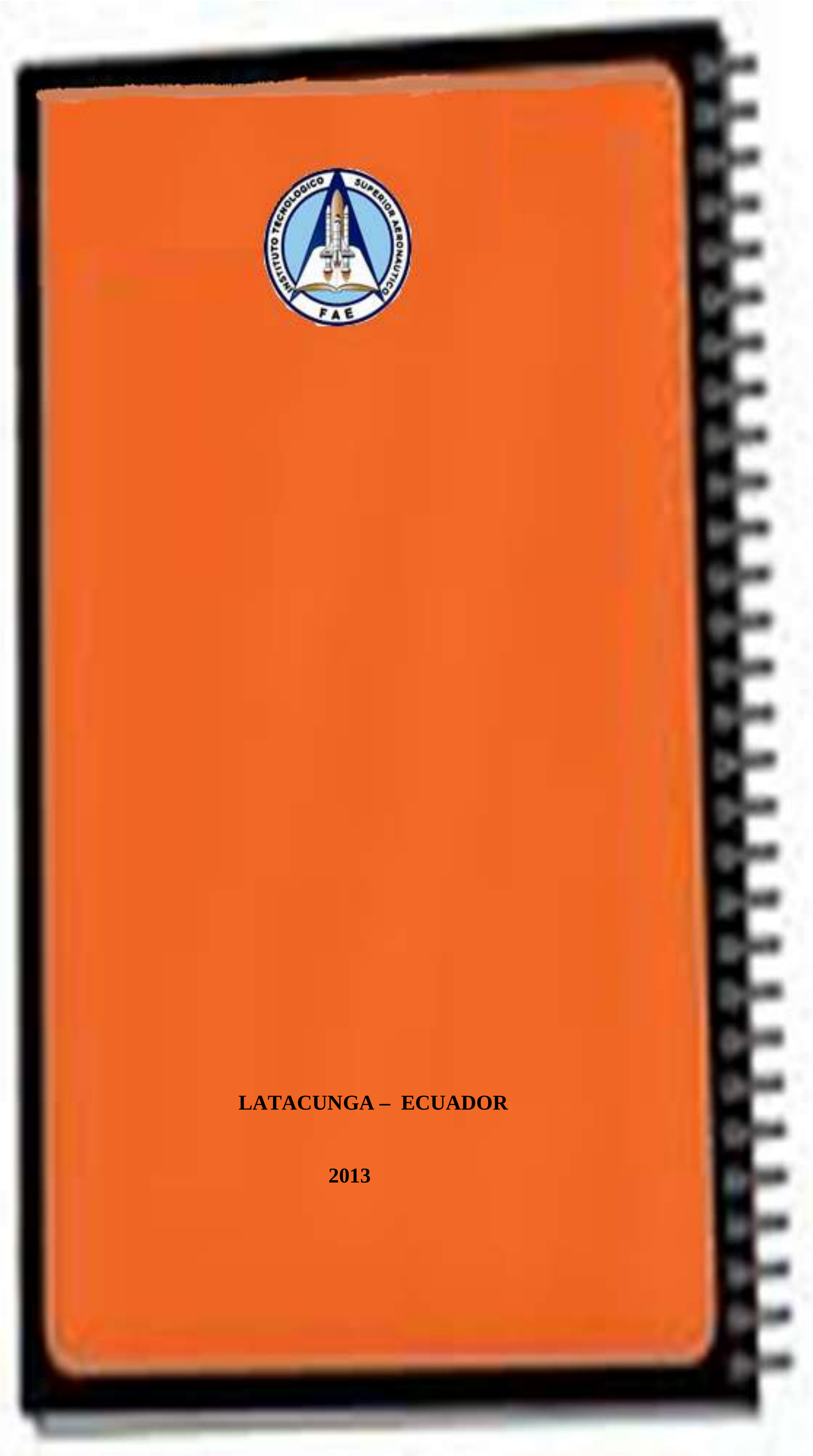
1	B.H		Dar click izquierdo.	
		GRÁFICA DE LA FUNCIÓN y=ln(1+x)/x	OK.	
2	B.E	Límite[(ln(1+x))/x,0]	Pulsar ENTER.	O.D (a=1)
3	B.H		Dar click izquierdo.	
		\lim_{ x \to 0 }((ln(1+x))/x)=O.D (O.D (a=1))	Marcar Fórmula LaTex. OK.	

BE=BARRA DE ENTRADA OL=OBJETO LIBRE

BH=BARRA DE HERRAMIENTA OD=OBJETO DEPENDIENTE

ANEXO 1: RUBRICA PARA LA ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE EJERCICIOS DE DESARROLLO

CAPACIDADES DESEADAS	INDICADORES DE DESMPEÑO				
	Insuficiente (10%)	**Limitado** (10%)	**Regular** (20%)	**Competente** (30%)	**Excelente** (30%)
Calcula el límite dado a través de la utilización de los limites notables utilizando artificios que le permitan levantar la indeterminación	El estudiante no desarrolla procesos que conduzcan a determinar el tipo de indeterminación	El estudiante identifica el tipo de indeterminación	De ser necesario el estudiante efectúa el cambio de variable adecuado.	El estudiante manipula la expresión hasta que tenga la forma de algún Límite notable	El estudiante calcula el límite correcto de la nueva expresión obtenida.
Terminología matemática y notación	Uso inapropiado de la terminología y la notación.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo realizado	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue realizado.	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue realizado
Estrategia procedimientos	No usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia eficiente para resolver problemas.
Orden y organización	El trabajo se ve descuidado y desorganizado.	Es difícil saber qué información está relacionada.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.
Conclusión	Varios de los problemas no fueron resueltos.	Todos menos 3 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 1 de los problemas fueron resueltos.	Todos los problemas fueron resueltos.
	0-1.9	2-3.9	4-6.9	7-8.9	9-10



LATACUNGA – ECUADOR

2013

BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

- ARREDONDO, Jhon y Franco, José. (2011). *Monografía sobre el análisis del entorno tecnológico y su relación con el programa de Ingeniería de Sistemas y Computación en la Universidad Tecnológica de Pereira*. Edición electrónica gratuita. Recuperado 25/03/2012 http://ingenieria.udea.edu.co/comites/curriculo/transformacioncurricular/macrodise%F1os/Ingenier%EDa%20de%20Sistemas.pdf
- AZCÁRATE, C; y Machín. M. (2003). *Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático.* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2: 135-149. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 20/02/2012 http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/matias-carmen.pdf
- BLANCO, Ángeles. (2008). *Las rúbricas: un instrumento útil para la evaluación de competencias.* La enseñanza universitaria centrada en el aprendizaje. Universidad Complutense de Madrid. Edición electrónica gratuita. Madrid http://www.ipc.pe/Curso%20Didactica%202012/4-Las%20rubricas-Angeles%20Blanco.pdf
- BLÁZQUEZ, S. y Ortega, T. (2000*). El concepto de límite en la educación secundaria. En el futuro del cálculo infinitesimal.* Grupo Editorial Iberoamérica. S.A. de C.V. ISBN: 970-625-246-0. México. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 10/06/2012. http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/concept_limite_educ_secund.pdf
- BRACCIALARGHE, D. y otros. (2009). *Reflexiones sobre la práctica docente en la enseñanza del Análisis Matemático en carreras de Ingeniería.* Universidad Nacional Rosario. ARGENTINA. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 15/01/2012 http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_22/pro_Bracchialarghetra.pdf
- CASARINI, Martha. (1999). *Teoría y diseño curricular*. Editorial Trillas, México D.F. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 20/05/2012

http://miscursos.wikispaces.com/file/view/FUENTE+EPISTEMOLOGICA.pdf

- CARRIAZO, Mercedes. (2009). *¿Cómo hacer el aprendizaje significativo?* Editorial Santillana. Quito.
- CATALANO, Ana (2004). *Diseño curricular. Basado en normas de competencia laboral*. Primera edición. Buenos Aires. Edición electrónica gratuita. BID
- CLAROS, F. (2010). *Límite finito de una sucesión: fenómenos que organiza*. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática. Tesis Doctoral. España. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 25/02/2012 http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Claros2007Fenomenos.pdf
- CRESPO, Olga. (2009). *El tratamiento de género como derecho fundamental en la formación profesional de los estudiantes de la licenciatura en derecho de la universidad "Hermanos Saiz Montes de Oca"*. Edición electrónica gratuita. FLACSO. Universidad de la Habana. Pinar del Río.
- DÍAZ**,** Mario. (2007). *Lineamientos curriculares - la flexibilización y el rediseño curricular de los programas de postgrado en la Universidad Piloto de Colombia.* Edición electrónica gratuita. Bogotá.
- DINESST, (2006). *Técnicas e instrumentos de evaluación*. Programa nacional de formación docente en servicio. Ministerio de Educación Perú. Edición electrónica gratuita. Perú.
- ESPE, (2011). *Diseño curricular por competencias.* Unidad de desarrollo Educativo. Quito - Ecuador
- ESTRADA, J. y otros, (2009). *Educación por competencias*. Gráficas Beatriz. Riobamba. Ecuador
- FERRANTE, J. (2009). *Una introducción al concepto de Límite (dos mil años en un renglón). Guías de estudio.* Argentina. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 15/01/2012 http://www.edutecne.utn.edu.ar/guias_de_estudio/limites.pdf
- FUERZAS ARMADAS ECUADOR**,** (2011). *Modelo Educativo de las Fuerzas Armadas, basado en el enfoque de Competencias.* Comando

Conjunto De Las Fuerzas Armadas. Dirección De Doctrina Y Educación Militar Conjunta. Quito.

- FOREM, (2012). *Elaboración de recursos didácticos aplicables en diversos contextos metodológicos para la superación de las pruebas de competencias clave que se exigen para el acceso a la formación de certificados de profesionalidad de nivel 2.* Edición electrónica gratuita. España.
- FRADE, Laura. (2009). *Desarrollo de competencias en educación: desde preescolar hasta bachillerato*. Segunda edición. México
- GEARHART, W. (1990). *The function sin(x)/x.* The COLLEGE MATHEMATICS JOURNAL. VOL. 21. NO. 2. MARCH 1990. Recuperado: 15/06/2012. http://mathdl.maa.org/images/upload_library/22/Polya/07468342.di020741.02p00026.pdf
- GUANOLUIZA, E. (2012). *Diseño curricular basado en competencias*. Edición electrónica gratuita. Quito
- GONZÁLES, A. (2005). *La Física en 2005 y el aprendizaje significativo*. Universidad de La Habana. Cuba. Revista Iberoamericana de educación. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 17/01/2012 http://www.rieoei.org/1101.htm
- KRICHMAN, Daniel. (2007). *Aprender, innovar, emprender***.** Mina Clavero. Argentina. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 25/05/2012 http://eltilodeolivos.com.ar/wp-Content/uploads/2007/06/aprenderinnovaremprender.pdf
- LETELIER, Mario. Oliva, Claudia; Sandoval, María José. (2008) *Propuesta de modelo general de diseño curricular orientado a la empleabilidad y aseguramiento de la calidad.* CINDA (Centro interuniversitario de desarrollo – CINDA Grupo operativo de universidades chilenas. Fondo de desarrollo institucional – MINEDUC – CHILE). Edición electrónica gratuita. Chile.
- MENA, M. (2009). *¿Qué es enseñar y qué es aprender?* Editorial Santillana. Quito

- (MORENO, M. (2005). *El papel de la didáctica en la enseñanza del Cálculo: evolución, estado actual y retos futuros*. Repositorio Universidad de los Andes. Colombia. Edición electrónica gratuita. Consultado: 20/02/2012 http://funes.uniandes.edu.co/1325/1/Gonzalez2005El_SEIEM_81.pdf
- PINTO, María. (2009). *Artículo sobre el proyecto formativo: "Estructuración de los saberes esenciales basados en competencias de la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral para la Carrera de Ingeniería Petrolera de la Universidad Privada Domingo Savio*. Bolivia. Santa Cruz. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 15/03/2012 http://cife.ws/images/1139/Articulo%20del%20proyecto%20Formativo.pdf
- PURCELL, E. y otros. (2007). *Cálculo.* Novena edición. Pearson Educación. México.
- RAMÍREZ, Elsa. (2004). *Recursos computacionales para la enseñanza aprendizaje de la matemática en la educación superior.* Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Edición electrónica gratuita. Cuba.
- RICARDO, Henry (2008). *Ecuaciones diferenciales una introducción moderna.* (Mª Aránzazu Pargada Getino, Trad.). Barcelona, España. (Trabajo original publicado en 2003) *Editorial Reverté*
- RODRÍGUEZ, C.E. (2011). *Didáctica de las ciencias económicas.* Edición electrónica gratuita. Recuperado 25/04/2012 WWW.EUMED.NET/LIBROS/2007C/322/
- ROJAS y otros. (2009). *Cálculo Diferencial en una variable*. Facultad de Ciencias. Escuela Politécnica Nacional. Edición electrónica gratuita. Quito.
- ROMERO, D. (2008). *Creación de contenidos educativos: el escenario está abierto.* Programa Medellín Digital de la Alcaldía de Medellín. Colombia. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 15/01/2012 http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/Noticias/Paginas /ED17_PPMContenidoseducativoselescenarioest%C3% A1abierto.aspx
- SENA (2005). *Manual de diseño curricular para el desarrollo de competencias en la formación profesional integral***.** Grupo de Investigación y Desarrollo Técnico Pedagógico. Edición electrónica gratuita. Bogotá

- SOLAR, María Inés y Sánchez, José (2008). *Modelos y Diseño Curricular por Competencias: Experiencia de la Universidad de Concepción – Chile*. CINDA (Centro interuniversitario de desarrollo – CINDA Grupo operativo de universidades chilenas. Fondo de desarrollo institucional – MINEDUC – CHILE). Edición electrónica gratuita. Chile
- TEJADA, J. (2011). *La evaluación de las competencias en contextos no formales: dispositivos e instrumentos de evaluación*. Revista de educación. Enero-Abril 2011. Edición electrónica gratuita. España
- TOBÓN, Sergio (2009). *Formación basada en competencias*. Universidad Complutense de Madrid. Segunda edición. España
- TORRA, Imma. (2008). *La experiencia de diseño curricular por competencias en la Universidad Politécnica de Catalunya*. Edición electrónica gratuita. CINDA. España
- USAID. (2009). *Guía para la elaboración de sílabo por competencias*. Edición electrónica gratuita. Edición electrónica gratuita. PERÚ.
- VARGAS, Carlos (2008). *Diseño Curricular por Competencias: el enfoque Delfi potenciado por las TIC´s.* Escuela de Ciencias de la Computación e Informática, Universidad de Costa Rica (UCR). San José – Costa Rica
- VARGAS, María (2008). *Diseño Curricular por Competencias.* Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Ingeniería. ANFEI. México.
- VELIZ, Luis y Almeyda Orlando (2008). *Diccionario y Vocabulario Pedagógico.* Bogotá.
- VILLENA, M. (2009). *Cálculo Diferencial.* Escuela Politécnica del Litoral. Guayaquil. Edición electrónica gratuita. Guayaquil.
- VRANCKEN, S y Otros. (2005). *Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite*. Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral. Esperanza. Argentina. Prov. de Santa Fe. Edición electrónica gratuita. Recuperado: 12/06/2012 http://www.soarem.org.ar/Documentos/29%20vrancken.pdf

ANEXOS

ANEXO 1: SÍLABO

1. DATOS INFORMATIVOS

ASIGNATURA: CÁLCULO DIFERENCIAL	**CÓDIGO:**	**NRC:**	**NIVEL:** PRIMERO	**CRÉDITOS:** **3**
DEPARTAMENTO: CIENCIAS EXACTAS	**CARRERAS:** MECÁNICA AERONÁUTICA		**ÁREA DEL CONOCIMIENTO:** MATEMÁTICA	
DOCENTE: ING. HERBERT VIÑACHI BERMEO	**PERÍODO ACADÉMICO:** SEPTIEMBRE 2013 – ENERO 2014 **FECHA ELABORACIÓN:** 21/05./2013		**SESIONES/SEMANA: 2** **TEÓRICAS**: **PRÁCTICA**	**EJE DE FORMACIÓN:** BÁSICO

PRE-REQUISITOS: Algebra, Trigonometría, Geometría

CO-REQUISITOS:

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA:

En este curso se cubren los parámetros básicos del cálculo diferencial para los estudiantes de la tecnología en mecánica aeronáutica, los mismos que generan la comprensión de los conceptos fundamentales de límites y derivada en funciones de una variable real y de la utilización de los mismos en los diversos campos de su preparación tecnológica.

UNIDADES DE COMPETENCIAS A LOGRAR:

GENÉRICAS:

1. Interpreta y resuelve problemas de la realidad aplicando métodos de la investigación, métodos propios de las ciencias, herramientas tecnológicas y variadas fuentes de información científica, técnica y cultural con ética profesional, trabajo equipo y respeto a la propiedad intelectual.
2. Demuestra en su accionar profesional valores universales y propios de la profesión en diversos escenarios organizacionales y tecnológicos, fomentando el desarrollo de las ciencias, las artes, el respeto a la diversidad cultural y equidad de género.

ESPECÍFICAS:

1. Demuestra pensamiento lógico y abstracto, aplica los conceptos y leyes fundamentales de las ciencias básicas con orden, responsabilidad, honestidad, coherencia y pertinencia, secuencias algorítmicas, para la modelación y solución de problemas que tributen a las asignaturas de la formación profesional con eficiencia.
2. Aplica límites y derivadas a funciones de una variable real, interpreta analítica y gráficamente problemas de su entorno académico, demostrando honestidad, responsabilidad y ética profesional

ELEMENTO DE COMPETENCIA:

Aplica las herramientas, conceptos y leyes fundamentales de la Matemática, mediante la utilización de técnicas y procedimientos para resolver problemas prácticos para desarrollar el pensamiento lógico, con orden, creatividad y precisión.

RESULTADO FINAL DEL APRENDIZAJE:

Calcular límites y derivadas de las funciones en una variable real, y resolver problemas de aplicación con la ayuda del cálculo diferencial, con la verificación de los resultados mediante un software matemático.

CONTRIBUCIÓN DE LA ASIGNATURA A LA FORMACIÓN PROFESIONAL:

La asignatura corresponde al eje de formación básica, y proporciona al futuro tecnólogo en mecánica aeronáutica las bases para el análisis cuantitativo de sistemas o procesos, además introduce las habilidades de generación y aplicación de modelos matemáticos, abstracción, generalización, análisis e interpretación.

2. SISTEMA DE CONTENIDOS Y PRODUCTOS DEL APRENDIZAJE POR UNIDADES DE ESTUDIO

<table>
<tr><th>No.</th><th>UNIDADES DE ESTUDIO Y SUS CONTENIDOS</th><th colspan="3">EVIDENCIA, DOMINIO DEL APRENDIZAJE Y SISTEMA DE TAREAS</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Unidad 1:

LIMITES Y CONTINUIDAD</td><td colspan="3"><u>Producto de unidad:</u>

PROBLEMAS RESUELTOS, INDIVIDUAL Y EN GRUPO RELATIVOS A LÍMITES Y CONTINUIDAD, APLICANDO CON CRITERIO TEORÍAS, LEYES, PRINCIPIOS Y PROPOSICIONES DEL CÁLCULO</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.1 Definición e interpretación del límite (intuitiva y rigurosa)
1.2 Teoremas acerca de límites
1.3 Límites Laterales
1.4 Cálculo de Límites finitos
1.5 Límites infinitos y al infinito
1.6 Límites de funciones trascendentes.
1.7 Cálculo de Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas
1.8 Continuidad de una Función:
    1.9.1 En un punto y en un intervalo abierto
    1.9.2 En un intervalo cerrado
    1.9.3 Tipos de discontinuidad</td><td><u>CONCEPTUAL</u>

Conoce y comprende el concepto de límites, e identifica los métodos para calcular limites

Describe y distingue los tipos de discontinuidad que pueden presentarse en las funciones</td><td><u>PROCEDIMENTAL</u>

Calcula el límite de una función utilizándolos contenidos de la unidad

Resuelve problemas que involucran el análisis de la continuidad de funciones.</td><td><u>ACTITUDINAL</u>

Valora la utilidad de calcular límites de funciones en la resolución de problemas

Reconoce la importancia de analizar la continuidad de funciones en la resolución de problemas

Valora la importancia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y la representación gráfica del límite de una función.

Muestra confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, y perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas matemáticos.</td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Tarea principal 1.1</u>
Leer, analizar y sintetizar teorías de límites y continuidad.
<u>Tarea principal 1.2</u>
Identificar los diferentes tipos de indeterminaciones y discontinuidades.
<u>Tarea principal 1.3</u>
Aplicar con criterio teorías, leyes, principios y proposiciones del cálculo.
<u>Tarea principal 1.4</u>
Resolver ejercicios sobre límites y continuidad de una función.
<u>Tarea principal 1.5</u>
Verificar si los resultados obtenidos son los adecuados de acuerdo al ejercicio planteado utilizando software matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Unidad 2:

LA DERIVADA</td><td colspan="3"><u>Producto de unidad:</u>

PROBLEMAS RESUELTOS DE DERIVADAS DE LAS FUNCIÓNES MATEMÁTICAS, INDIVIDUAL Y EN GRUPO, APLICANDO LOS TEOREMAS, LEYES, PRINCIPIOS Y PROPOSICIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL Y DEL ÁLGEBRA.</td></tr>
<tr><td>2.1 Definición e interpretación geométrica de la derivada.
2.2 Derivación por incrementos.
2.3 Derivabilidad y continuidad.
2.4 Reglas básicas de derivación
    2.4.1 Derivación de la función compuesta
    2.4.2 Derivación de la función inversa.
    2.4.3 Derivación de funciones implícitas.
    2.4.4 Derivación de funciones trigonométricas directas e inversas.</td><td><u>CONCEPTUAL</u>

Comprende el concepto de derivada como la razón de cambio instantánea

Reconoce diferentes formas para calcular derivadas</td><td><u>PROCEDIMENTAL</u>

Resuelve problemas utilizando la definición de derivada

Calcula derivadas a través de teoremas</td><td><u>ACTITUDINAL</u>

Se interesa en calcular derivadas de funciones utilizando la definición de derivada y los teoremas para el cálculo de estas

Valora la importancia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento de la derivada de una función.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td rowspan="2">2.4.5 Derivación de funciones exponenciales y logarítmicas.
2.4.6 Derivación de funciones hiperbólicas directas e inversas.
2.5 Derivación de una función elevada a otra función
2.5.1 Ecuaciones dadas en forma paramétrica y su derivación.
2.5.2 Derivadas de orden superior.</td>
<td></td>
<td></td>
<td>Muestra confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, y perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas matemáticos.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3"><u>Tarea principal 2.1:</u>
Leer, analizar y sintetizar teorías de la derivada y reglas de derivación.
<u>Tarea principal 2.2:</u>
Identificar los diferentes tipos de funciones a ser derivadas.
<u>Tarea principal 2.3:</u>
Aplicar con criterio teoremas, leyes, principios y proposiciones del cálculo diferencial.
<u>Tarea principal 2.4:</u>
Obtener la derivada de funciones reales expresadas en forma explícita.
<u>Tarea principal 2.5:</u>
Aplicar con criterio teoremas, leyes de derivación en diversos tipos de funciones reales: compuesta, inversa, implícitas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas
<u>Tarea principal 2.6:</u>
Simplificar la expresión matemática de la derivada obtenida en el caso de derivadas de orden superior.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="3">3</td>
<td>Unidad 3:

APLICACIONES DE LA DERIVADA</td>
<td colspan="3"><u>Producto de unidad:</u>

PROBLEMAS RESUELTOS DE GRAFICACIÓN DE FUNCIONES, CÁLCULO DE LÍMITES INDETERMINADOS, Y PROBLEMAS PRÁCTICOS DE OPTIMIZACIÓN, INDIVIDUAL Y EN GRUPO,_QUE SON TAN FRECUENTES E INDISPENSABLES EN LA VIDA DIARIA</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">3.1 Aplicaciones geométricas de la derivada: Ecuación de las rectas tangente y normal; ángulo entre curvas
3.2 Razones de cambio relacionadas
3.3 Reglas de L´Hôpital: límites de las formas indeterminadas.
3.4 Análisis de funciones:
3.4.1 Intervalos de monotonía.
3.4.2 Máximos y mínimos absolutos y relativos.- criterio de la primera derivada.
3.4.3Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
3.4.4 Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos.
3.4.5 Trazo de gráficas.
3.5 Problemas de optimización.</td>
<td><u>CONCEPTUAL</u>

Comprende los conceptos de: Crecimiento de una función, Concavidad , Puntos máximos y mínimos y su interpretación geométrica</td>
<td><u>PROCEDIMENTAL</u>

Resuelve problemas mediante el análisis del crecimiento o decrecimiento, concavidad y puntos máximos y mínimos de una función</td>
<td><u>ACTITUDINAL</u>

Aprecia la utilidad del cálculo de derivadas de funciones para resolver problemas de optimización

Valora la importancia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento de las aplicaciones del cálculo diferencial

Muestra confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, y perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas matemáticos.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3"><u>Tarea principal 3.1:</u>
Lee, analiza y sintetiza teorías de las aplicaciones de la derivada.
<u>Tarea principal 3.2:</u>
Expresar gráficamente el enunciado del problema. Identificar los diferentes elementos del problema.
<u>Tarea principal 3.3:</u>
Aplicar con criterio teorías, leyes, principios y proposiciones del cálculo diferencial.
<u>Tarea principal 3.4:</u>
Resolver problemas sobre: ecuaciones de la recta tangente y normal, rapidez de variación, cálculo de límites indeterminados, gráfica de funciones y optimización.
<u>Tarea principal 3.5</u>
Verificar si los resultados obtenidos son los adecuados de acuerdo al ejercicio planteado utilizando software matemático</td>
</tr>
</table>

3. RESULTADOS Y CONTRIBUCIONES A LAS COMPETENCIAS PROFESIONALES:

LOGRO O RESULTADOS DE APRENDIZAJE	NIVELES DE LOGRO			El estudiante debe
	A Alta	B Media	C Baja	
A. Aplicar conocimientos de las ciencias exactas en la tecnología aeronáutica	x			Determinar la existencia del límite de una función de variable real Calcular el límite de una función cuando se produzca una indeterminación. Determinar él o los intervalos de continuidad de una función de variable real. Analizar y resolver cálculos de derivadas de primer orden y de orden superior; de funciones de variable real Aplicar sus conocimientos en el análisis de funciones de variable real Aplicar los conceptos del cálculo diferencial en la optimización de diferentes fenómenos del estudio de su carrera.
B. Trabajar como un equipo multidisciplinario.		x		Colaborar con sus compañeros para trabajar en equipo en la resolución de talleres y temas de investigación
C. Identificar, formular y resolver problemas de tecnología.	x			Aplicar los contenidos del cálculo diferencial en la identificación y solución de problemas reales de nuestro entorno.
D. Comprender la responsabilidad ética y profesional.		x		Valorar con sentido crítico y ético las acciones a tomar en el desarrollo del curso
E. Comunicarse efectivamente.		x		Expone oralmente temas de investigación asignados y presenta informes escritos de acuerdo a un formato establecido.
F. Comprometerse con el aprendizaje continuo.		x		Asistir puntualmente a la cátedra, demostrando responsabilidad
G. Usar técnicas, habilidades y herramientas prácticas para la tecnología.		x		Usar un instrumento informático como apoyo tanto en el aprendizaje como para la solución del cálculo diferencial

4. PONDERACIÓN DE LA EVALUACIÓN

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	1er Parcial	2do Parcial	3er Parcial
Deberes Plataforma Actuación en clase	3	3	3
Pruebas	3	3	3
Evaluación por parcial	3	3	3
Producto de unidad Defensa del Producto-documento	1	1	1
Total:	**10**	**10**	**10**

5. PROYECCIÓN METODOLÓGICA Y ORGANIZATIVA PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA

Diagnóstico. Revisión de conceptos previos
A través de preguntas y participación de los estudiantes se recuerda los requisitos previos del aprendizaje (Resolución de inecuaciones, valor absoluto, graficación de funciones elementales, representación gráfica y analítica de secciones cónicas) que permitirán conocer la línea de base a partir de la cual se incorporarán nuevos elementos de competencia, en caso de encontrar deficiencias se enviará tareas para atender los problemas individuales.

UNIDAD 1:

LIMITES Y CONTINUIDAD

1.1. Definición e interpretación del límite (intuitiva y rigurosa)
1.2 Teoremas acerca de límites
1.3 Límites Laterales
1.4 Cálculo de Límites finitos
1.5 Límites infinitos y al infinito
1.6 Límites de funciones trascendentes

Se iniciará con conferencias orientadas para dar una definición intuitiva de los límites mediante situaciones de la vida diaria, luego mediante el uso de calculadora para encontrar el valor de la función cuando los valores de "x" tienden a un valor determinado, luego se definirá matemáticamente lo que es Límite utilizando el métodos inductivo y deductivo ; se determinarán las reglas y principios para el cálculo de límites de diferentes tipos de funciones; se enviarán tareas individuales y grupales para la resolución de ejercicios.

1.7 Cálculo de Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas
1.8 Continuidad de una Función:
1.8.1 En un punto y en un intervalo abierto
1.8.2 En un intervalo cerrado
1.8.3 Tipos de discontinuidad

Aplicando los conceptos tratados en los temas anteriores se definirán nuevos conceptos como las asíntotas, continuidad y discontinuidad así como las clases de las mismas (conferencias y ejemplos demostrativos), se plantean algunos casos de funciones para el análisis de continuidad y discontinuidad, así como la graficación sencilla de curvas (Participación activa de los estudiantes - Resolución de casos), favoreciendo el proceso del pensamiento complejo con: análisis, razonamientos, argumentaciones, revisiones y profundización; se enviarán tareas individuales y grupales para la resolución de ejercicios

UNIDAD 2:

DERIVADA DE FUNCIONES REALES EN UNA VARIABLE

2.1 Definición e interpretación geométrica de la derivada.
2.2 Derivación por incrementos.
2.3 Derivabilidad y continuidad.
2.4 Reglas básicas de derivación
2.5 Derivación de la función compuesta
2.6 Derivación de la función inversa.
2.7 Derivación de funciones implícitas.
2.8 Derivación de funciones trigonométricas directas e inversas.
2.9 Derivación de funciones exponenciales y logarítmicas.
2.10 Derivación de funciones hiperbólicas directas e inversas.
2.11 Derivación de una función elevada a otra función
2.12 Ecuaciones dadas en forma paramétrica y su derivación.
2.13 Ecuaciones dadas en forma polar y su derivación.
2.14 Derivadas de orden superior.

Se iniciará con conferencias orientadas a la revisión de funciones: dominios, recorridos, expresiones algebraicas y gráficas; se definirá los conceptos, reglas y principios de derivación; utilizando los métodos inductivo y deductivo, se enviarán tareas individuales y grupales para la resolución de ejercicios, se plantearán diversos ejercicios para que los estudiantes resuelven empleando lo aprendido

UNIDAD 3:

APLICACIONES DE LA DERIVADA

3.1 Aplicaciones geométricas de la derivada: Ecuación de las rectas tangente y normal; ángulo entre curvas
3.2 Razones de cambio relacionadas

Aplicando la definición geométrica de derivadas se determina las ecuaciones de las rectas tangente y normal a una curva; se extiende la definición a razones de cambio y se aplica a la resolución de ejercicios prácticos evidenciando su importancia en magnitudes físicas como la velocidad. Se enviarán tareas individuales y grupales para la resolución de ejercicios. (Exposición problémica)

3.3 Reglas de L´Hôpital: límites de las formas indeterminadas.

Se propone participación activa de los estudiantes mediante la formación de grupos para realizar la consulta y análisis de los temas, aplicaciones y exposición de los mismos. Luego de la participación de los estudiantes se reforzará lo consultado por ellos y se plantearán diferentes ejercicios, donde serán ellos los que presenten diferentes alternativas de solución de los temas

3.4 Análisis de funciones:
3.4.1 Intervalos de monotonía.
3.4.2 Máximos y mínimos absolutos y relativos.- criterio de la primera derivada.
3.4.3 Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
3.4.4 Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos
3.4.5 Trazo de gráficas.
3.5 Problemas de optimización.

(Exposición problémica) Aplicando conceptos y definiciones analizadas en los temas anteriores, se resuelven ejercicios de:
-Análisis y construcción de gráficas, dando las guías base para graficar funciones planteadas. Taller en la clase a nivel grupal: Gráficas
- Optimización de funciones (maximización y minimización) aplicado a problemas prácticos
Se enviarán tareas individuales y grupales para la resolución de ejercicios

3.7 Uso de software.

Trabajo en equipo: Para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, se utilizará el software Geogebra y/o Maple, computadores, proyector; se emplearán, para comprobar los resultados de los procesos realizados analíticamente.

6. DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO TOTAL DEL PROGRAMA:

TOTAL HORAS	CONFERENCIAS ORIENTADORAS DEL CONTENIDO	CLASES PRÁCTICAS (Talleres)	PRÁCTICAS LABORA-TORIOS	CLASES DEBATES	CLASES EVALUACIÓN	Trabajo autónomo del estudiante
48	10	6		2	3	48

7. TEXTO GUÍA DE LA ASIGNATURA

TITULO	AUTOR	EDICIÓN	AÑO	IDIOMA	EDITORIAL
Análisis Matemático I	EDUARDO ESPINOZA RAMOS.	Tercera	2002	Español	San Marcos.

8. BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

TITULO	AUTOR	EDICIÓN	AÑO	IDIOMA	EDITORIAL
Cálculo Diferencial e Integral	PISKUNOV	Tercera	1977	Español	Mir Moscú
Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático,	DEMIDOVICH B.	Segunda	1987	Español	MIR
Análisis Matemático I, II	EDUARDO ESPINOZA RAMOS.	Tercera	2002	Español	San Marcos.
Cálculo	PURCELL, E y otros	Novena	2007	Español	Pearson
Cálculo de una Variable, Trascendentes tempranas	STEWART JAMES	Sexta	2008	Español	Cengage Learning.
Cálculo en una Variable	GARCIA ARCOS JOE.	Primera	2008	Español	LÓPEZ
Análisis Matemático	LARA, J y Arroba, J	Sexta	2012	Español	Instituto de Ciencias Básicas. Universidad Central del Ecuador. Quito-Ecuador.

9. LECTURAS PRINCIPALES QUE SE ORIENTAN REALIZAR

LIBROS – REVISTAS – SITIOS WEB	TEMÁTICA DE LA LECTURA	PÁGINAS Y OTROS DETALLES
http://www.mat.usach.cl/histmat/html/indice.html	HISTORIA DE MATEMATICOS FAMOSOS	
http://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/indice.html	LA HISTORIA DE LAS MATEMATICAS DE LAS DIFERENTES CIVILIZACIONES	
http://kolmogorov.cmat.edu.uy/~mordecki/courses/calculo1/notash.html	HISTORIAS SOBRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	

No. 01
Semana:

ANEXO 2: PLAN DE CLASE

1. DATOS INFORMATIVOS:

Departamento: CIENCIAS EXACTAS	**Carrera:** MECÁNICA AERONAUTICA	**Tema de la clase: LÍMITE DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS** La metodología combinará la clase magistral, la práctica con computador y el trabajo autónomo, buscando que el estudiante construya su conocimiento.
Área de Conocimiento: *MATEMÁTICA*	**Asignatura:** CÁLCULO I	
Docente : ING. HERBERT VIÑACHI BERMEO	**Curso/Paralelo:** 2/A	
Fecha:	**Duración de la clase:** 1.5h	
Periodo académico: SEPTIEMBRE 2013 – ENERO 2014		

2. DESPLIEGUE DEL PROCESO:

OBJETIVO CLASE:	**LOGRO DE APRENDIZAJE (A - G):**
Determinar el límite de expresiones en las que intervienen las funciones trigonométricas	• Aplicar conocimientos de las ciencias exactas en la tecnología aeronáutica • Usar técnicas, habilidades y herramientas prácticas para la tecnología.

3. MATRIZ DE PLANIFICACIÓN:

FASES DE LA CLASE	PROCESO METODOLÓGICO		TIEMPO APROX.	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
	ACTIVIDADES DOCENTES	ACTIVIDADES ESTUDIANTES		
INICIAL	**Motivación:** En esta sub unidad se introduce el método que nos permitirá calcular el límite de las funciones trigonométricas cuando se produzca una forma indeterminada **Diagnóstico:** Ideas intuitivas sobre el cómo calcular el límite de una función trigonométrica. **Planteamiento del Tema:** Límite de las funciones trascendentes **Objetivo:** Calcular límites de funciones que contengan expresiones trigonométricas	El estudiante participa en el diálogo mantenido con el grupo	**5 min**	Preguntas

DESARROLLO	**Aplicación de métodos, técnicas, procedimientos y actividades:** **Medios:** 1. CONTEXTUALIZACIÓN Se iniciará con una conferencia orientada a indicar como se va a calcular los límites de las funciones trigonométricas, luego de lo cual se procederá a calcular varios límites especiales utilizando para ello varios métodos de cálculo, a través del ABP, y que una vez generalizados los denominaremos limites notables. Se determinarán las reglas y principios para el cálculo de límites de funciones trigonométricas; luego se definirá un método que nos permita calcular los límites trigonométricos utilizando el método inductivo-deductivo Se utilizará software matemático como ayuda para graficar las expresiones trigonométricas 2.EXPERIMENTAR Se resolverán varios ejercicios de lo más fácil a lo complejo, Se enviará tareas individuales de investigación y para la resolución de ejercicios del texto guía	2.EXPERIMENTAR Relaciona la intuición geométrica con los conceptos para calcular el límite de las funciones trigonométricas. Visualiza y resuelve problemas con funciones utilizando aplicaciones de cálculo simbólico y numérico y software de representación gráfica de funciones. Particularmente estudia el empleo de series de potencias en la resolución de los límites de las funciones trigonométricas. 3.DEMOSTRAR Ha entendido el método para levantar las formas indeterminadas en las funciones trigonométricas 4.APLICAR Maneja con soltura el método propuesto para calcular los limites trigonométricos	**70 min**	Portafolio de evidencias Graficador
FINAL	5.EVALUAR Se propondrá resolver un ejercicio, en forma individual.	5.EVALUAR Utiliza los artificios indicados para la resolución del ejercicio propuesto	**15 min**	Examen Rubrica
TIEMPO TOTAL DE LA CLASE			**1.5 H**	

4. ACTIVIDADES PARA LA SIGUIENTE CLASE:

a) Tareas: • Realizar la resolución de los ejercicios propuestos en la actividad de aprendizaje propuesta del texto guía. • Investigar las propiedades de los logaritmos • Investigar la serie de potencias del logaritmo natural • Archivarlos en el portafolio estudiantil **(lecturas, investigaciones, ejercicios, problemas propuestos, informes, análisis, …)**	**b) Medios y Equipos:** • Aula • Conferencia • Computador personal **c) Coordinaciones:**

____
COORDINADOR ÁREA DEL CONOCIMIENTO

____
DOCENTE

ANEXO 3: RUBRICA PARA PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS

CAPACIDADES DESEADAS	INDICADORES DE DESMPEÑO				
	Insuficiente (10%)	**Limitado** (10%)	**Regular** (20%)	**Competente** (30%)	**Excelente** (30%)
Presentación del portafolio de evidencias	No presenta portafolio de evidencias	El portafolio demuestra falta de organización y elaboración.	El portafolio tiene una buena organización	El portafolio está bien organizado	El portafolio esta excepcionalmente bien organizado.
Ejecución de tareas	No realiza sus tareas totalmente	Realiza sus tareas deficientemente	Ejecuta sus tareas a medias	Ejecuta sus tareas en buena forma	Ejecuta sus tareas en excelente forma
Manejo de conceptos	Los trabajos del portafolio evidencian un manejo muy pobre de conceptos matemáticos	Los trabajos del portafolio evidencian un manejo pobre de conceptos matemáticos	El portafolio contiene trabajos que revelan poco manejo de conceptos matemáticos.	El estudiante presenta algunos trabajos que evidencian un manejo coherente de conceptos matemáticos.	El portafolio contiene trabajos que evidencian coherencia y un correcto manejo de los conceptos matemáticos aprendidos.
Actitud	El alumno no entregó avances de su portafolio en la fecha estipulada. Falto en varias ocasiones a clases.	El alumno entregó avances de su portafolio en la fecha estipulada. Falto en varias ocasiones a clases.	El alumno entregó avances de su portafolio en la fecha y hora estipulada. Asistió a todas las clases y tuvo algunas participaciones clase.	El alumno entregó avances de su portafolio en la fecha y hora estipulada. Asistió a todas las clases y tuvo una participación activa dentro de la misma.	El alumno entregó avances de su portafolio en la fecha y hora estipulada. Asistió a todas las clases y tuvo una participación activa y propositiva
Calidad de la Información	El portafolio contiene solo apuntes de cada tema	El portafolio contiene solo tareas de investigación y apuntes de cada tema	El portafolio contiene tareas de investigación, apuntes, material con correcciones por cada tema mostrando una secuencia lógica en el desarrollo de la materia.	El portafolio contiene tareas de investigación, apuntes, material con correcciones por cada tema, mostrando una secuencia lógica al desarrollo de la materia.	El portafolio contiene tareas de investigación, apuntes, material con correcciones por cada tema, mostrando una secuencia lógica al desarrollo de la materia. Con lujo de detalles.
	0-1.9	2-3.9	4-6.9	7-8.9	9-10

ANEXOS 4: NOTAS CICLO MARZO-SEPTIEMBRE/2013

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR AERONÁUTICO

CUADRO DE NOTAS PARCIALES

MECANICA-AVIONES

Materia: CALCULO I (B4203)		**Malla:** CONVENIO
Nivel: SEGUNDO(00093)	**Paralelo:** C	**Periodo Académico:** MAR13AGO13
Docente : DR. VIÑACHI HERBERT **Modalidad:** Presencial		

No.	Apellidos y Nombres	Id.Alumno	N.mat	I Parcial	II Parcial	III Parcial	Promedio	Observación
1	ALARCON RECALDE DANIELA BERENICE	5465	1	9.0	8.0	8.0	8.3	Aprob.
2	ARMENDARIZ RENGEL ALEXIS DANNIEL	5390	1	9.0	8.0	7.0	8.0	Aprob.
3	BETANCOURT CADENA LEONARDO ANTON	5401	1	8.0	8.0	6.0	7.3	Aprob.
4	CAIZA FREIRE BRANDO JAVIER	5299	1	9.0	8.0	6.0	7.7	Aprob.
5	CEDILLO SOTAMINGA CARLOS ALFREDO	5426	1	7.0	8.0	8.0	7.7	Aprob.
6	CORDOVILLA CHIRIBOGA DENNYS ALEX	5439	1	8.0	7.0	7.0	7.3	Aprob.
7	CRIOLLO LOPEZ JHON ORLANDO	5444	1	8.0	8.0	7.0	7.7	Aprob.
8	ENRIQUEZ LOPEZ STALIN JEANPIERRE	5446	1	9.0	8.0	8.0	8.3	Aprob.
9	FLORES ESPIN ESTEFANIA KAROLINA	5451	1	9.0	9.0	8.0	8.7	Aprob.
10	GIRON MOROCHO JOSE JUNIOR	5035	1	7.0	8.0	5.0	6.7	Reprob.
11	GRACIA BRAVO OSCAR JOSIAS	5300	1	7.0	8.0	7.0	7.3	Aprob.
12	LEON COBACANGO ISRAEL ALEJANDRO	4967	1	7.0	8.0	5.0	6.7	Reprob.
13	MORALES ALVARADO CRISTINA MICHEL	5481	1	9.0	9.0	9.0	9.0	Aprob.
14	PROAÑO SHIGUANGO PAULO ANTONY	5483	1	8.0	7.0	7.0	7.3	Aprob.
15	TIPAN LALON SANDRA GISSELA	5268	2	9.0	8.0	7.0	8.0	Aprob.
16	YUPANGUI CHACON HUGO ROLANDO	5445	1	9.0	8.0	5.0	7.3	Aprob.
17	ZAMBRANO ZAMBRANO JOSHUE DANIEL	5361	1	8.0	7.0	5.0	6.7	Reprob.

F. Docente:	
Fecha Impresión:	31 / 07/ 2013 - 8:48
F. Registro:	
Fecha Recepción:	

ANEXOS 5: CERTIFICACIÓN DE ENTREGA DE PROPUESTA A BIBLIOTECA ITSA

ANEXOS 6: ENCUESTA DOCENTES

CUESTIONARIO DIRIGIDO A DOCENTES

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CEPOS

DATOS INFORMATIVOS:

FECHA:……………………………………… LUGAR:………………..

ENCUESTADOR:……………………………..

OBJETIVO:

- Analizar que contenidos se imparten en el proceso de interaprendizaje de los límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo.

INSTRUCCION: Por favor marque con una x, eligiendo la opción de cada pregunta, de acuerdo a su criterio. Su ayuda será de gran utilidad.

1. ¿Los conceptos que usted da a conocer a sus estudiantes, son suficientes para que el mismo pueda reconocer cuando tiene que calcular el límite de una función trascendente?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

2. ¿Cree Usted qué sus estudiantes deban tener varias opciones para poder levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

3. ¿Le sería interesante el conocer otras alternativas para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

4. ¿Cree Usted qué el enseñar a resolver óptimamente los límites de las funciones trascendentes ayudará a que el estudiante crezca como persona?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

5. ¿El dar a conocer diferentes métodos para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirán al estudiante hacer suyo el conocimiento?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

6. ¿El qué el estudiante tenga algún conocimiento sobre la resolución de los límites de las funciones trascendentes le permitirá asimilar los nuevos contenidos de una manera más rápida?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

7. ¿Le gustaría que se intente superar la enseñanza tradicional, así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza aprendizaje?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

8. ¿Cree usted que los conceptos previos que tiene el estudiante le impiden asimilar de una mejor manera los nuevos contenidos en la enseñanza de la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

9. ¿Desearía que se cambie la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

10. ¿La enseñanza que imparte está encaminada para que el aprendizaje sea significativo?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

11. ¿Los libros de consulta, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

12. ¿El tener un texto guía, en el cual se resuelvan paso a paso y se tome en cuenta todos los artificios para levantar las formas indeterminadas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes le ayudaría en el proceso de interaprendizaje para que éste sea significativo?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

ANEXOS 7: ENCUESTA DISCENTES

CUESTIONARIO DIRIGIDO A DISCENTES

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CEPOS

DATOS INFORMATIVOS:

FECHA:……………………………………… LUGAR:………………..

ENCUESTADOR:……………………………..

OBJETIVO:

- Analizar que contenidos se imparten en el proceso de interaprendizaje de los límites de las funciones trascendentes y su incidencia en el aprendizaje significativo.

INSTRUCCION: Por favor marque con una x, eligiendo la opción de cada pregunta, de acuerdo a su criterio. Su ayuda será de gran utilidad.

1. ¿Los conceptos, son suficientes para que Usted pueda reconocer cuando tiene que calcular el límite de una función trascendente?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

2. ¿Cree Usted qué se debe tener varias opciones para poder levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

3. ¿Le sería interesante el conocer otras alternativas para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

4. ¿Cree Usted qué el resolver óptimamente los límites de las funciones trascendentes le ayudará a crecer como persona?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

5. ¿El conocer diferentes métodos para levantar las formas indeterminadas en la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirá hacer suyo el conocimiento?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

6. ¿El tener algún conocimiento sobre la resolución de los límites de las funciones trascendentes, le permitirá asimilar los nuevos contenidos de una manera más rápida?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

7. ¿Le gustaría que se intente superar la enseñanza tradicional, así como el exceso de actividad, utilizando una nueva corriente de enseñanza aprendizaje?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

8. ¿Cree usted que los conceptos previos le impiden asimilar de una mejor manera los nuevos contenidos en la enseñanza de la resolución de los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

9. ¿Desearía que se cambie la forma de enseñar los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

10. ¿El aprendizaje que recibe por su profesor es significativo?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

11. ¿Los libros de consulta, le presentan varias formas para levantar las formas indeterminadas en los límites de las funciones trascendentes?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

12. ¿El tener un texto guía, en el cual se resuelvan paso a paso y se tome en cuenta todos los artificios para levantar las formas indeterminadas en el cálculo de los límites de las funciones trascendentes le ayudaría para que su aprendizaje sea significativo?

Siempre…… Casi Siempre…… A veces…… Rara vez…… Nunca……

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.